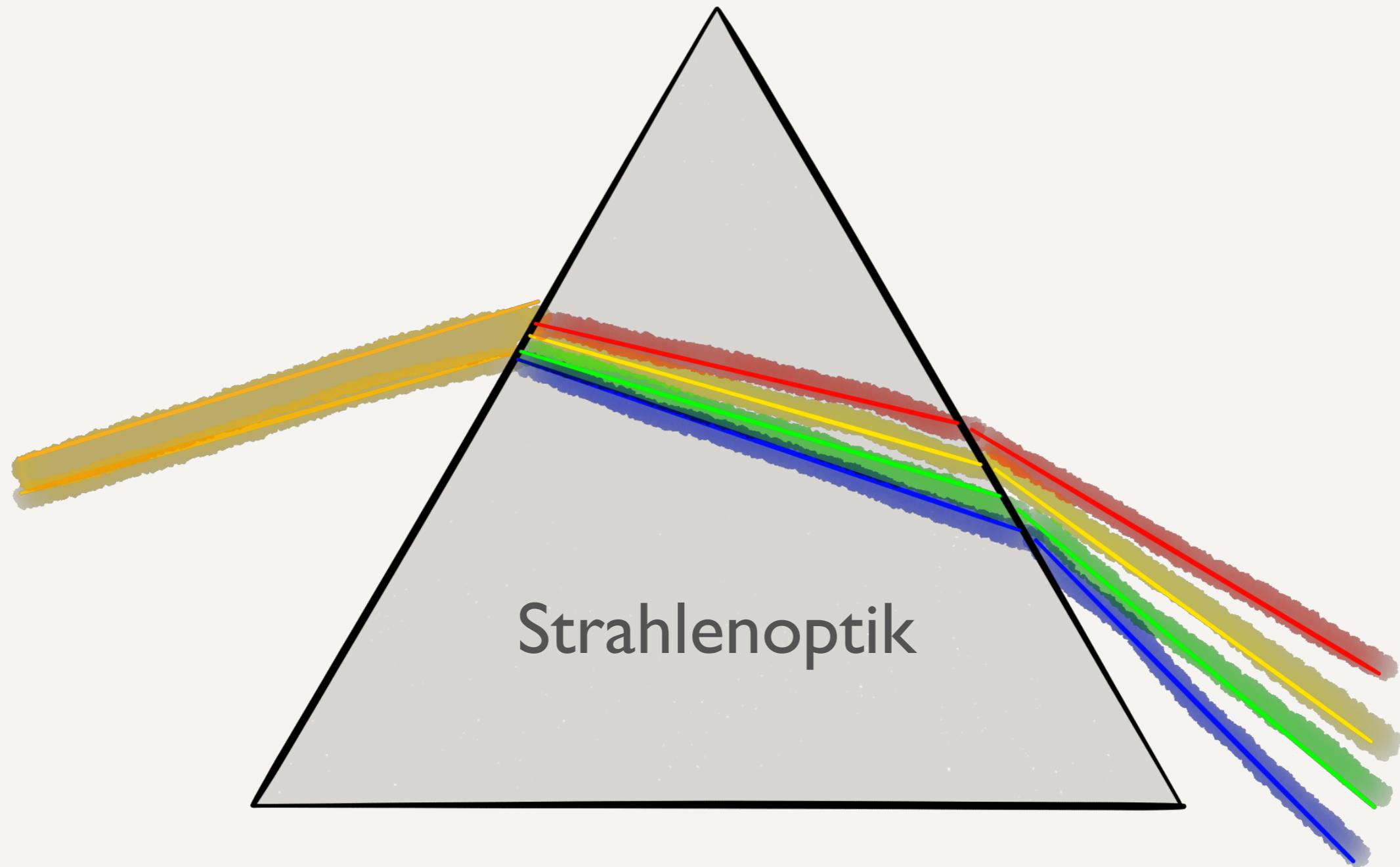


Photonik

Technische Nutzung von Licht

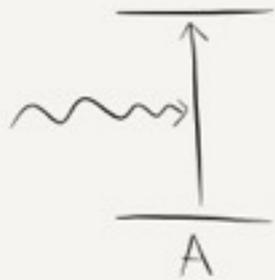




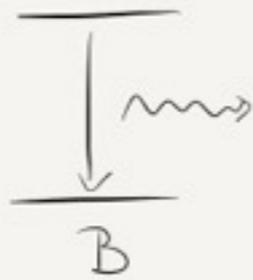
Wiederholung

Wiederholung Lichtentstehung und Spektrum

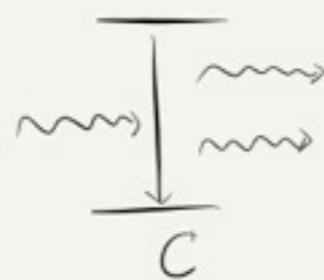
Ein Atom



Absorption

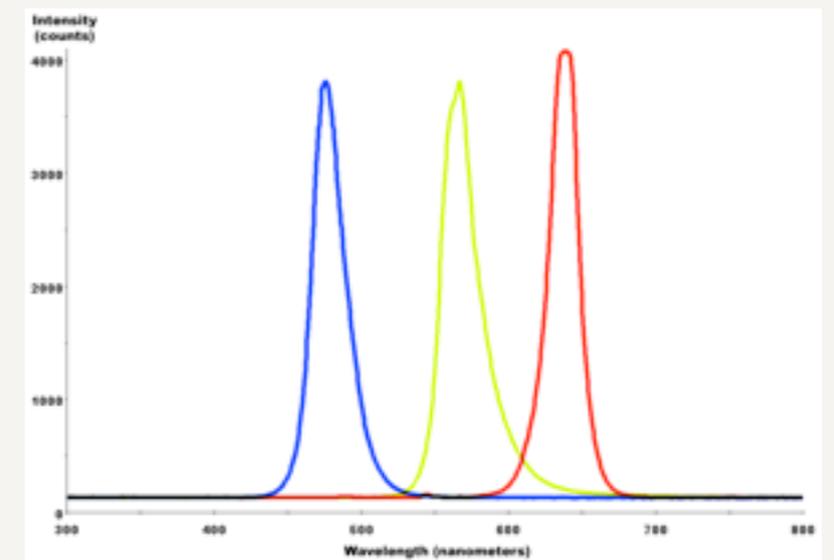
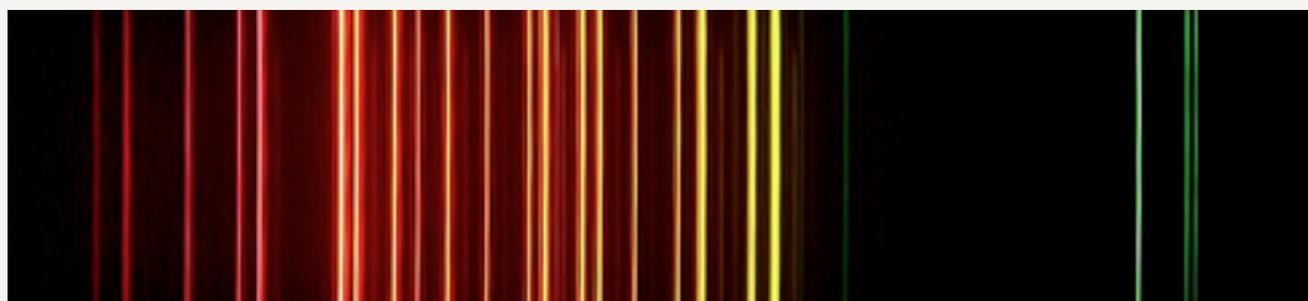
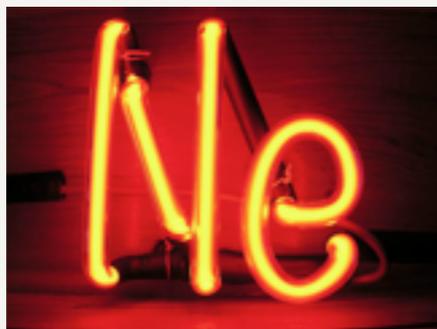
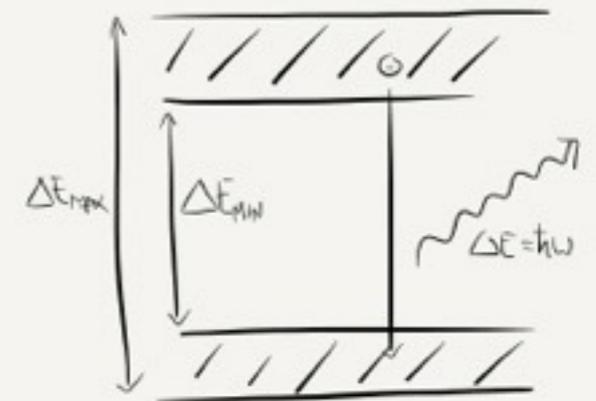


Emission



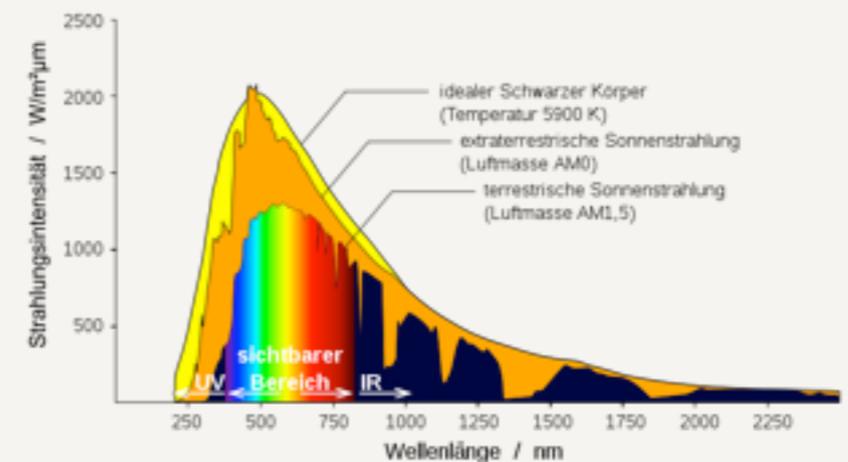
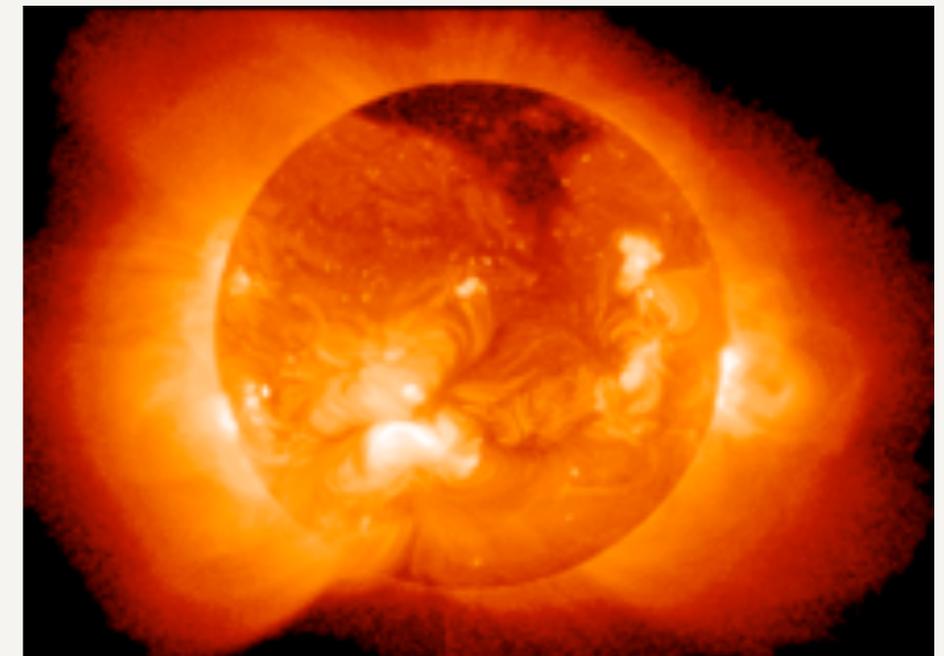
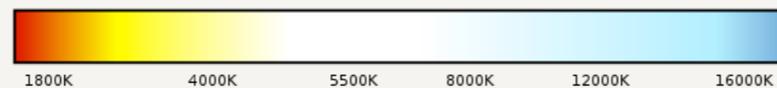
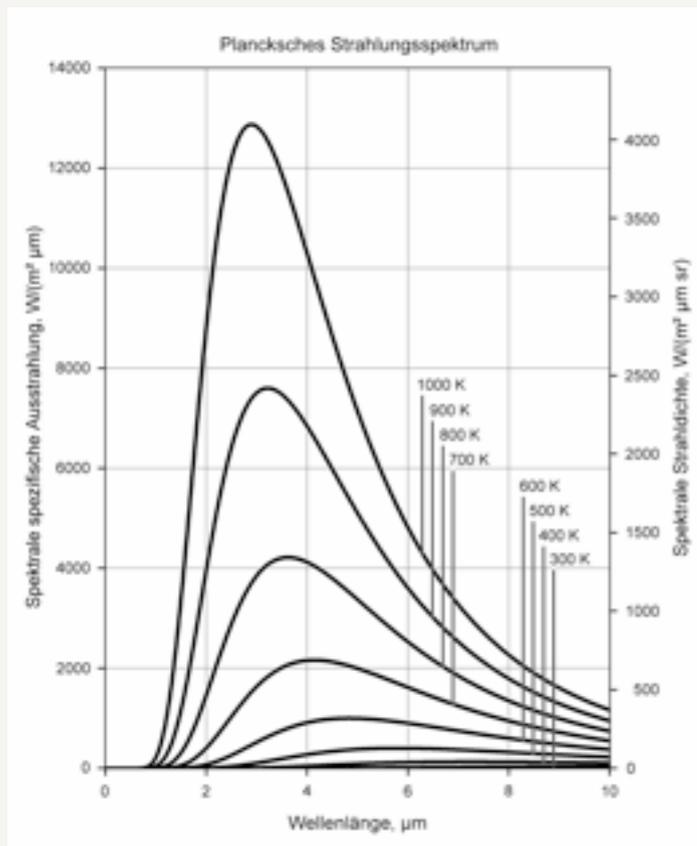
Stimulierte Emission

Halbleiter

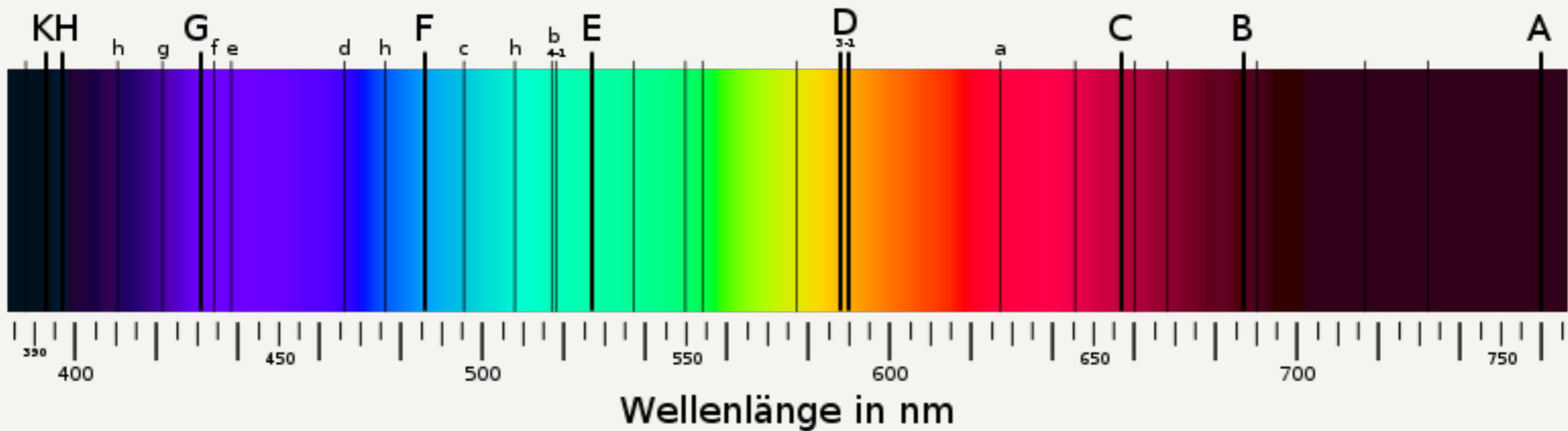


Wiederholung Lichtentstehung und Spektrum

Wärmestrahlung



Fraunhofer'sche-Linien



Überblick für Heute: Strahlenoptik

- Lichtstrahlen
 - Fermat'sches Prinzip
 - Reflexion und Brechung (Snellius'sches Gesetz)
- Eigenschaften optische Medien
 - Dispersion
 - Absorption
- Messtechnik: Prismenspektralapparat
- Anwendungen



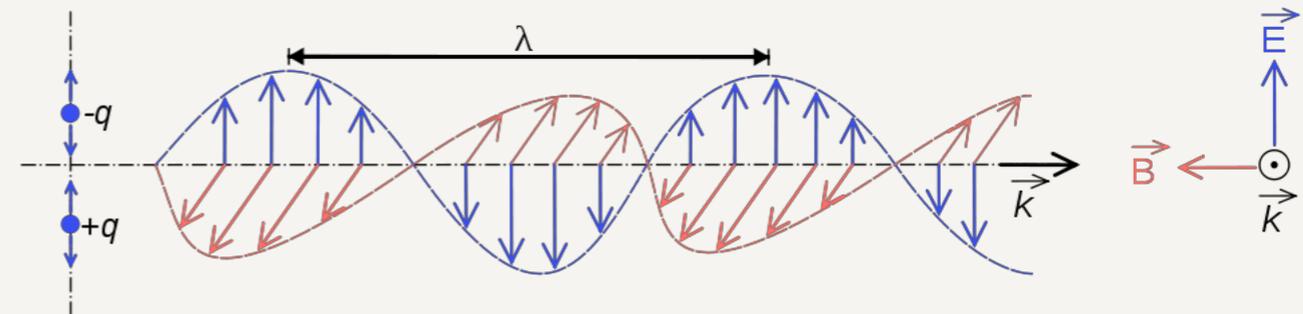
Lichtstrahlen

Was ist Licht?

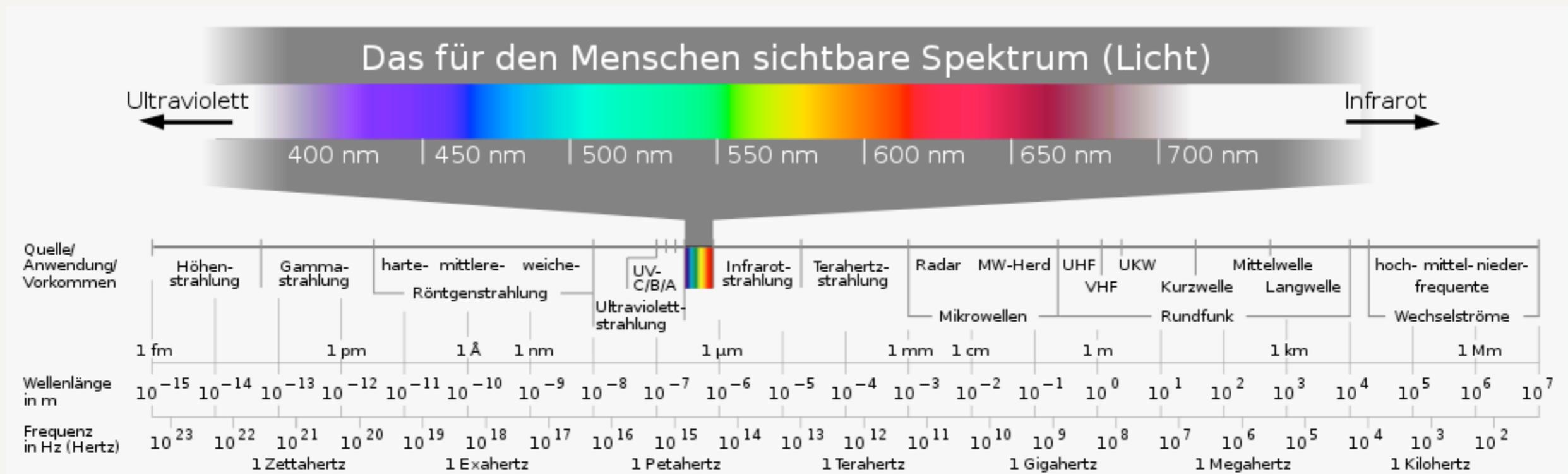
Quelle: Wikipedia
de.wikipedia.org/wiki/Elektromagnetische_Welle



- Elektromagnetische Welle
- Transversalwelle
- Polarisation

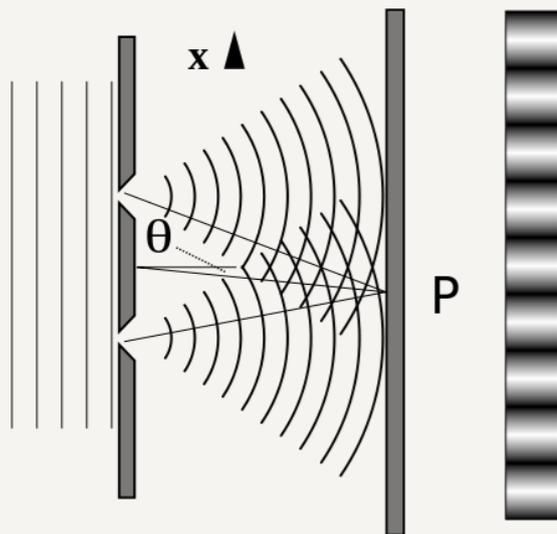


$$\vec{E}(\vec{x}, t) = \vec{E}_0 e^{i(\vec{k} \cdot \vec{x} - \omega t)}$$

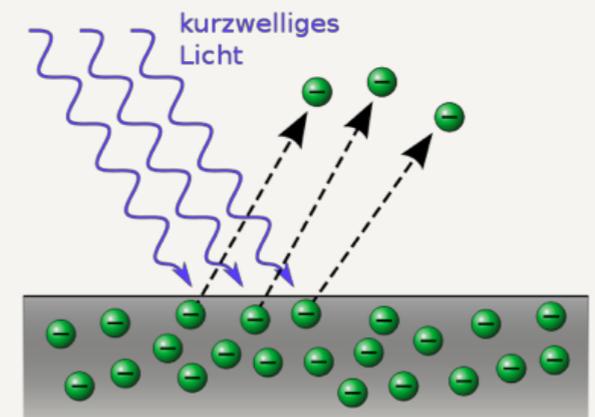


Was ist Licht?

Grundsätzliche Erklärung

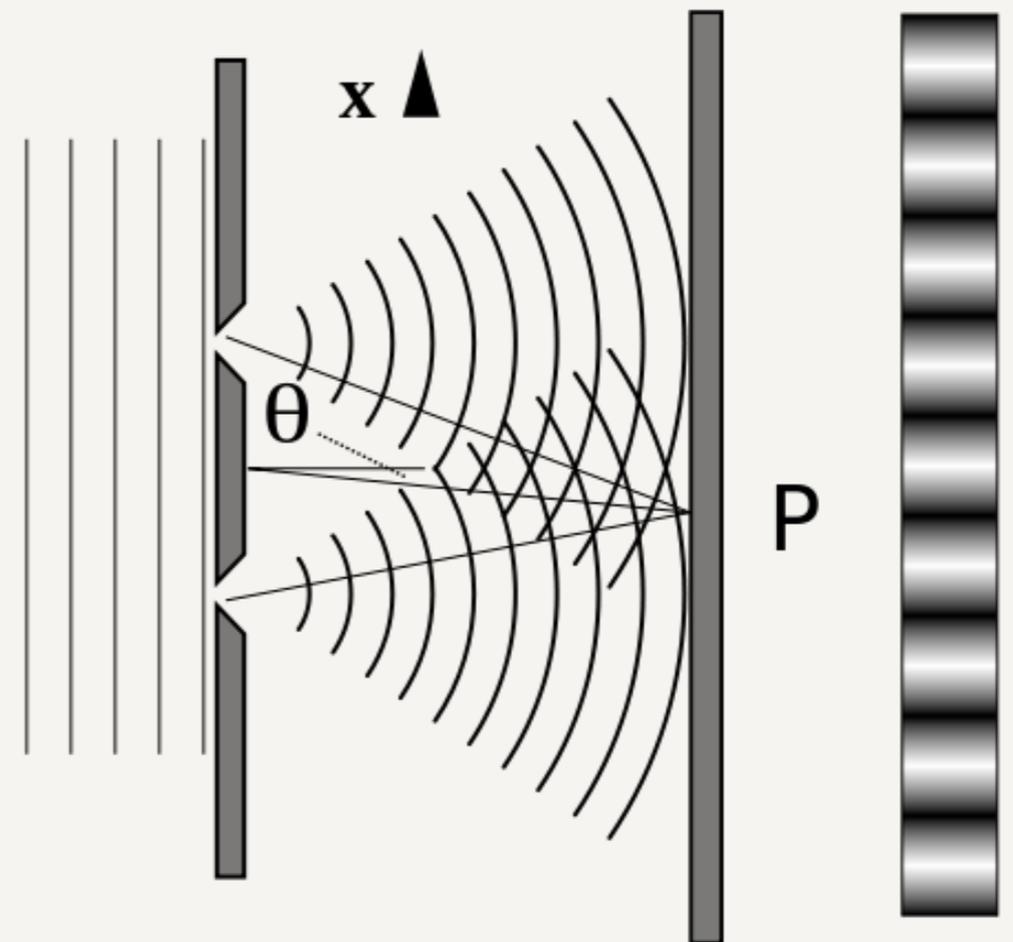


- Welle-Teilchen-Dualismus
 - Welle: Young'scher Doppelspalt (1802)
 - Teilchen: Einstein'scher Photoeffekt (1905)
- In dieser Vorlesung weder Welle noch Teilchen!



Young'sches Doppelspaltexperiment

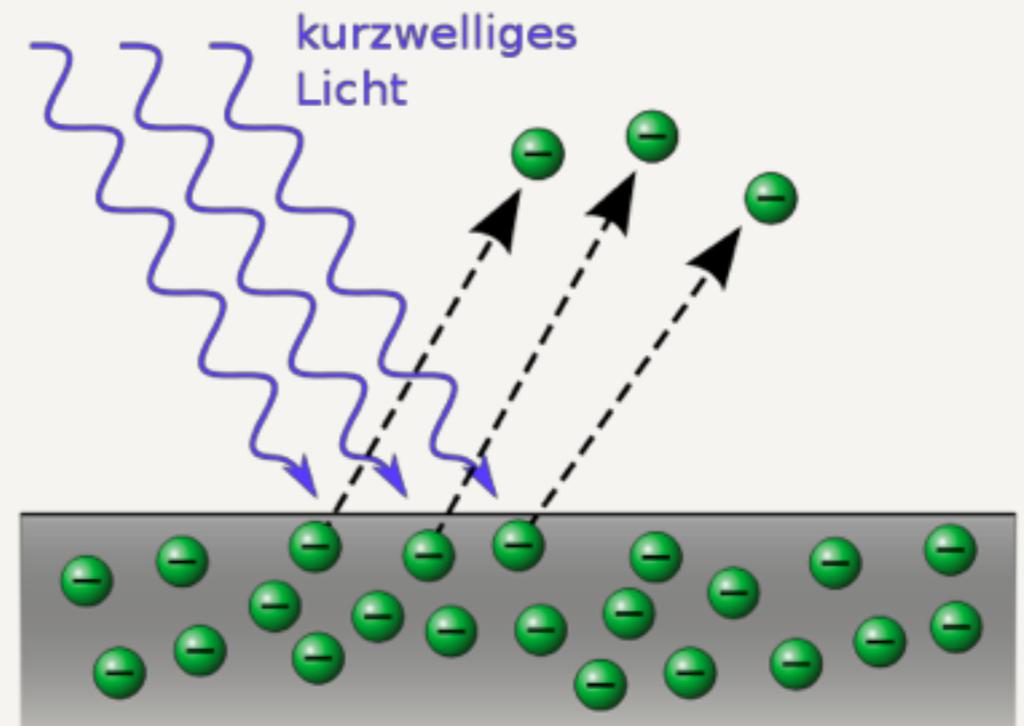
- Zwei Elementarwellen gehen von den Spalten aus
- Aufgrund unterschiedlicher Phasen am Punkt P interferieren sie konstruktiv oder destruktiv
- Es entsteht ein Streifenmuster auf dem Schirm



Photoelektrischer Effekt nach Einstein

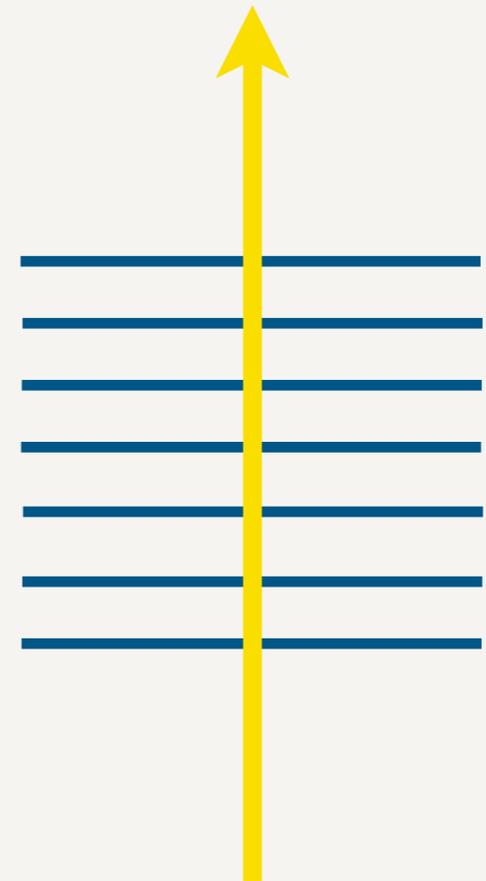
- Austrittsgeschwindigkeit der Elektronen hängt nicht von der Intensität sondern der Frequenz des Lichtes ab.
- Licht besteht aus Teilchen - den Photonen - mit einem Impuls

$$\mathbf{p} = \hbar \mathbf{k}$$



Lichtstrahlen

- Es gibt keine Lichtstrahlen!
- Lichtstrahlen sind ein sehr praktisches Hilfskonstrukt zur Veranschaulichung.
- Sie stellen den physikalisch wichtigen Grenzfall der ebenen Welle dar.
- Lichtstrahlen können gebraucht werden, wenn alle relevanten Maße des optischen Systems groß im Vergleich zur Wellenlänge des Lichts sind.

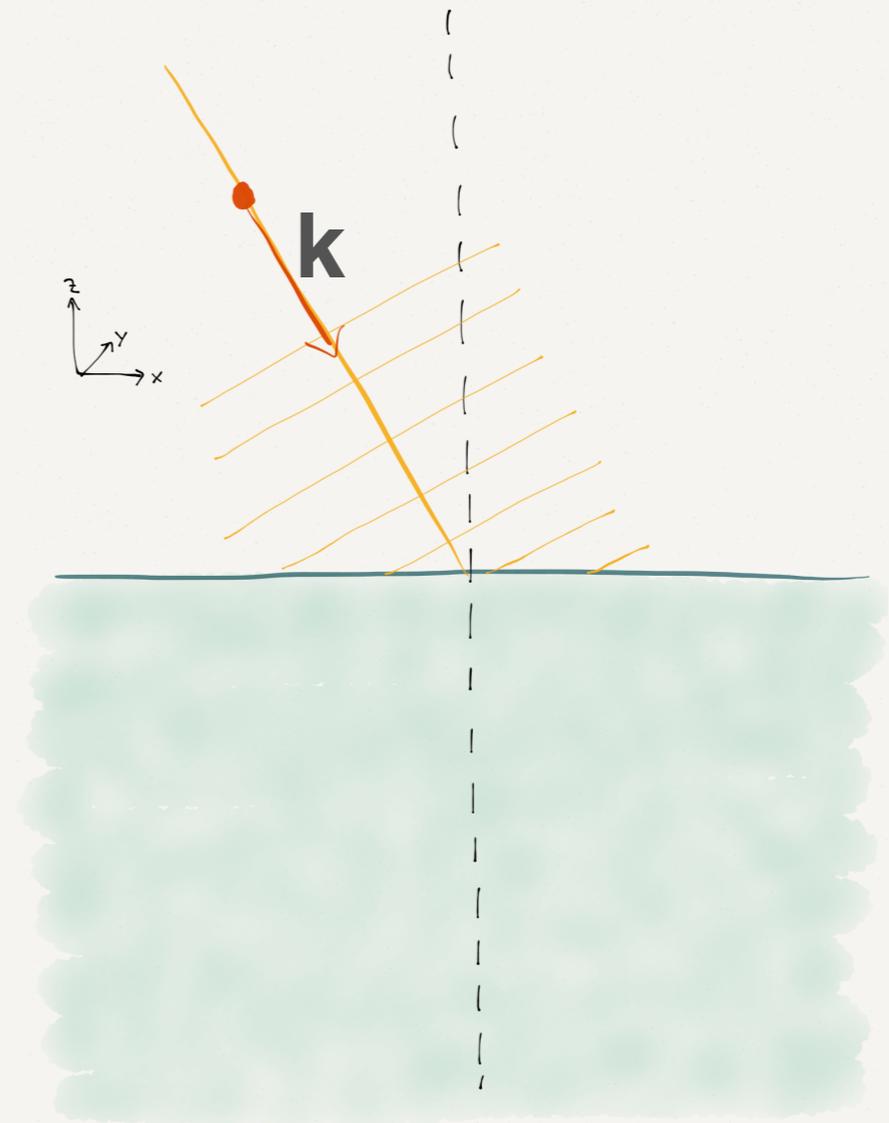


Aufgabe Ebene Welle

- Welche geometrische Bedeutung hat der Faktor kx ?
- Fertigen Sie eine Skizze an.

Hessesche Normalform!

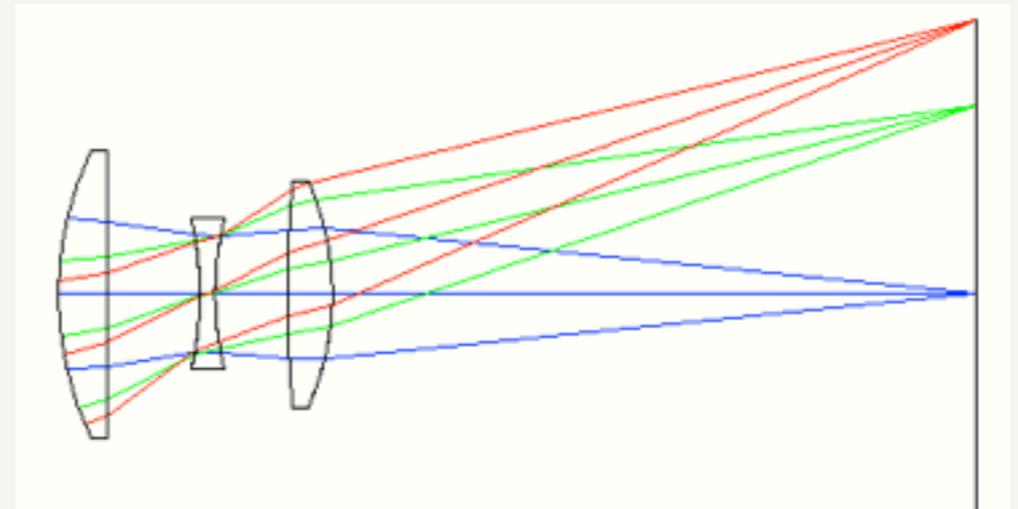
$$kx - d = 0$$



Lichtstrahlen

Quelle: Zemax Corp.

- Sichtbares Licht hat eine Wellenlänge von 400nm bis fast 800nm.
- Beispiel für Lichtstrahlen: Kameraobjektiv
- Gegenbeispiel: CD in Reflexion betrachtet. Die Bits sind 1 bis 2 μm groß.





Fermat'sches Prinzip und Snelliussches Brechungsgesetz

Fermat'sches Prinzip

- Welchen Weg nehmen die Lichtstrahlen?
- Schon bei den alten Griechen bekannt: Licht nimmt bei Reflexion die kürzeste Strecke
- Das inspirierte Pierre de Fermat im 17. Jahrhundert zu der Formulierung des Prinzips:



Licht nimmt immer den Weg, der am wenigsten Zeit benötigt.

Reflexionsgesetz

Herleitung nach Fermat

- Reflexionsgesetz:

$$\alpha = \beta$$

- Einfallswinkel = Ausfallswinkel

$$t = t_1 + t_2$$

$$= \frac{s_1}{c} + \frac{s_2}{c}$$

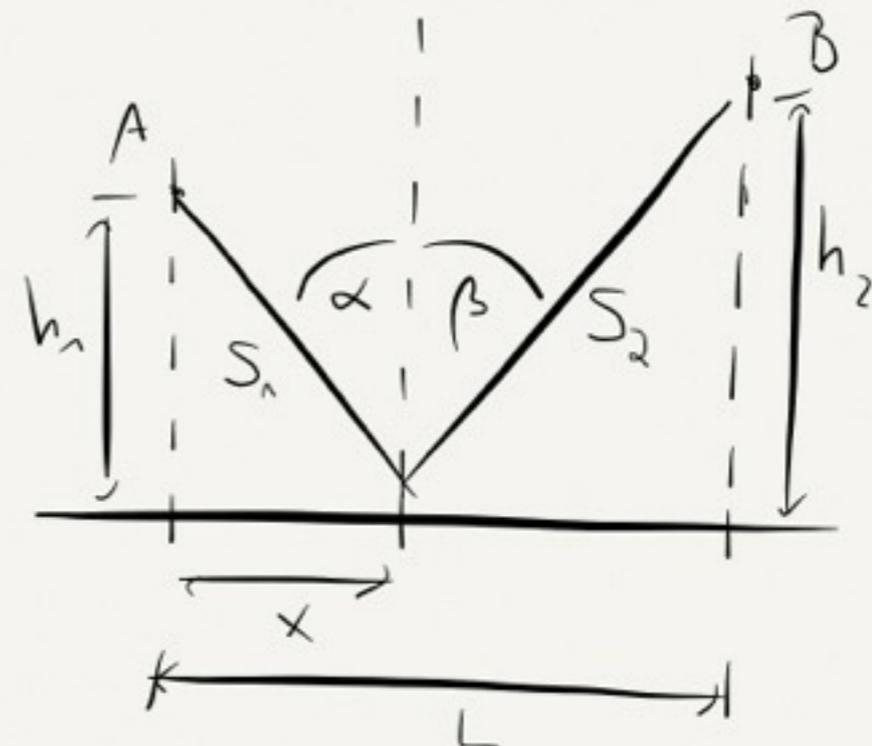
$$\Rightarrow \frac{d}{dx} \left[\frac{s_1}{c} + \frac{s_2}{c} \right] \stackrel{!}{=} 0$$

Pythagoras

$$0 = \frac{1}{c} \cdot \frac{d}{dx} \left[\sqrt{h_1^2 + x^2} + \sqrt{h_2^2 + (L - x)^2} \right]$$

$$= \frac{1}{c} \left[\frac{x}{\sqrt{h_1^2 + x^2}} - \frac{L - x}{\sqrt{h_2^2 + (L - x)^2}} \right]$$

$$= \frac{1}{c} \left[\frac{x}{s_1} - \frac{L - x}{s_2} \right]$$



$$\Rightarrow \frac{x}{s_1} = \frac{L - x}{s_2}$$

$$\Rightarrow \sin(\alpha) = \sin(\beta)$$

$$\Rightarrow \alpha = \beta$$

Lichtgeschwindigkeit in Medien

- In unterschiedlichen Materialien (Glas, Wasser) ändert sich die Lichtgeschwindigkeit:

$$c_0 = n \cdot c_M$$

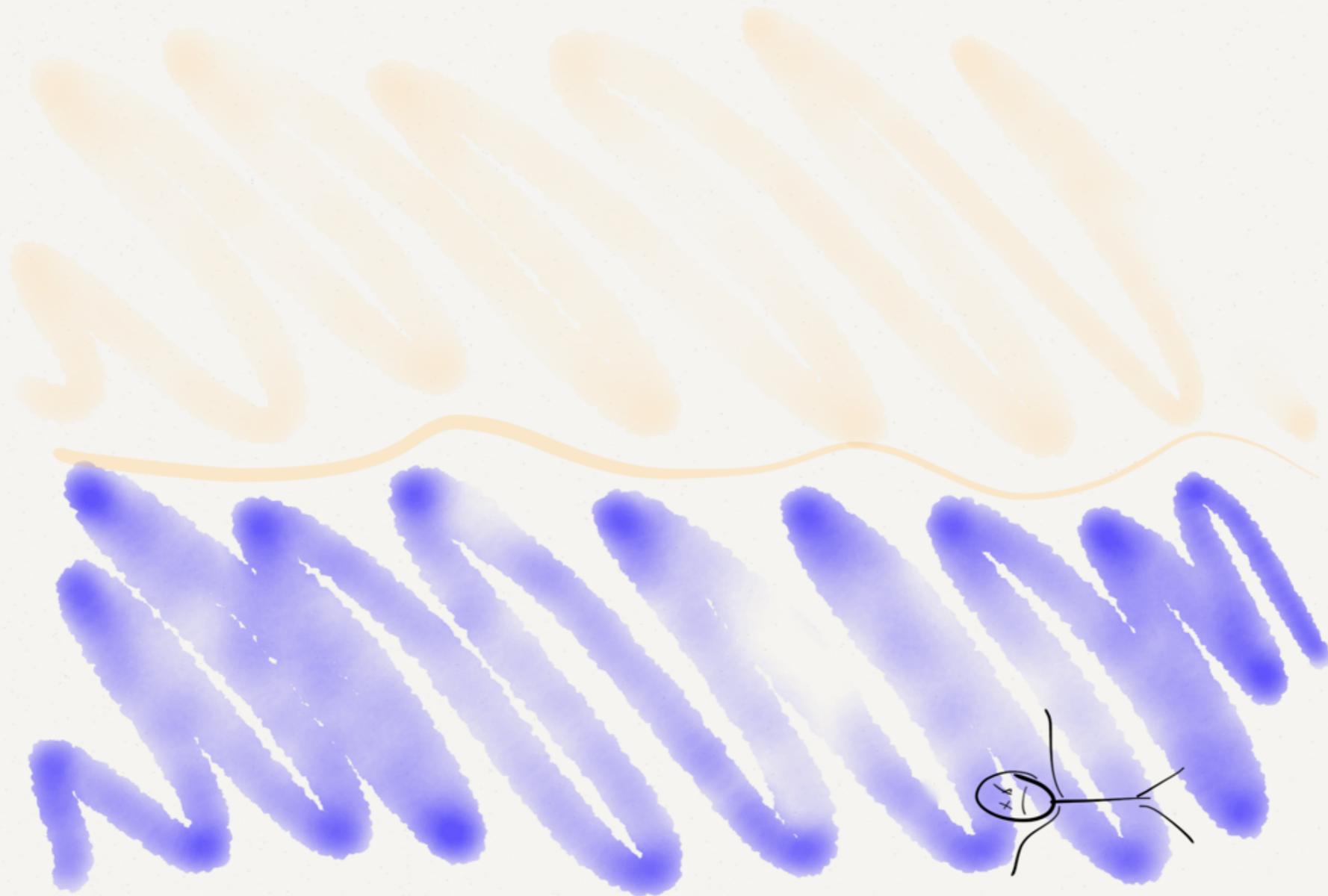
- Die Proportionalitätskonstante n nennt man „Brechungsindex“

Material	Brechungsindex
Luft	1.00
Wasser	1.33
Glas	1.52
Diamant	2.42

Medien mit hohem Brechungsindex nennt man optisch dicht.

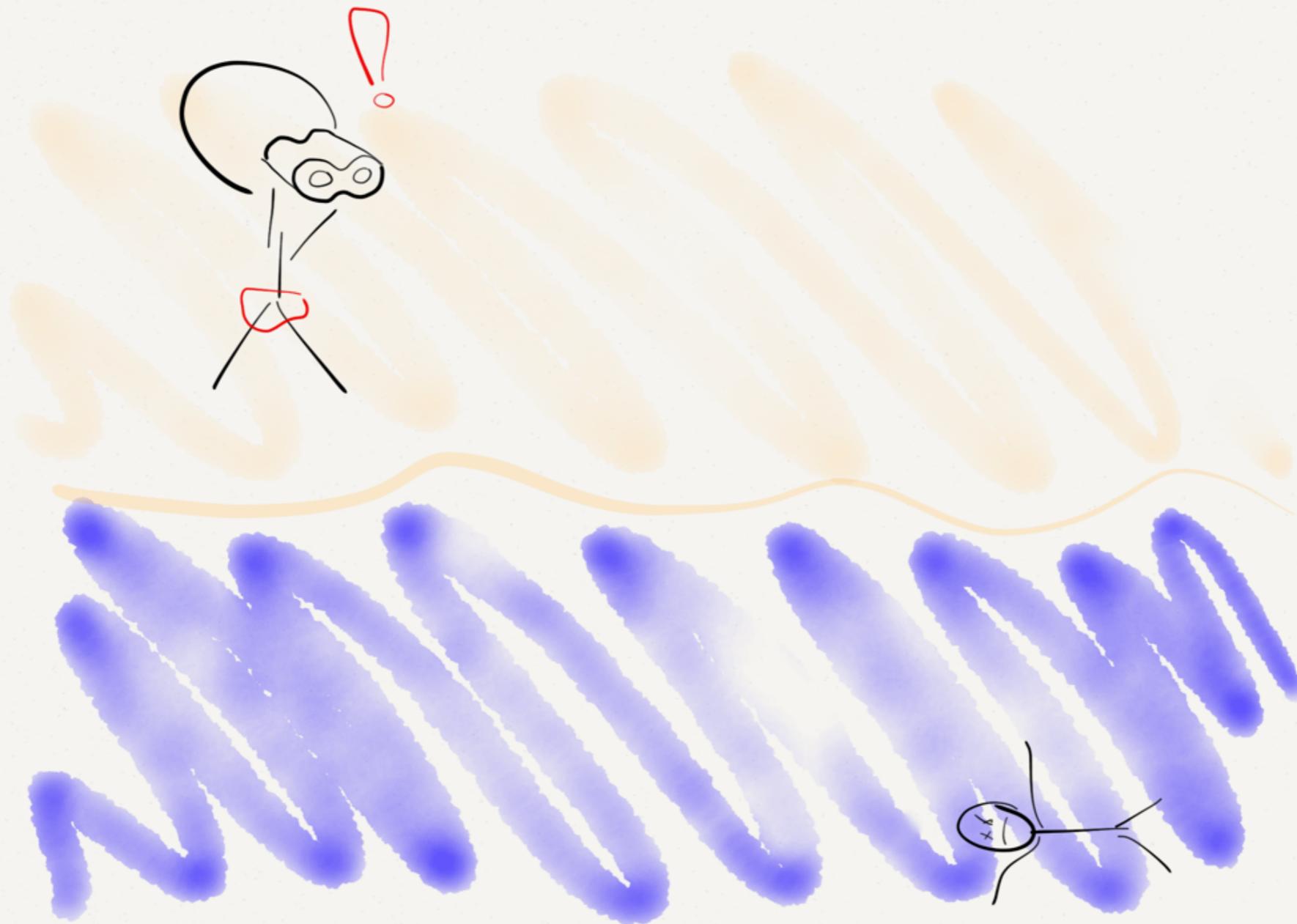
Snellius'sches Brechungsgesetz

Veranschaulichung des Fermat'schen Prinzips



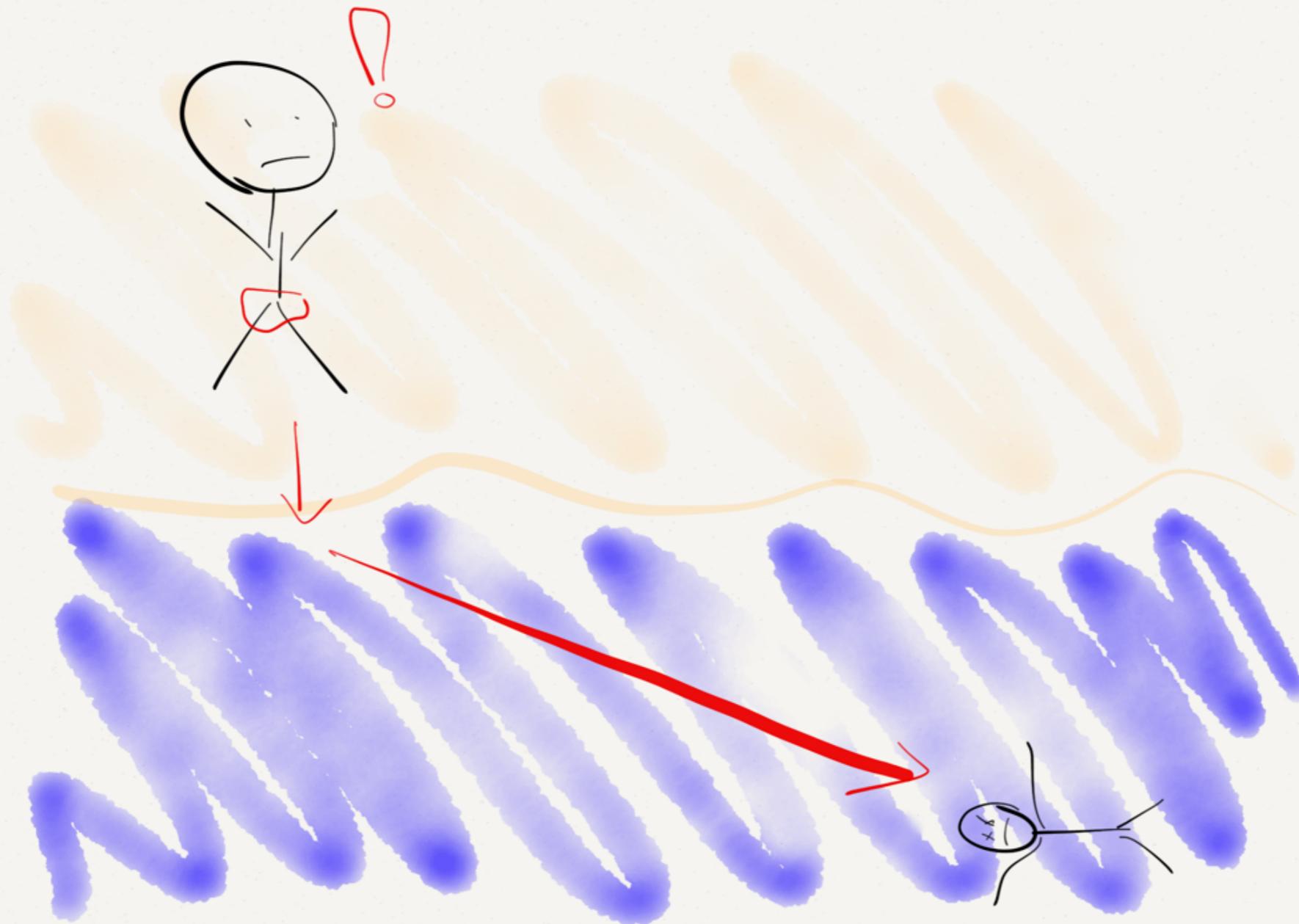
Snellius'sches Brechungsgesetz

Veranschaulichung des Fermat'schen Prinzips



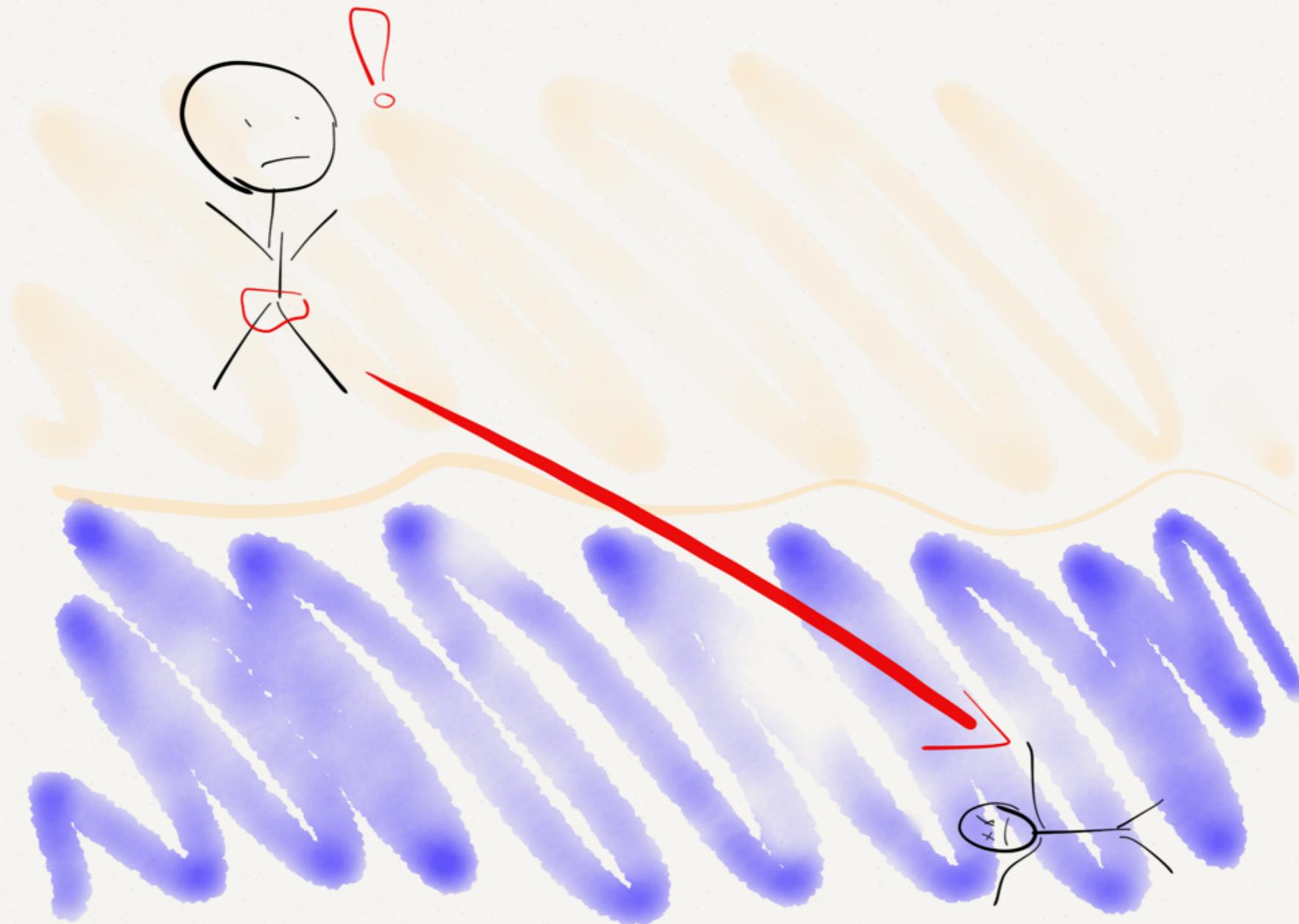
Snellius'sches Brechungsgesetz

Veranschaulichung des Fermat'schen Prinzips



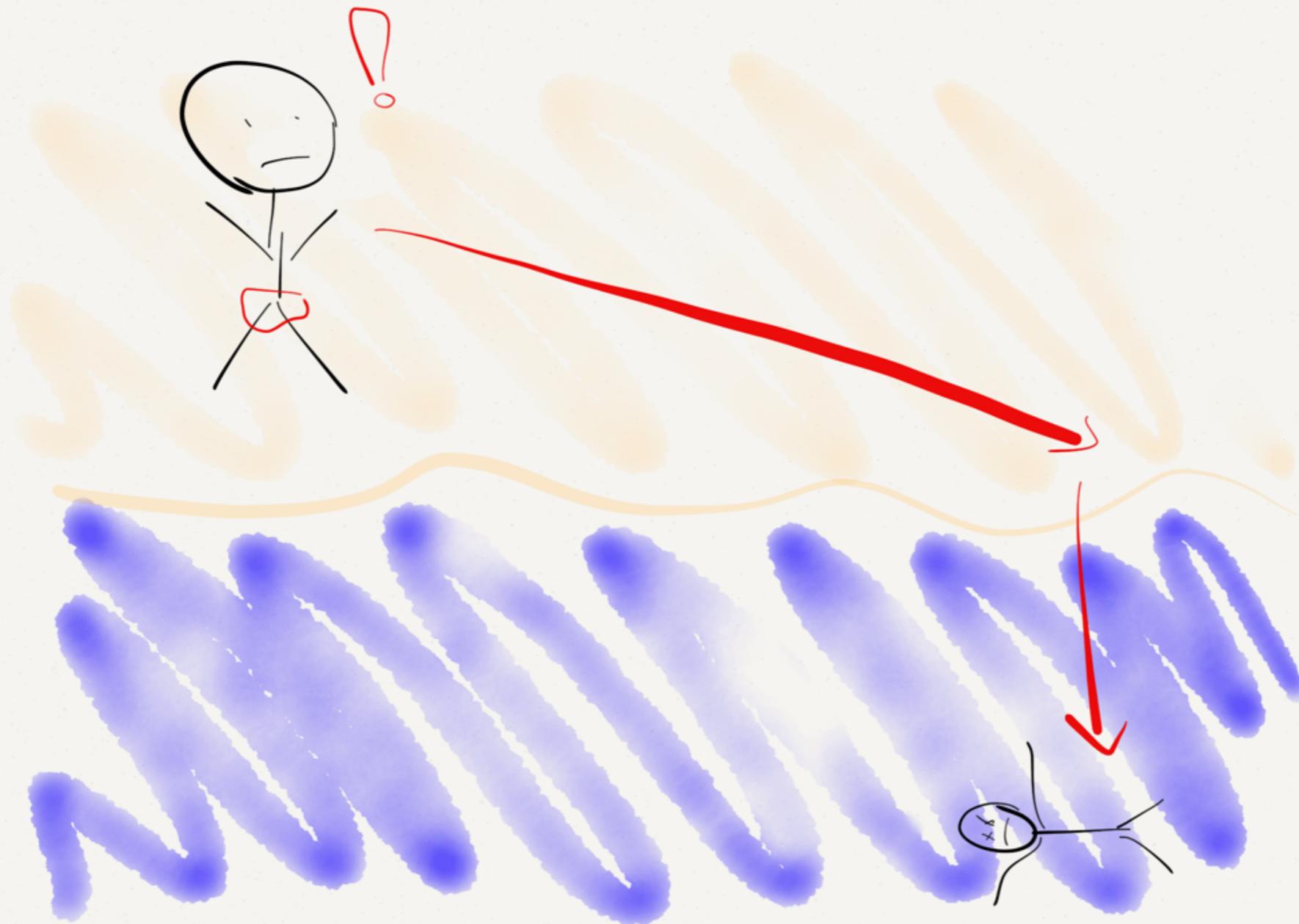
Snellius'sches Brechungsgesetz

Veranschaulichung des Fermat'schen Prinzips



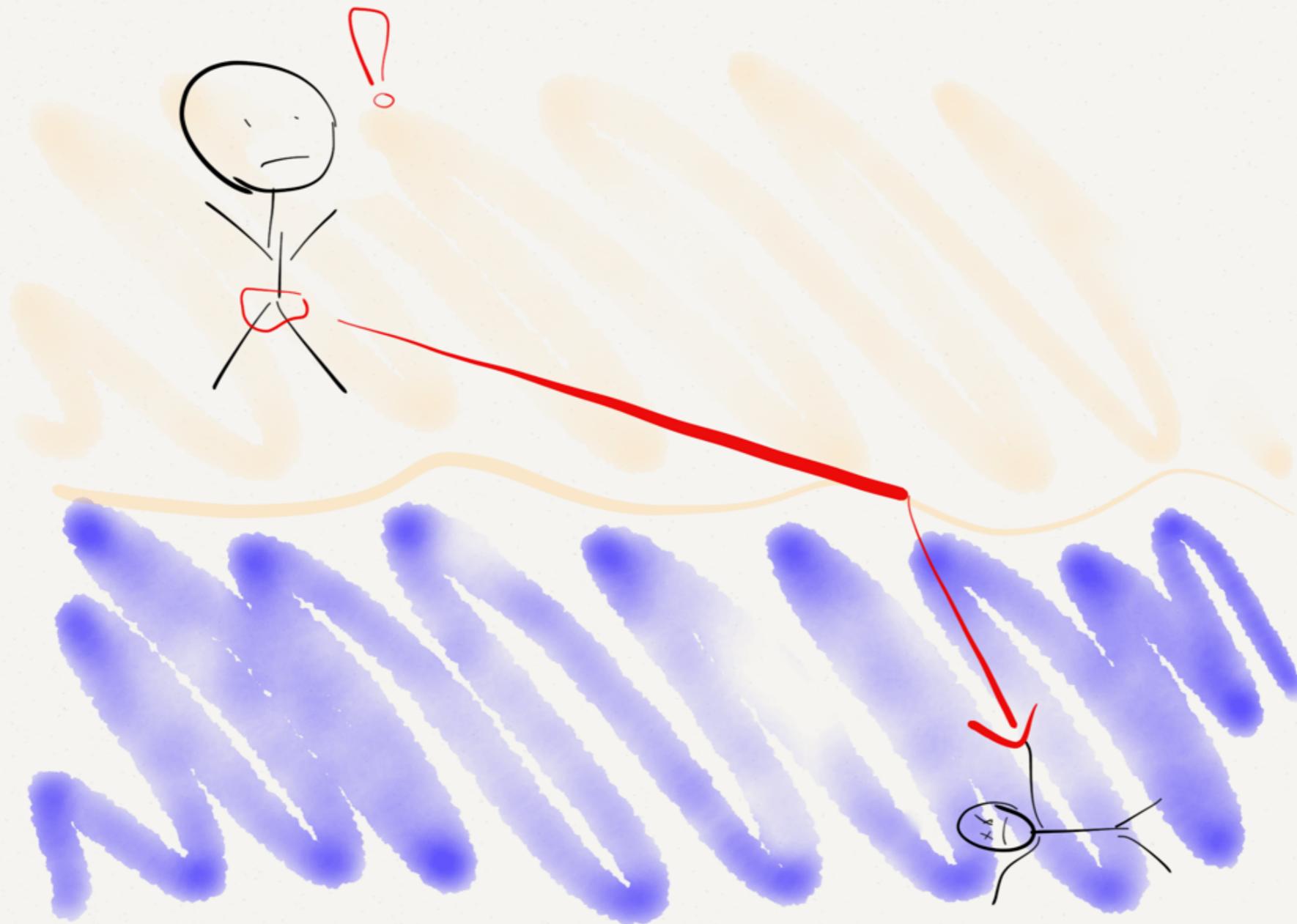
Snellius'sches Brechungsgesetz

Veranschaulichung des Fermat'schen Prinzips



Snellius'sches Brechungsgesetz

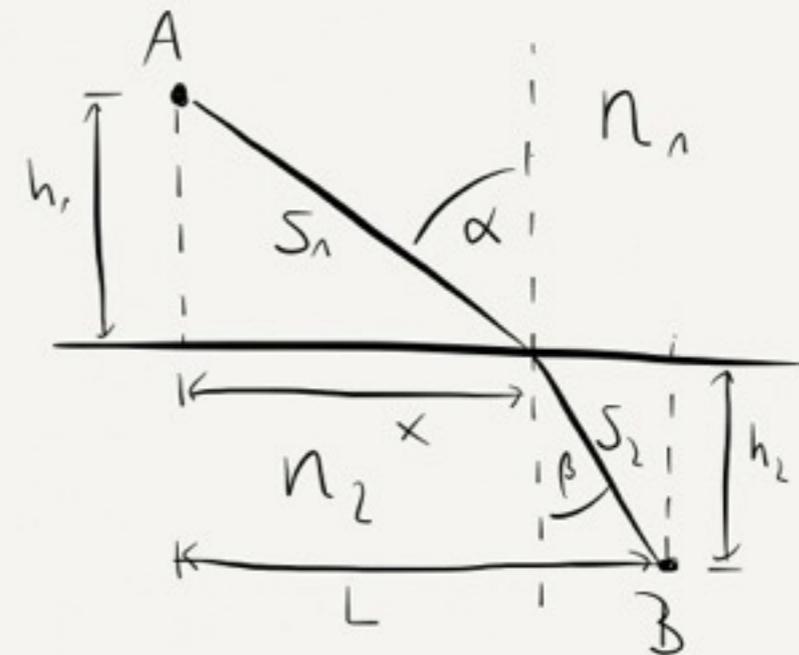
Veranschaulichung des Fermat'schen Prinzips



Snellius'sches Brechungsgesetz

Herleitung nach Fermat

- Lichtgeschwindigkeit in einem Medium ist langsamer als im Vakuum
- Darum ist die schnellste Strecke nicht mehr eine Gerade
- Merkbeispiel: Rettungsschwimmer rettet ertrinkenden Schwimmer. Am Strand schneller als im Wasser.



$$t = \frac{s_1}{c/n_1} + \frac{s_2}{c/n_2} = \frac{n_1 \cdot s_1}{c} + \frac{n_2 \cdot s_2}{c}$$

$$\frac{d}{dx} t = \frac{n_1}{c} \cdot \frac{x}{s_1} - \frac{n_2}{c} \cdot \frac{L-x}{s_2} \stackrel{!}{=} 0$$

$$\Rightarrow n_1 \cdot \sin \alpha = n_2 \cdot \sin \beta$$

$$n_1 \cdot \sin \alpha = n_2 \cdot \sin \beta$$

Folgerungen

- Umkehrbarkeit des Weges: wenn der Weg von A nach B bereits derjenige mit der kürzesten Zeit ist muss dies auch für die Gegenrichtung gelten. Licht geht immer in beide Richtungen!
- Als optische Pfadlänge wird das Produkt aus geometrischer Länge und Brechungsindex des jeweiligen Mediums bezeichnet.
- Bei einem variablen Brechungsindex ist es das Integral des Produkts:

$$OPL = \int_C n(x) dx$$

- In der refraktiven Optik wird zum Vergleich zweier Pfade auch von der optischen Pfad-Differenz (Optical Path Difference, OPD) gesprochen.

Sonnenuntergang

- Wenn Sie die Sonne am Horizont untergehen sehen ist sie aus geometrischer Sicht bereits seit einigen Minuten unter dem Horizont. Diskutieren Sie in Gruppen und erklären Sie das Phänomen. Denken Sie dabei an Fermat!

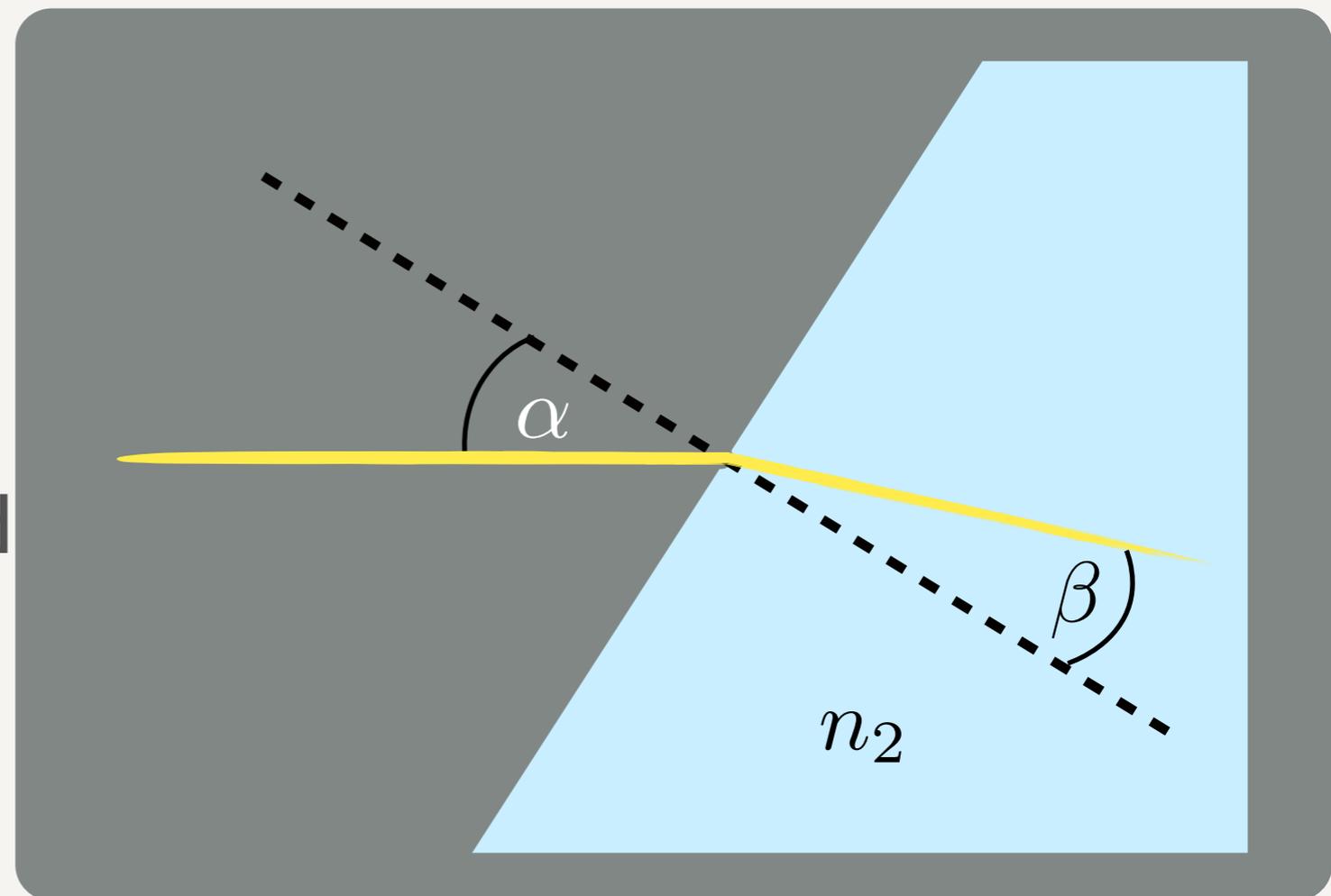
Brechungsgesetz I

Vom dünnen ins dichte Medium

Snellius'sches
Brechungsgesetz:

$$n_1 \sin \alpha = n_2 \sin \beta$$

- Vom optisch dünnen ins optisch dichte Medium wird zum Lot hin gebrochen.
- *Von dünn nach dicht zum Lot sich bricht.*



$$n_1 < n_2$$

Brechungsindex

Aufgabe

$$n_1 \sin \alpha = n_2 \sin \beta$$

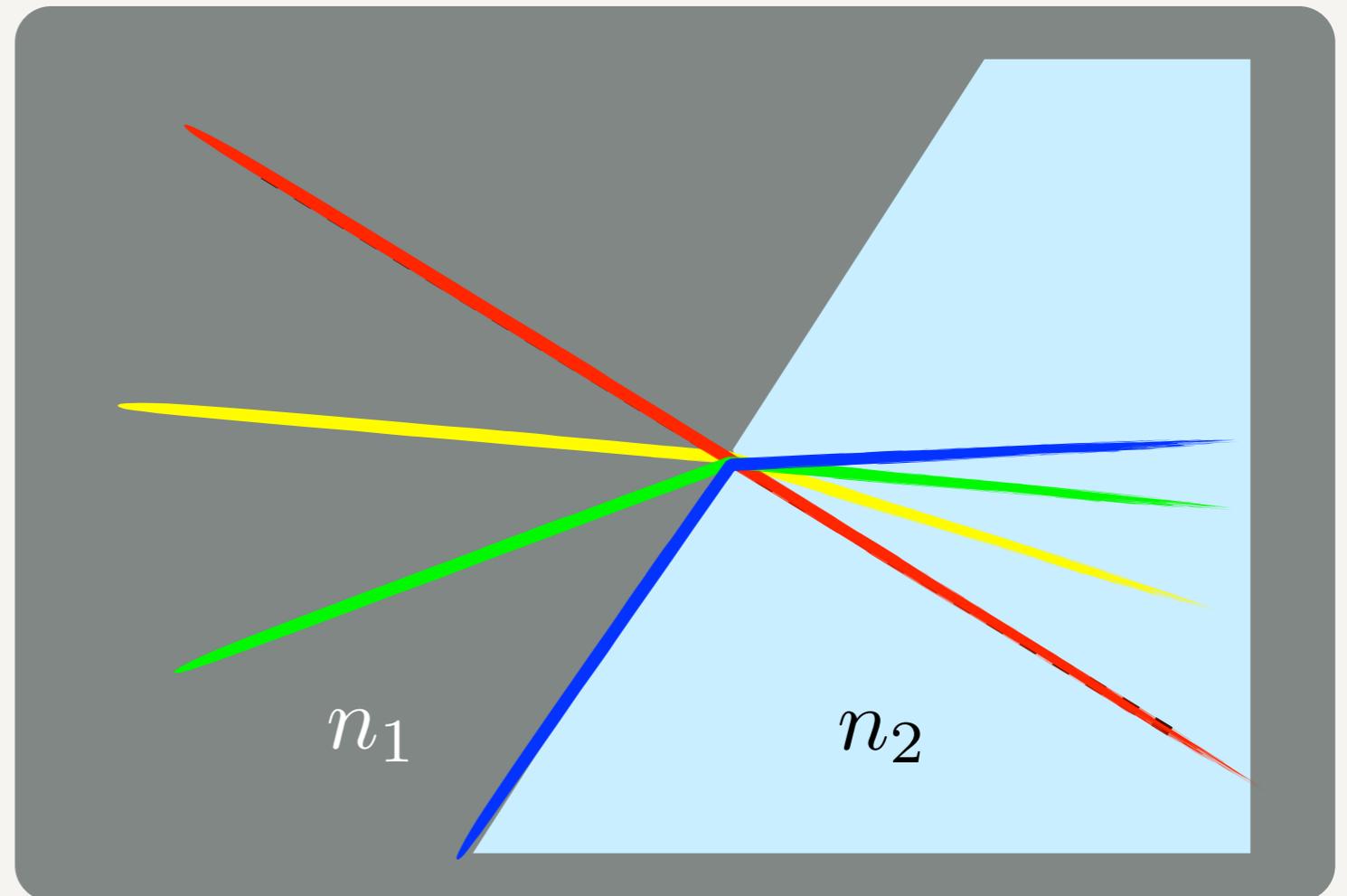
Von	Nach	alpha
Luft n = 1.00	Glas n = 1.52	20°
Luft n = 1.00	Wasser n = 1.33	30°
Wasser n = 1.33	Glas n = 1.52	45°

Brechungsgesetz I

Vom dünnen ins dichte Medium

$$n_1 \sin \alpha = n_2 \sin \beta$$

Luft	Glas
α	β
0°	0°
30°	19.2°
60°	34.7°
89.9°	41.1°



$$n_1 < n_2$$

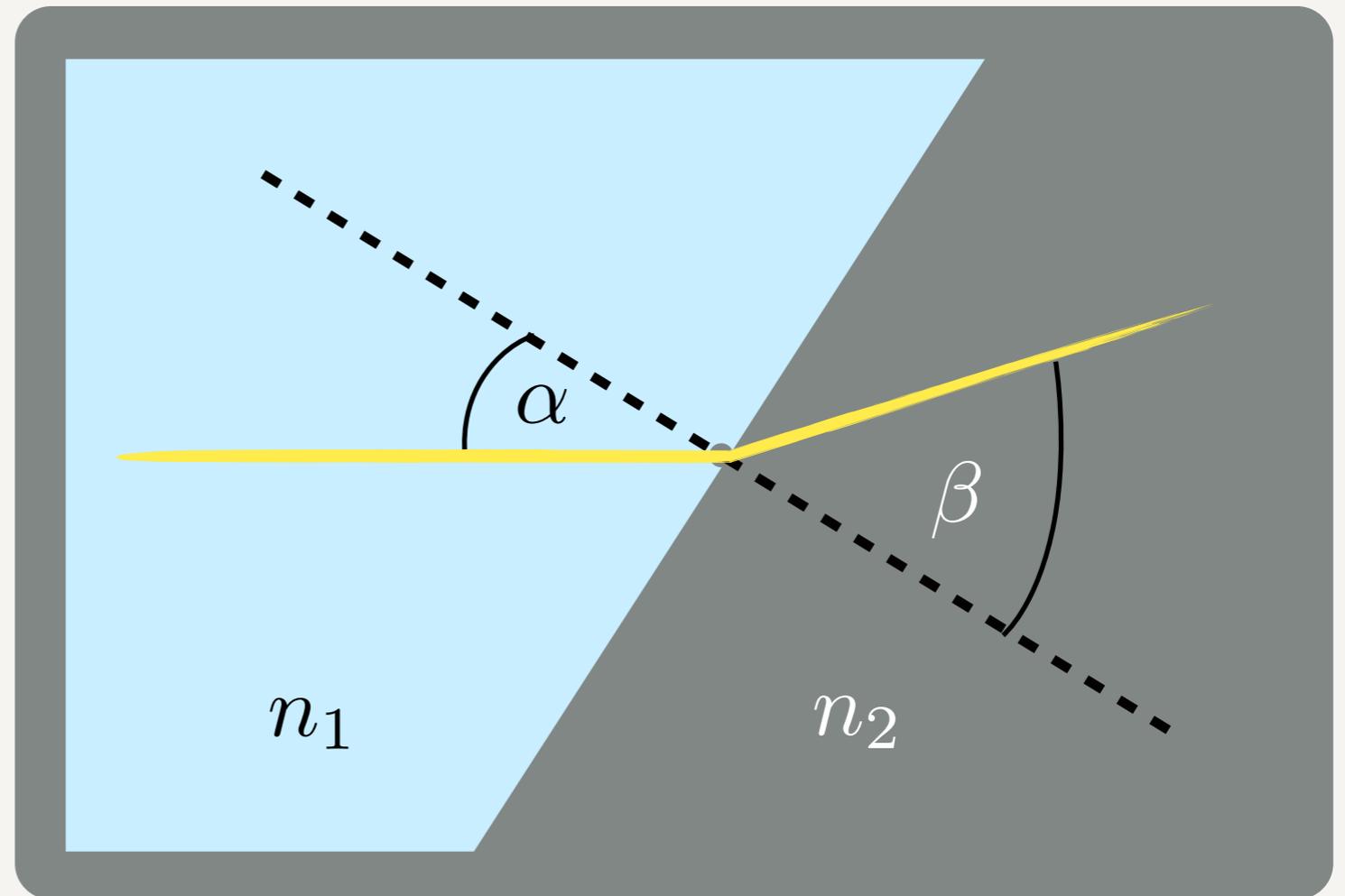
Brechungsgesetz II

Vom dichten ins dünne Medium

Snellius'sches
Brechungsgesetz:

$$n_1 \sin \alpha = n_2 \sin \beta$$

- Vom optisch dichten ins optisch dünne Medium wird vom Lot weg gebrochen.



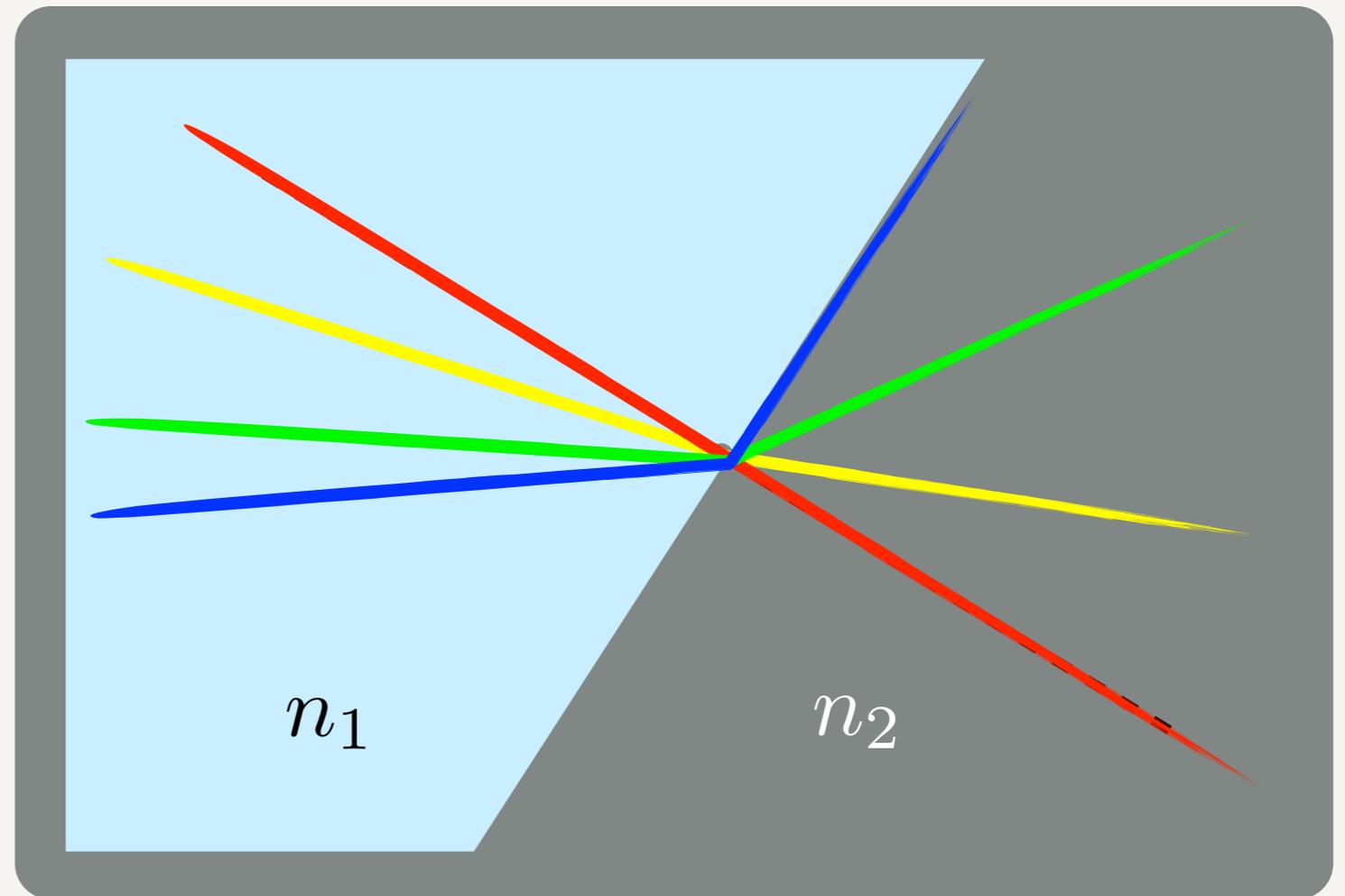
$$n_1 > n_2$$

Brechungsgesetz II

Vom dichten ins dünne Medium

$$n_1 \sin \alpha = n_2 \sin \beta$$

Glas	Luft
α	β
0°	0°
19.2°	30°
34.7°	60°
41.1°	89.9°



$$n_1 > n_2$$

Der Lichtweg ist immer umkehrbar!

Totalreflexion

Ab einem Grenzwinkel kann der Lichtstrahl nicht nach außen brechen.

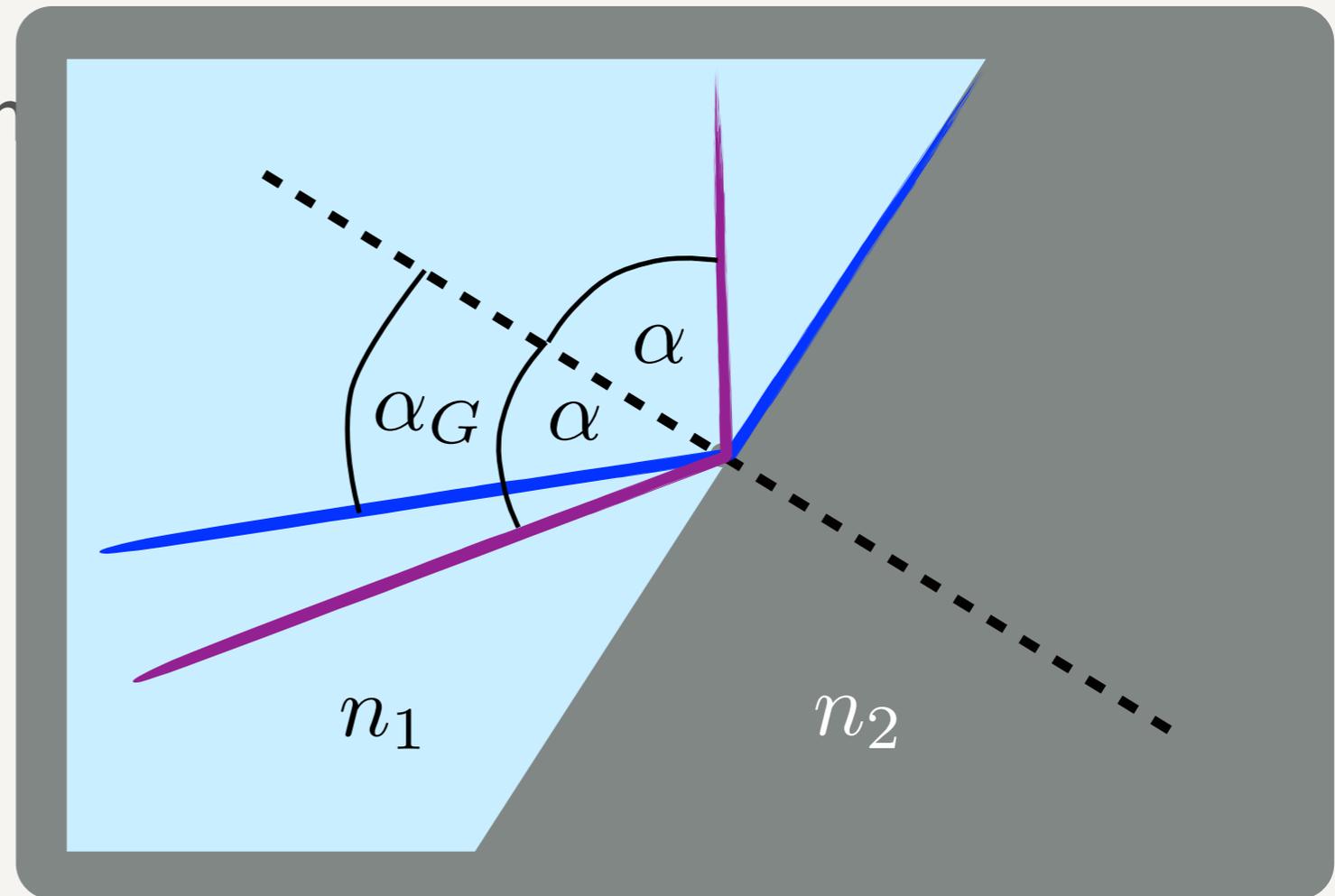
$$n_1 \cdot \sin \alpha_G = n_2 \cdot \sin 90^\circ$$

$$\Rightarrow \alpha_G = \arcsin \left(\frac{n_2}{n_1} \right)$$

Alle Lichtstrahlen mit

$$\alpha > \alpha_G$$

werden vollständig reflektiert.



$$n_1 > n_2$$

Totalreflexion

Ab einem Grenzwinkel kann der Lichtstrahl nicht nach außen brechen.

$$n_1 \cdot \sin \alpha_G = n_2 \cdot \sin 90^\circ$$

$$\Rightarrow \alpha_G = \arcsin \left(\frac{n_2}{n_1} \right)$$

Alle Lichtstrahlen mit

$$\alpha > \alpha_G$$

werden vollständig reflektiert.

Von	Nach	α_G
Glas n = 1.52	Luft n = 1.00	41.1°
Wasser n = 1.33	Luft n = 1.00	48.8°
Glas n = 1.52	Wasser n = 1.33	61.0°

Diamant

- Berechnen Sie den Winkel der Totalreflexion eines Diamanten mit $n = 2.42$ beim Übergang zu Luft ($n = 1$).
- Leiten Sie dazu die Formel von eben einfach noch einmal her.

Zusammenfassung Lichtstrahlen

- Fermat'sches Prinzip: kürzeste Zeit
- Lichtweg ist umkehrbar
- Reflexionsgesetz: $\alpha = \beta$
- Brechungsgesetz: $n_1 \cdot \sin \alpha = n_2 \cdot \sin \beta$
- Totalreflexion: $\alpha_G = \arcsin \left(\frac{n_2}{n_1} \right)$

Eigenschaften optischer Medien

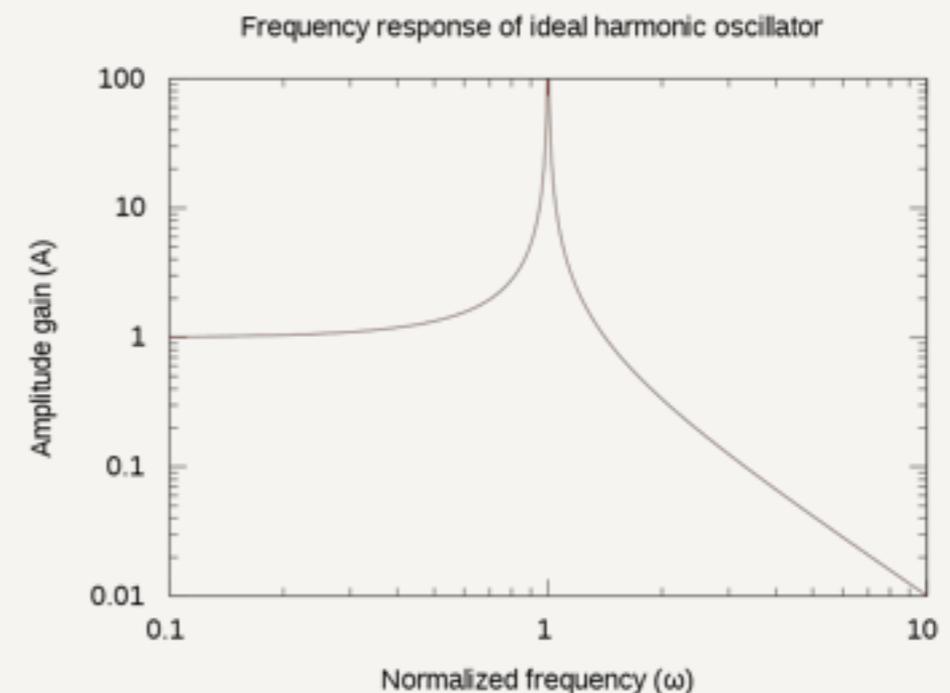
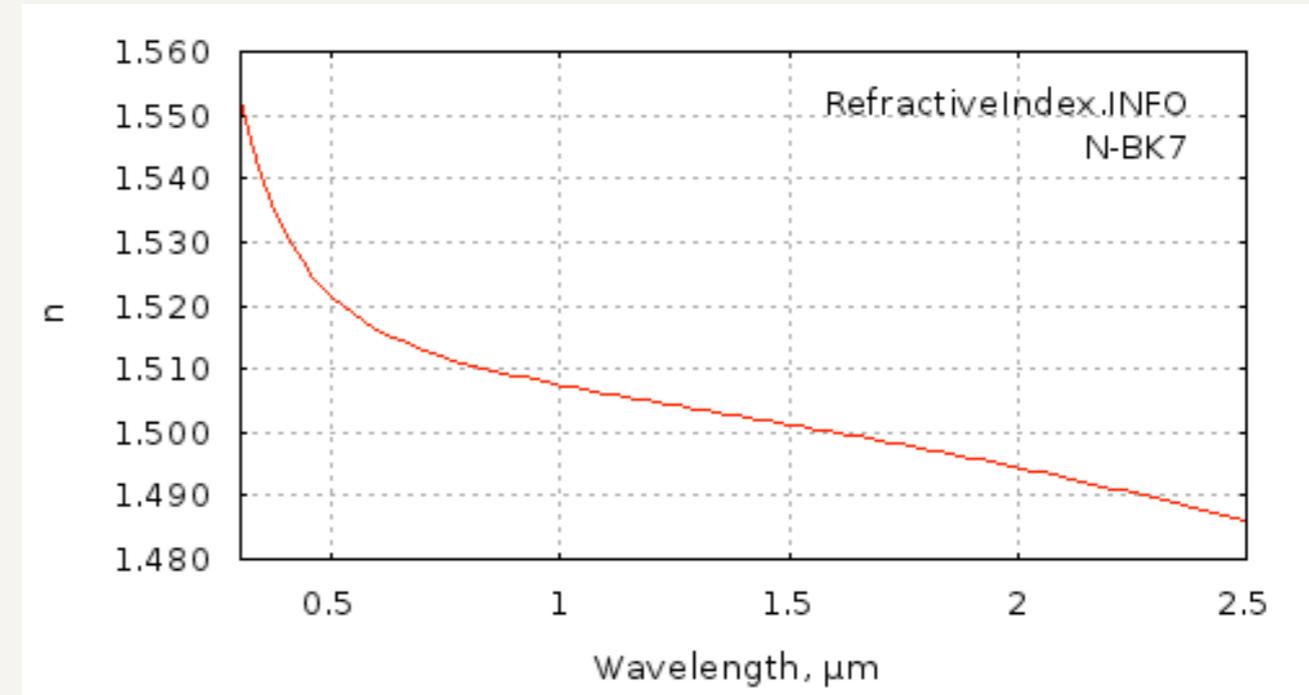
- Dispersion: Brechungsindex des Materials hängt von der Frequenz des Lichtes ab.
- Absorption: Licht wird im Material absorbiert und i.A. in Wärme (d.h. Bewegungsenergie der Atome) umgewandelt.



Dispersion

Dispersion

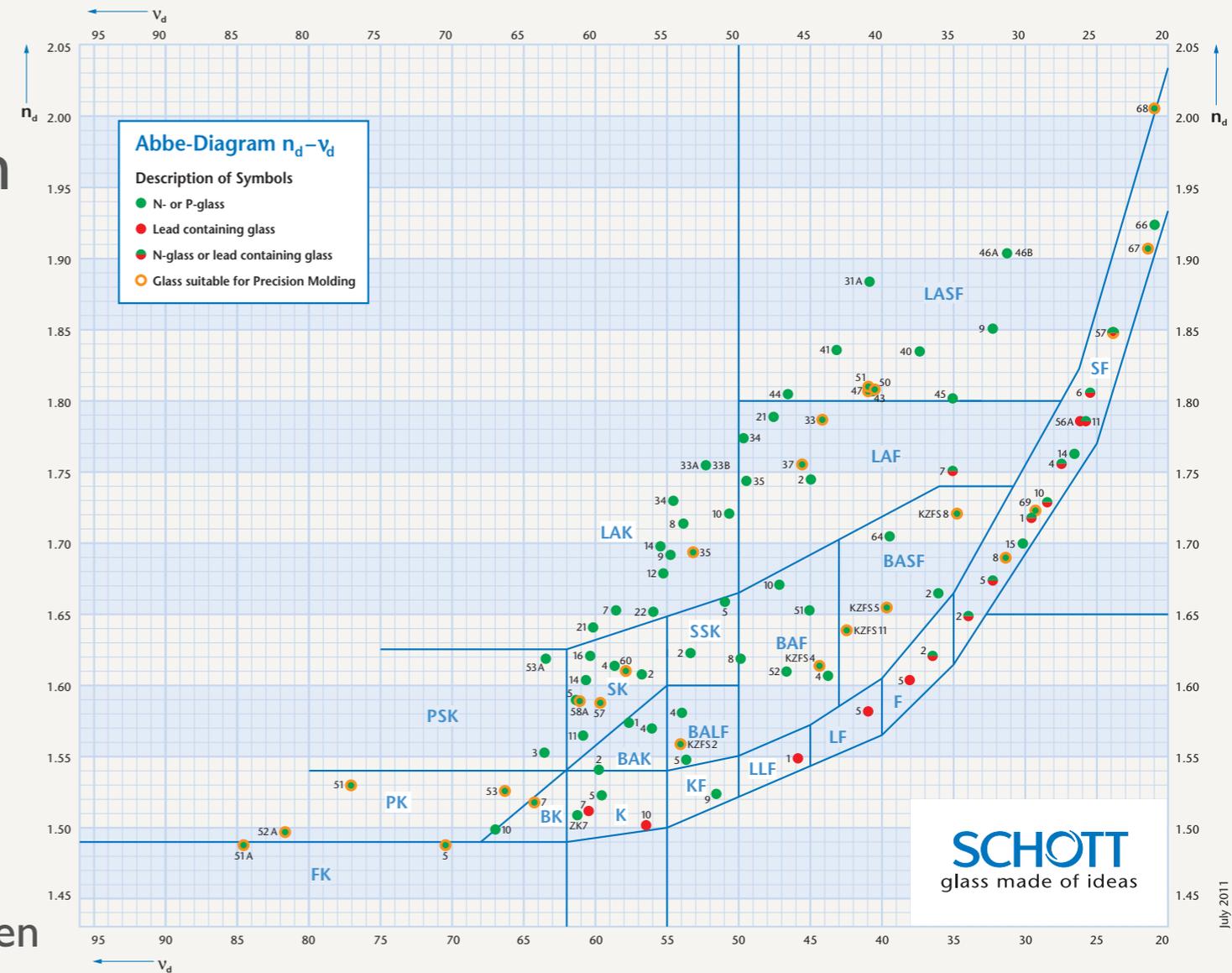
- Lichtgeschwindigkeit im Medium hängt von der Wellenlänge des Lichts ab
- Analogie: Resonanz eines getriebenen harmonischen Oszillators (z.B. LC-Schwingkreis)
- Ursache: Schwingendes System Elektron - Kern mit Coulomb-Anziehung als Federkraft.



Dispersion

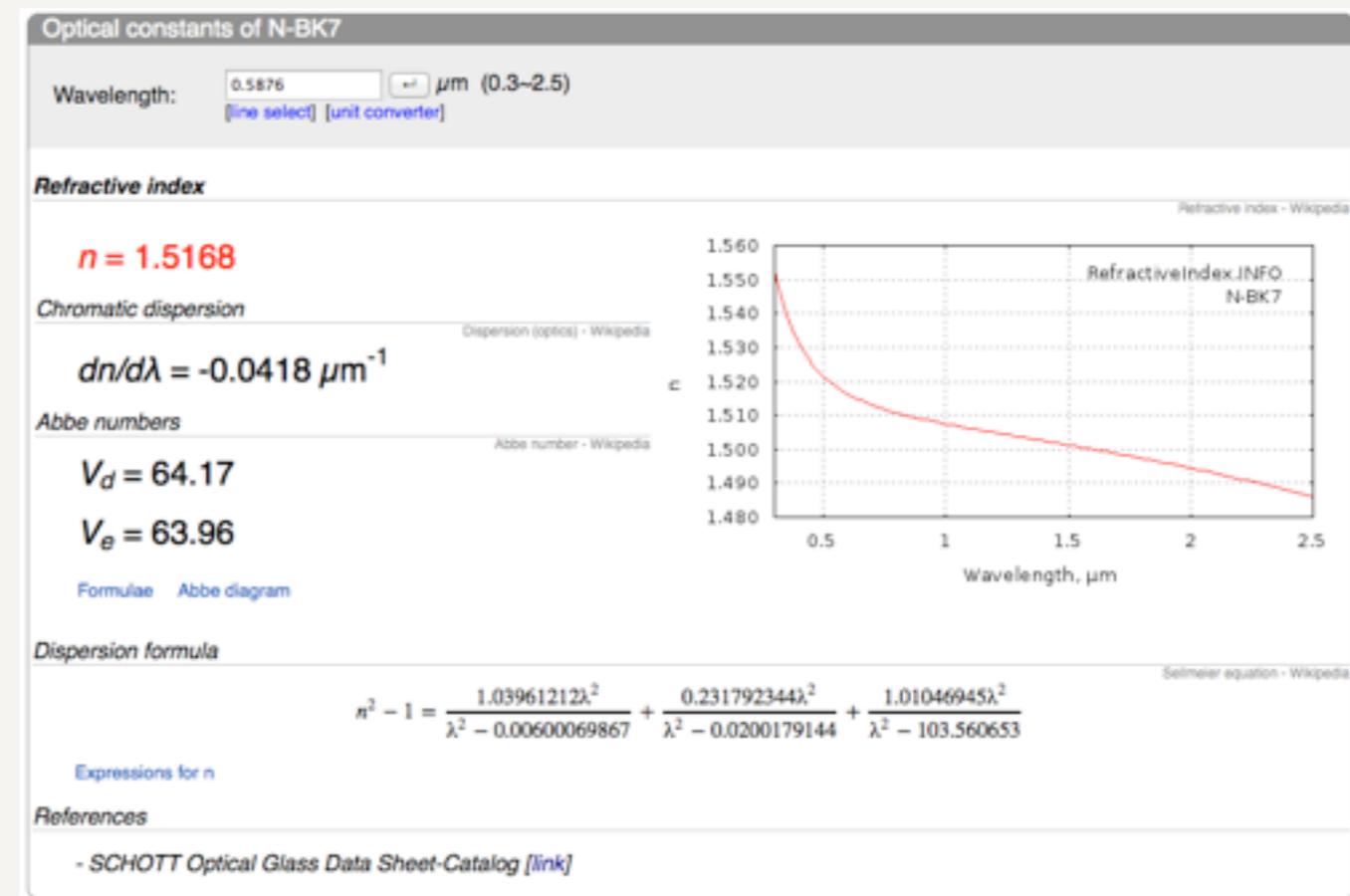
- Charakterisierung von technischen Gläsern mit Brechungsindex und Dispersion
- Brechungsindex n_d
- Dispersion: Abbe-Zahl

$$\nu_d = \frac{n_d - 1}{n_F - n_C}$$
- Ein Maß wie stark sich der Brechungsindex ändert
- d, F und C beziehen sich auf die Fraunhofer-Linien



Dispersion

- Abbe-Zahl nur eine Näherung
- Genauere Darstellung mit funktionalem Zusammenhang: Schott- oder Sellmeier-Formel
- Insbesondere für Raytracing notwendig



Quelle: refractiveindex.info

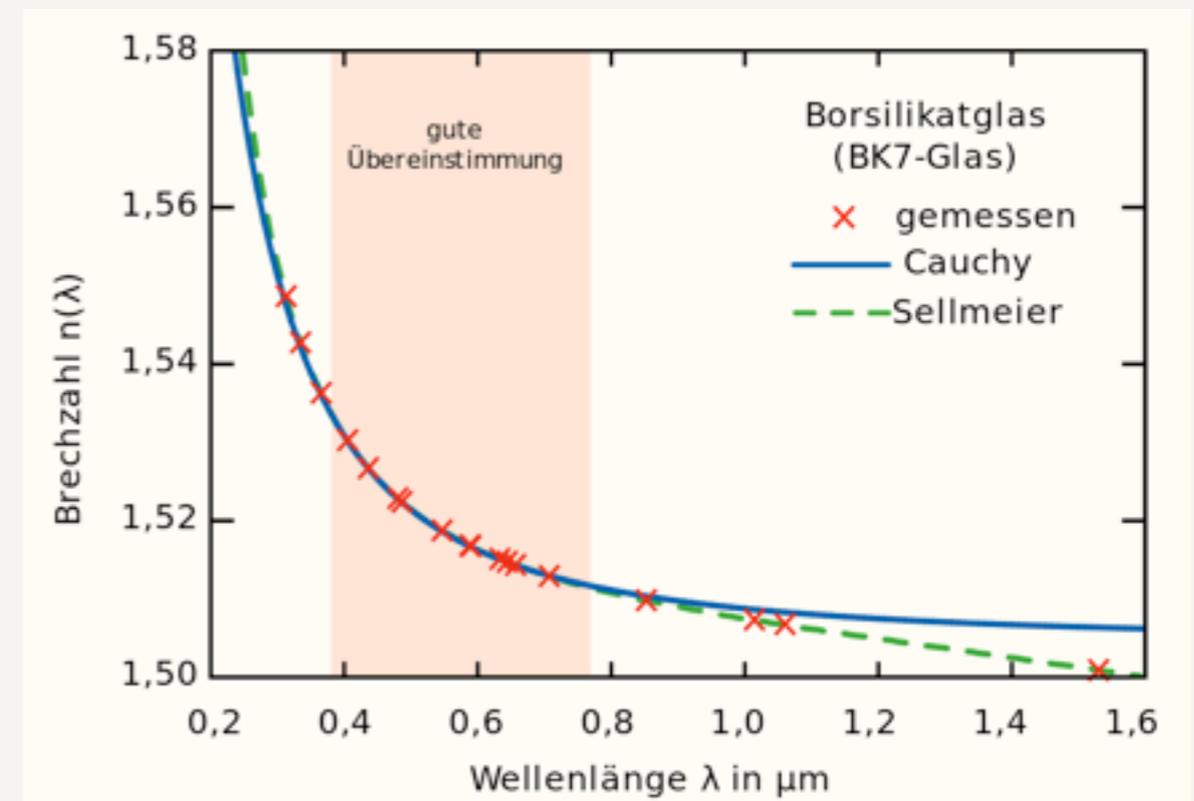
Sellmeier-Formel

N-BK7

$$n^2(\lambda) = 1 + \frac{B_1 \lambda^2}{\lambda^2 - C_1} + \frac{B_2 \lambda^2}{\lambda^2 - C_2} + \frac{B_3 \lambda^2}{\lambda^2 - C_3}$$

Konstanten der Dispersionsformel	
B₁	1,03961212
B₂	0,231792344
B₃	1,01046945
C₁	0,00600069867
C₂	0,0200179144
C₃	103,560653

- Eine empirisch gefundene Formel zur Beschreibung des Brechungsindex über das sichtbare Spektrum
- 6 Konstanten als Parameter



Schott-Formel

$$n^2 = A_0 + A_1\lambda^2 + A_2\lambda^{-2} + A_3\lambda^{-4} + A_4\lambda^{-6} + A_5\lambda^{-8}$$

H-F4 von CDGM

- Empirischer polynominaler Zusammenhang
- 6 Konstanten als Parameter

色散公式的系数 Constants of Dispersion Formula	
A_0	2.56216381
A_1	$-1.30775362 \times 10^{-2}$
A_2	$1.81084716 \times 10^{-2}$
A_3	$2.31573055 \times 10^{-3}$
A_4	$-2.64961402 \times 10^{-4}$
A_5	$2.07458046 \times 10^{-5}$

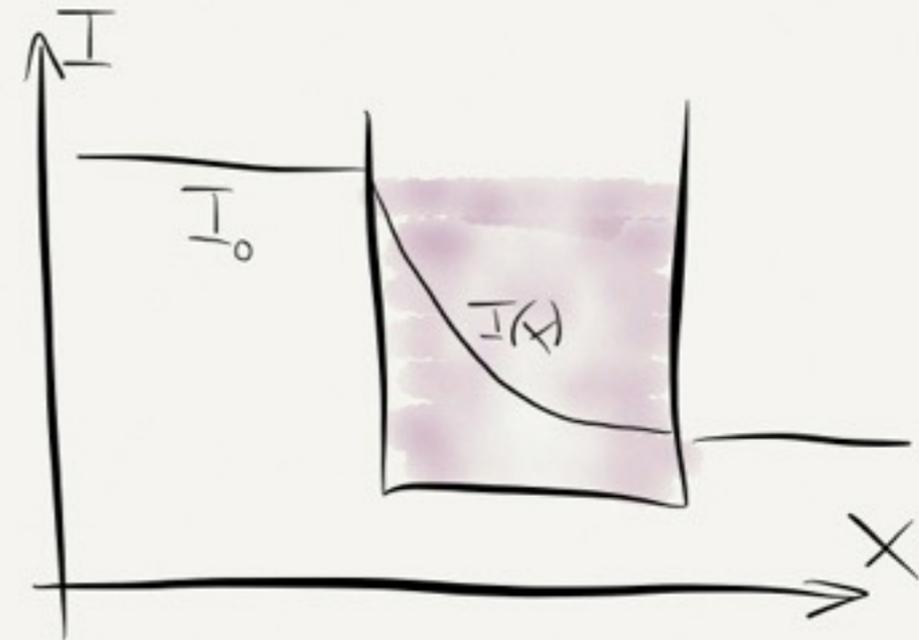


Transmission und Absorption

Transmission und Absorption

- Absorption eines Photons und Umwandlung der Energie in Wärme
- Lambert-Beer'sches Gesetz
- Genau wie der Brechungsindex abhängig von der Wellenlänge
- Gilt für alle Materialien (später: komplexer Brechungsindex)

[Herleitung bei Chemgapedia](#)



$$I(x) = I_0 \cdot e^{-\alpha x}$$

Lambert-Beer'sches Gesetz

Transmission und Absorption

- Transmission gibt an, wie viel Prozent der Strahlung durchgelassen wird.
- Absorption ist grad der Teil, der nicht transmittiert wurde.
- Im allgemeinen ist der Absorptionskoeffizient abhängig von der Wellenlänge

Lambert-Beer $I(x) = I_0 \cdot e^{-\alpha x}$

Transmission $T = \frac{I}{I_0} = e^{-\alpha x}$

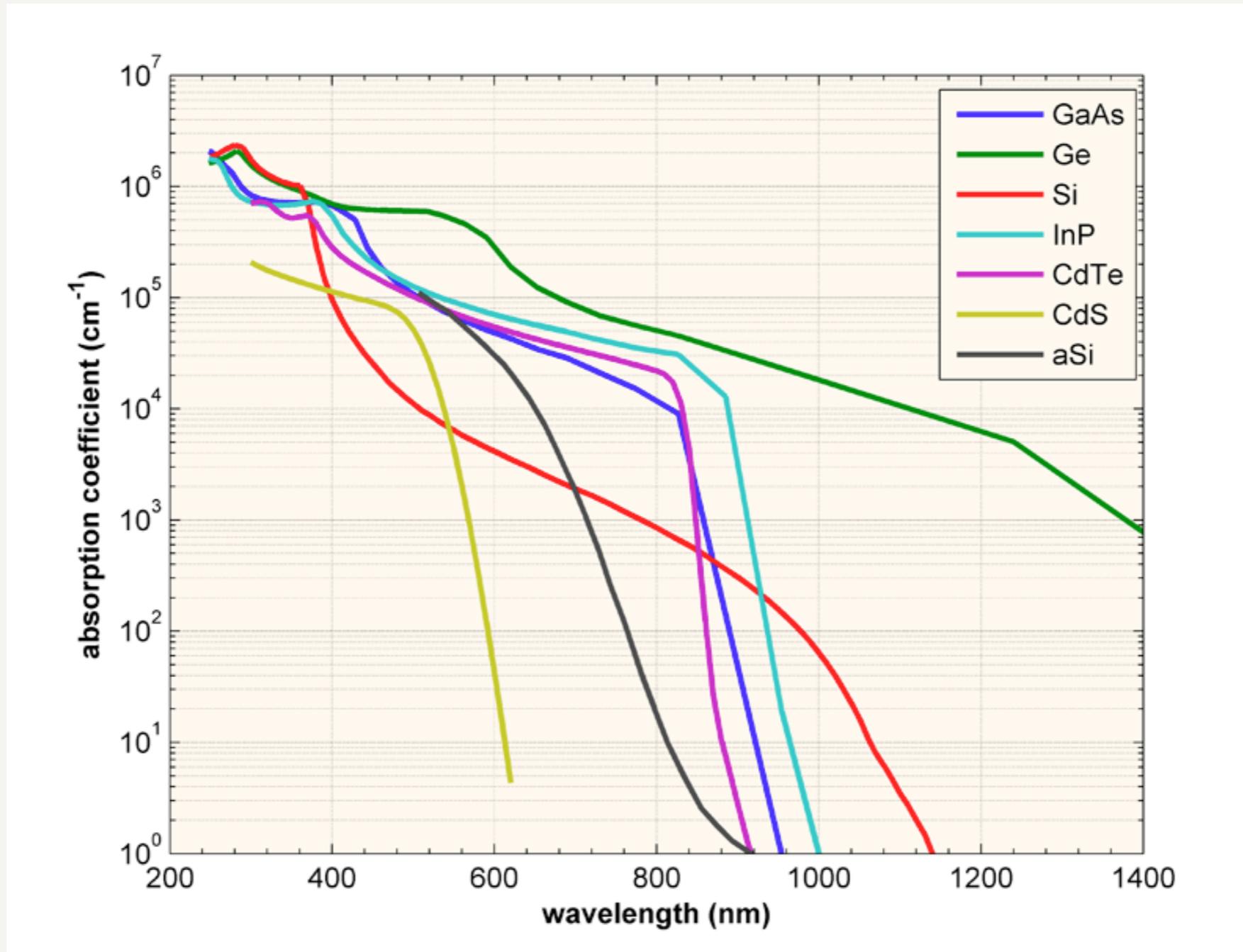
Absorption $A = 1 - T$

l.a. $\alpha = \alpha(\lambda)$

$$\Rightarrow I(x, \lambda) = I_0 \cdot e^{-\alpha(\lambda)x}$$

$$T(\lambda) = e^{-\alpha(\lambda)x}$$

Transmission und Absorption



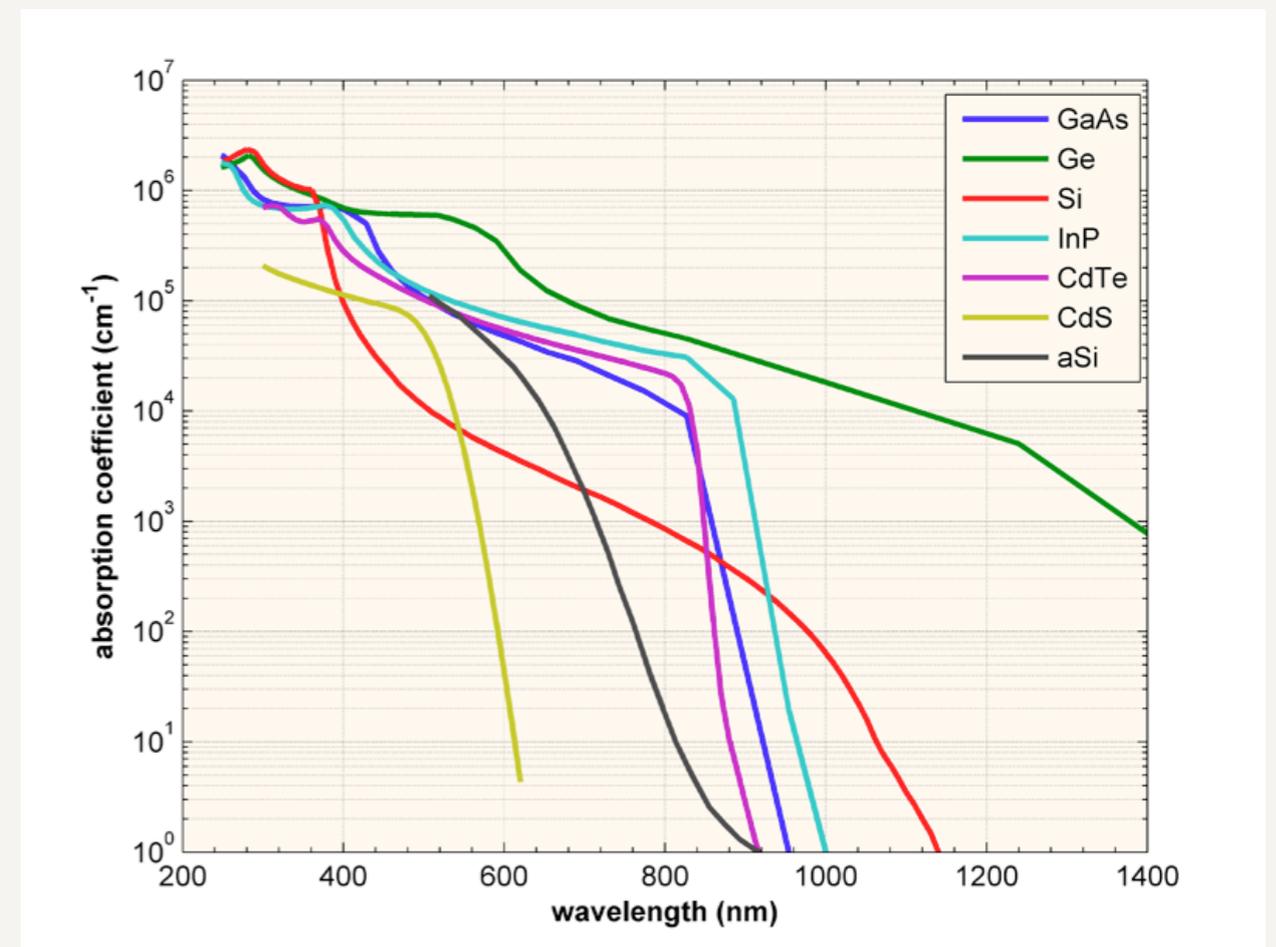
<http://pveducation.org/pvcdrom/pn-junction/absorption-coefficient>

Transmission und Absorption

$$I(x) = I_0 \cdot e^{-\alpha x}$$

$$T = \frac{I}{I_0} = e^{-\alpha x}$$

- Wie groß ist die Absorption von Licht der Wellenlänge 600nm nach 5µm in a-Si und in CdS.
- Wie weit ist die mittlere Eindringtiefe (Abfall Intensität auf 1/e) bei 600nm für Si?



<http://pveducation.org/pvcdrom/pn-junction/absorption-coefficient>

Transmission und Absorption

Kristallines Silizium (c-Si)

Wellenlänge (nm)	α (cm ⁻¹)	Mittlere Eindringtiefe (μm)
500	10000	1
750	2000	5
1000	60	166

Transmission und Absorption

Amorphes Silizium (a-Si)

Wellenlänge (nm)	α (cm ⁻¹)	Mittlere Eindringtiefe (μm)
500	100000	0,1
750	2000	5
1000	N/A	„Unendlich“

Optische Filter

Anwendung von Absorption

Optische Filter von Schott: Filter

- Langpass
- Bandpass (Fluoreszenz-Mikroskope z.B. in der Medizintechnik)
- Kurzpass (Wärmedämmglas)
- Neutralfilter (Fotografie, Abschwächung)
- Tageslicht-Sperrfilter



Zusammenfassung: Eigenschaften optischer Medien

- Dispersion: Brechungsindex hängt von der Wellenlänge des Materials ab.
- 1. Beschreibung: Abbe-Zahl
- Genauer: Polynomiale Darstellung nach Sellmeyer oder Schott
- Absorption: Licht wird im Material absorbiert und i.A. in Wärme (d.h. Bewegungsenergie der Atome) umgewandelt.
- Lambert-Beer'sches Gesetz: exponentieller Abfall der Intensität

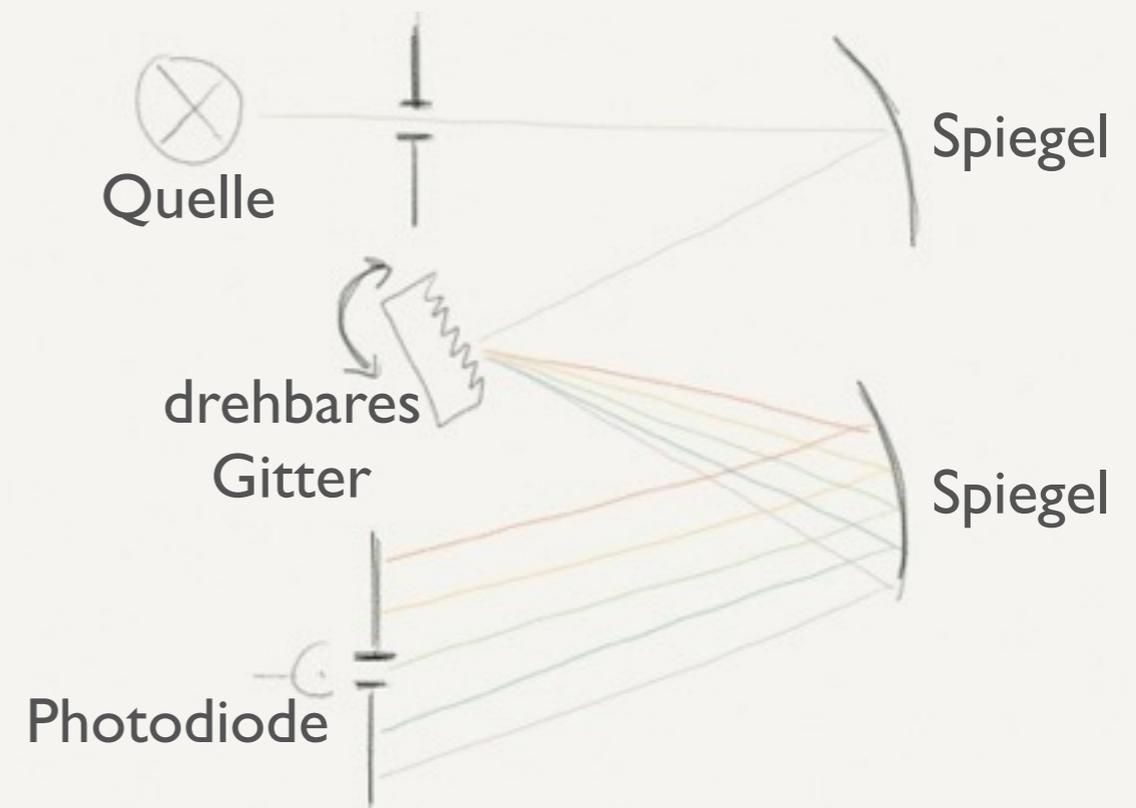


Spektrometer

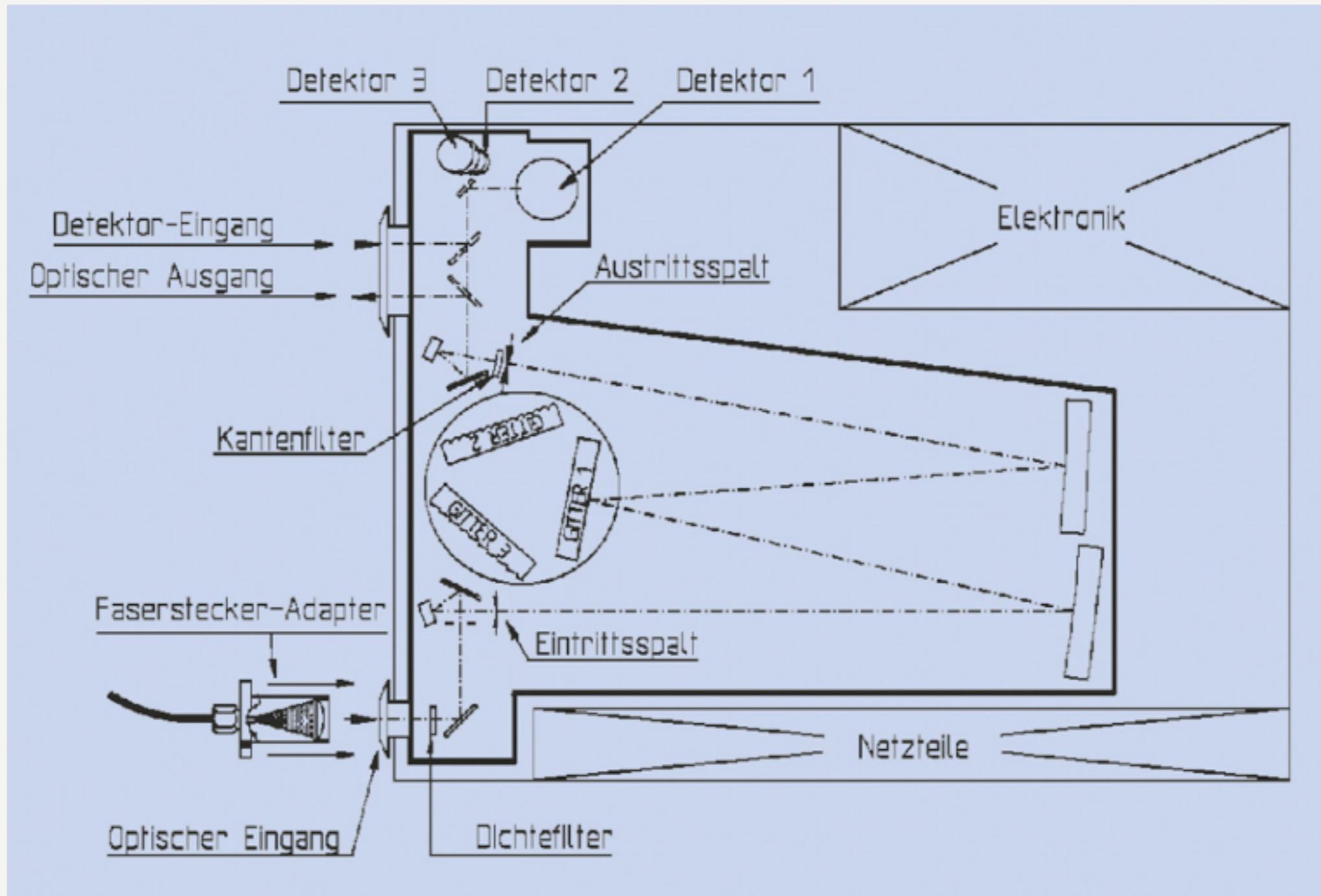
Modernes Spektrometer

- Optisches Gitter ersetzt Dispersionsprisma wegen des höheren Auflösungsvermögens
- Gitter ist drehbar gelagert
- Blende vor der Photodiode wählt einzelne Wellenlänge aus

Auflösungsvermögen: ausführliche Erklärung



Modernes Spektrometer



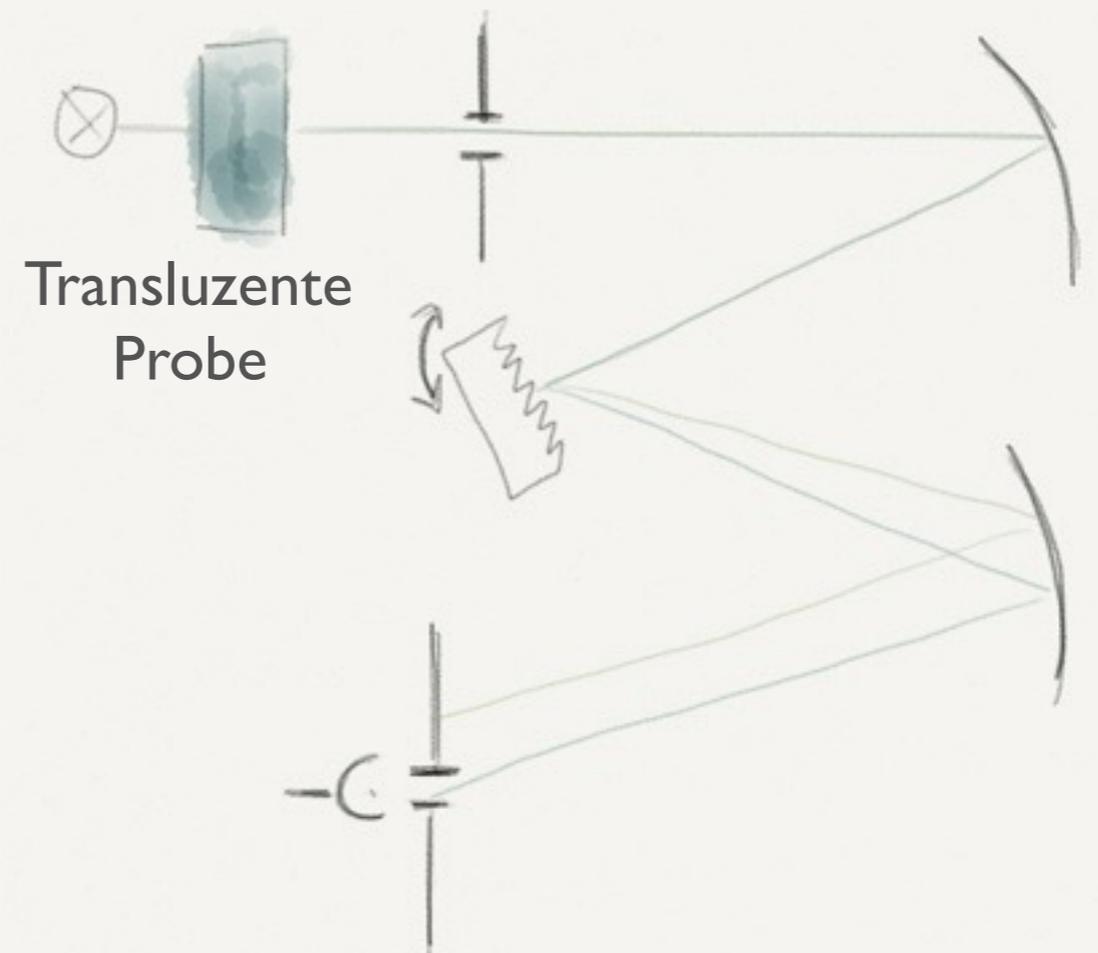
Quelle: Instrument Systems Spectro 320

Transmissionsmessung

- Referenzmessung ohne Probe gibt Spektrum der Lichtquelle: $I_0(\lambda)$
- Transmissionsmessung durch die Probe hindurch: $I(\lambda)$
- Ergebnis: Transmission

$$T = \frac{I(\lambda)}{I_0(\lambda)}$$

- Später Berücksichtigung der Grenzflächen:
Reintransmission



Absorptionsmessung

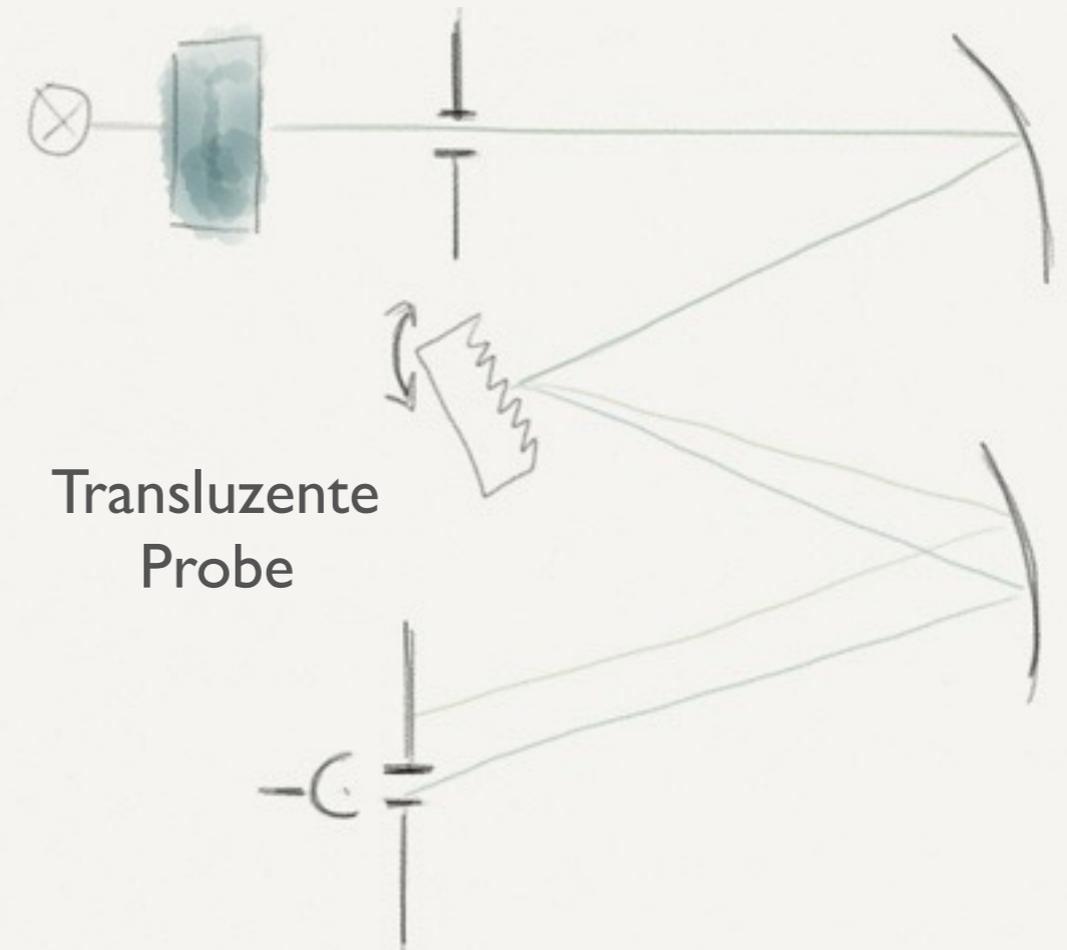
- Referenzmessung ohne Probe:
Spektrum der Lichtquelle: $I_0(\lambda)$
- Transmissionsmessung durch die Probe hindurch:

- Absorption*:
$$A = 1 - T = 1 - \frac{I(\lambda)}{I_0(\lambda)}$$

- Mit Probendicke d Bestimmung des Absorptionskoeffizienten

$$I(\lambda) = I_0(\lambda) \cdot e^{-Kd} \quad \Rightarrow \quad K = -\frac{1}{d} \cdot \ln \frac{I(\lambda)}{I_0(\lambda)}$$

* Grenzflächen-Reflexe werden ignoriert

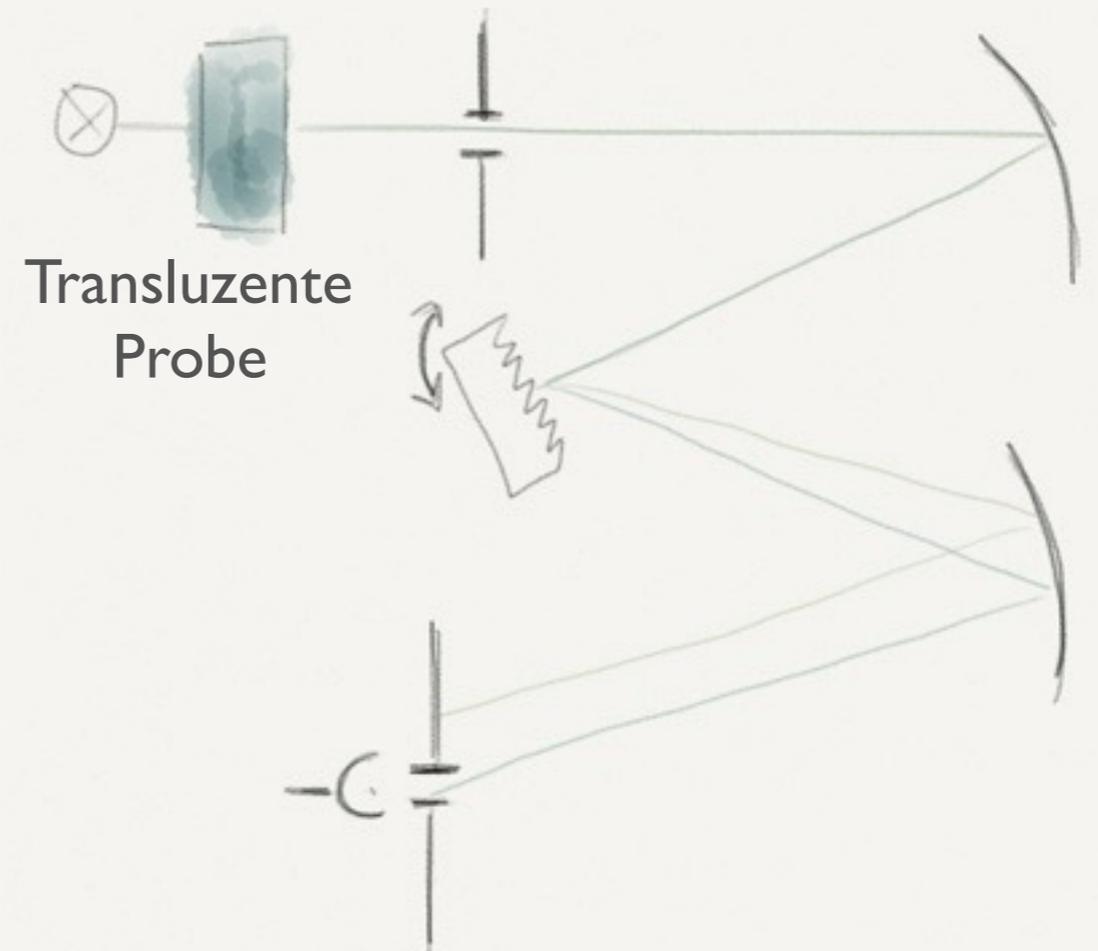


Transmissionsmessung

- Wie ändert sich die Transmission wenn sich die Dicke der Probe verdoppelt?

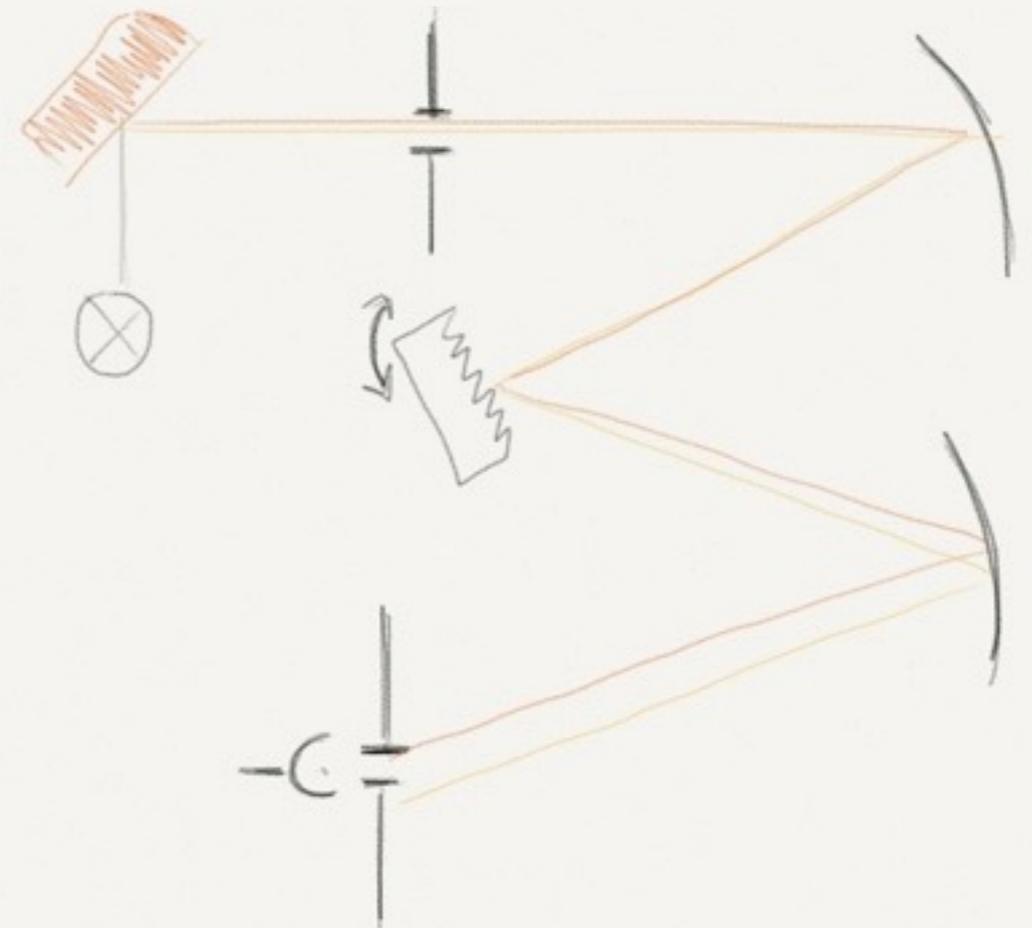
$$T = \frac{I(\lambda)}{I_0(\lambda)}$$

$$I(x) = I_0 \cdot e^{-\alpha x}$$



Reflexions- und Farbmessung

- Quelle beleuchtet einen reflektierenden und / oder farbigen Gegenstand
- Benötigt Reflexionsnormal zur relativen Messung
- Im allgemeinen stark abhängig vom Beleuchtungs-Winkel und der Oberflächenstruktur
- Eigenständiges Mess- und Forschungsgebiet





Prisma

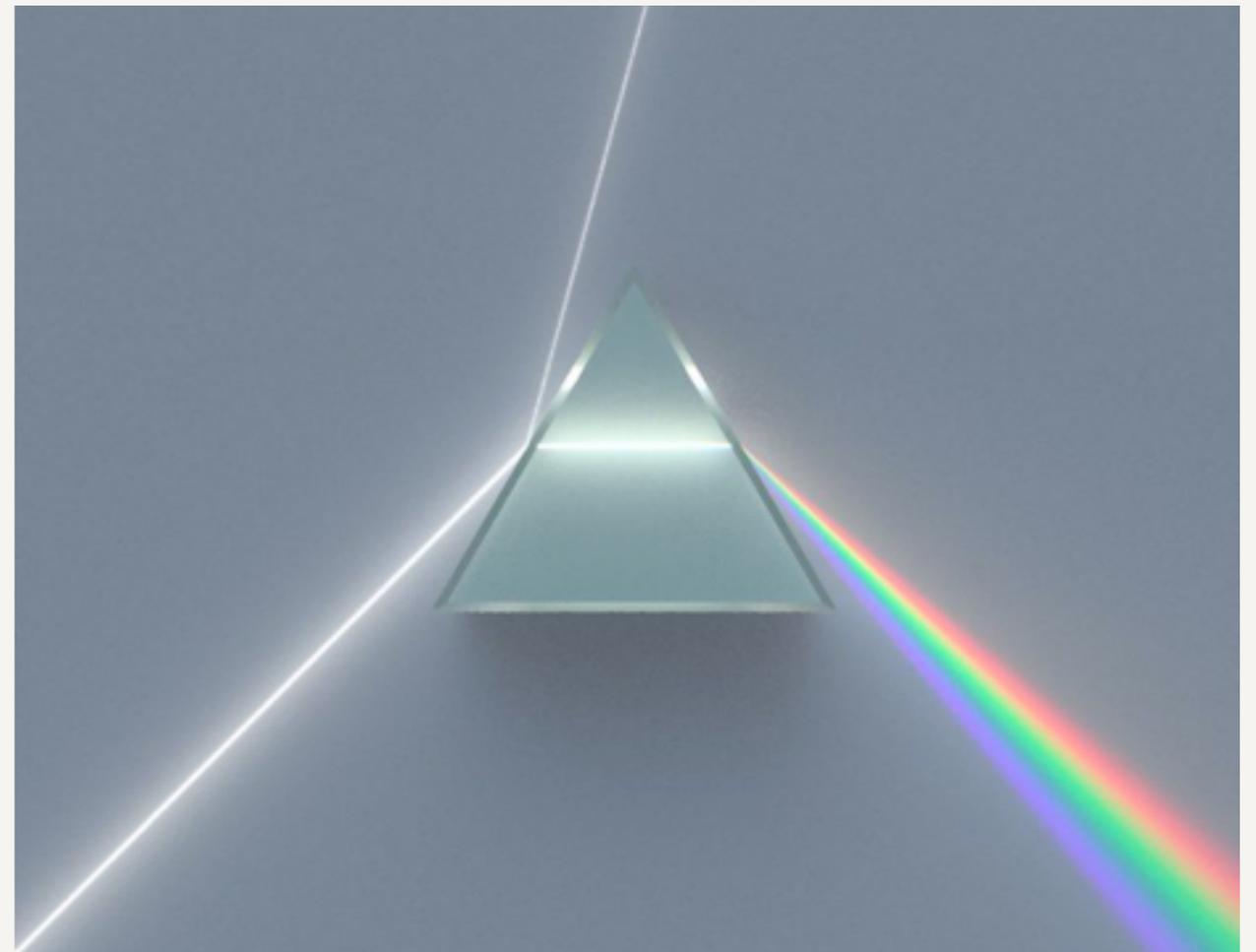
Prisma

„Zutaten“

- Brechung
- Dispersion
- Zwei optische Flächen mit einem Winkel zueinander

Eigenschaften

- Ablenkwinkel
- Minimaler Ablenkwinkel
- Winkeldispersion



Prisma

- Ablenkung ist Summe der Winkeldifferenzen pro Brechung

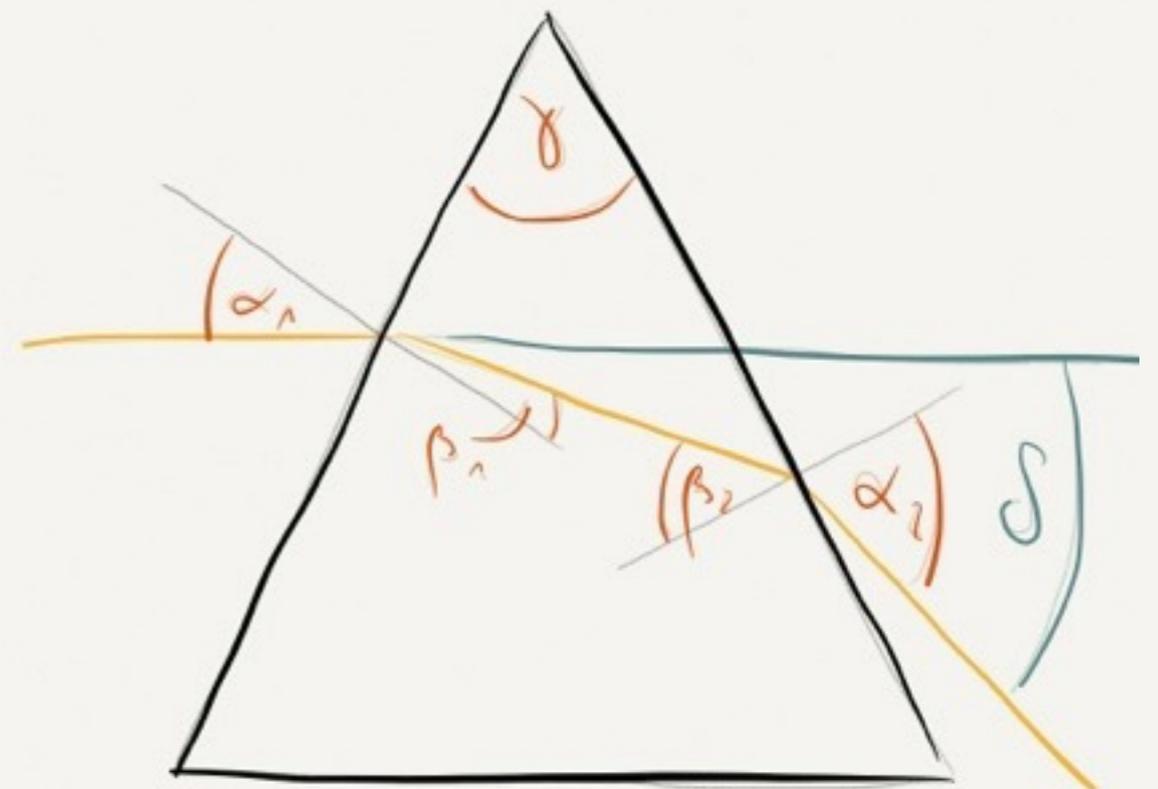
$$\delta = (\alpha_1 - \beta_1) + (\alpha_2 - \beta_2)$$

- Prismenwinkel:

$$\gamma = \beta_1 + \beta_2$$

- Messgrößen Ein- und Ausfallswinkel:

$$\delta = \alpha_1 + \alpha_2 - \gamma$$



Prisma

Minimaler Ablenkwinkel

- Es gibt einen minimalen Ablenkwinkel δ_{\min}
- Dies ist bei symmetrischem Durchgang:

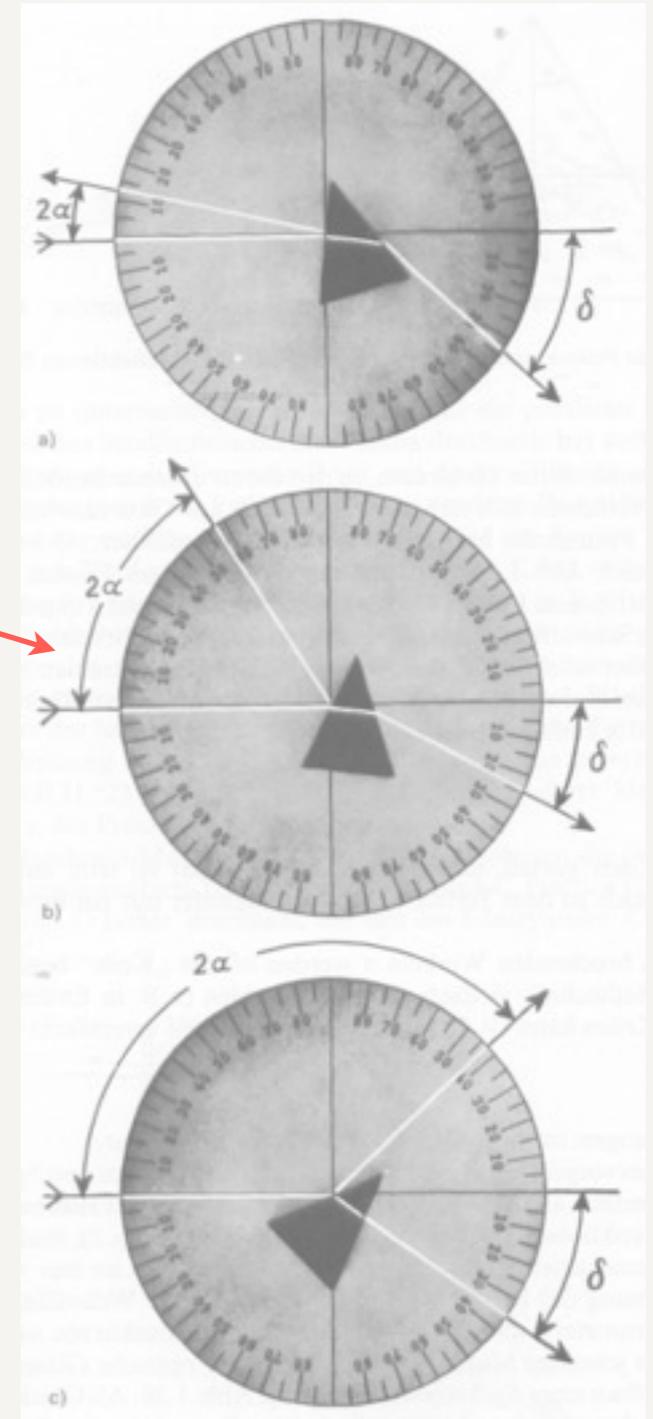
$$\alpha_1 = \alpha_2 \quad \text{und} \quad \beta_1 = \beta_2 = \gamma/2$$

- Brechungsgesetz lautet dann:

$$\sin \alpha_{\min} = n \cdot \sin \gamma/2$$

- Oder nach Brechungsindex aufgelöst:

$$n = \frac{\sin \alpha_{\min}}{\sin \gamma/2} = \frac{\sin \left(\frac{1}{2} (\delta_{\min} + \gamma/2) \right)}{\sin \gamma/2}$$



Prismenspektralapparat

- Kollimator erzeugt parallele Lichtstrahlen einer Quelle
- Prisma zerlegt das Licht in sein Spektrum
- Teleskop vergrößert die Aufspaltung
- Im Bild rechts: ohne Kollimator und Teleskop

