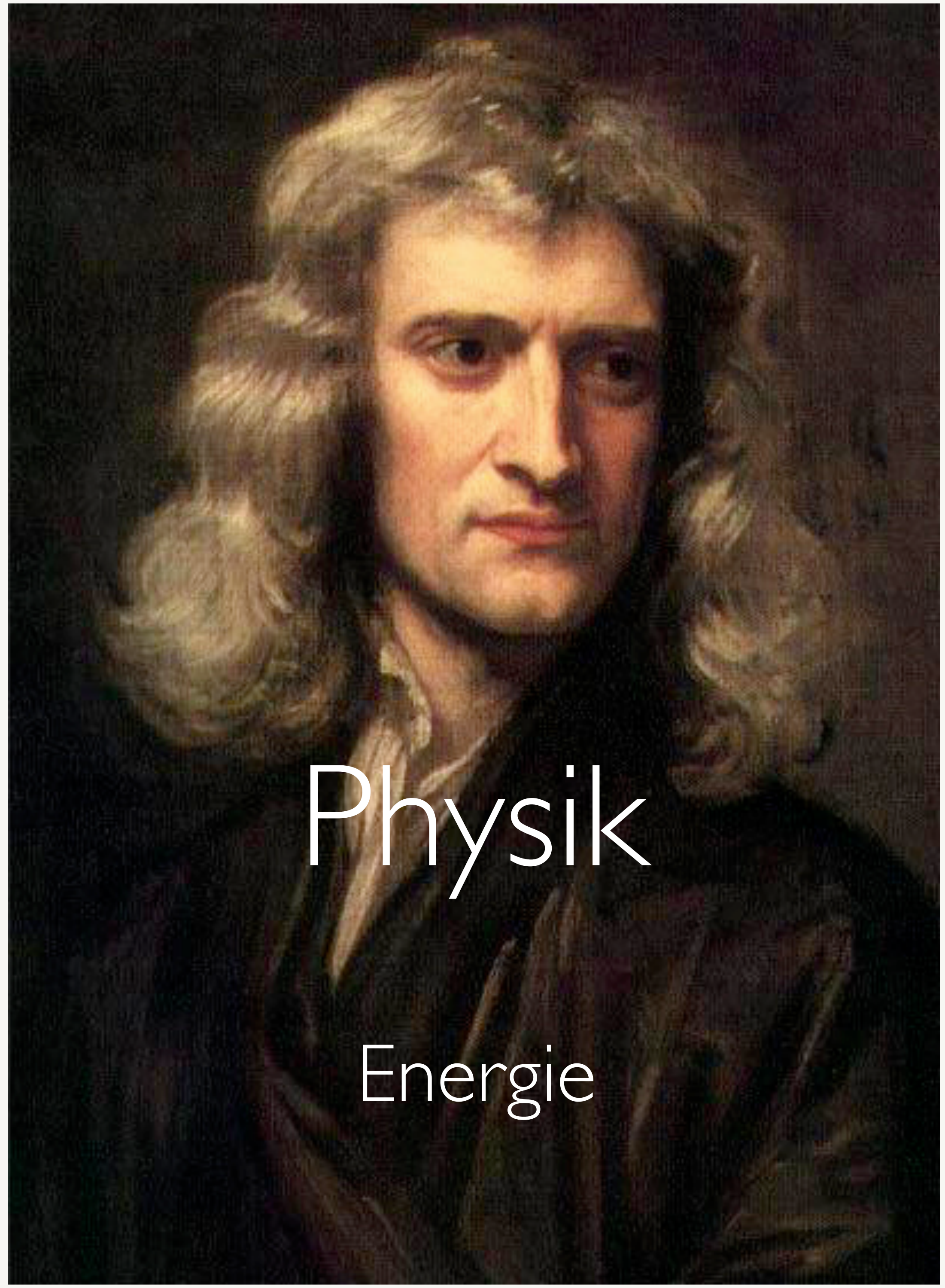
Hochschule Düsseldorf
University of Applied Sciences

12. November 2015



Physik

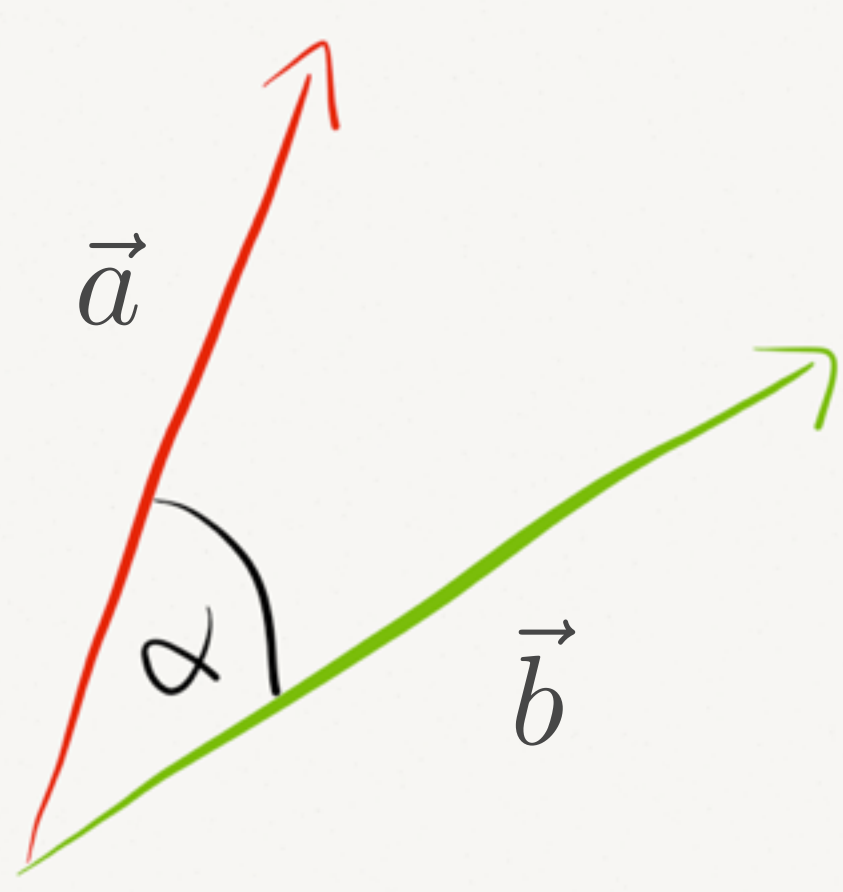
Energie

Skalarprodukt

Vektormultiplikation

Typ	Name	Schreibweise	Resultat
Skalar mal Vektor	Produkt mit einem Skalar	$\vec{a}' = c \cdot \vec{a}$	Vektor
Vektor mal Vektor	Skalarprodukt (inneres Produkt)	$s = \vec{a} \cdot \vec{b}$	Skalar
Vektor mal Vektor	Kreuzprodukt (äußeres Produkt) (Vektorprodukt)	$\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$	Vektor

Skalarprodukt

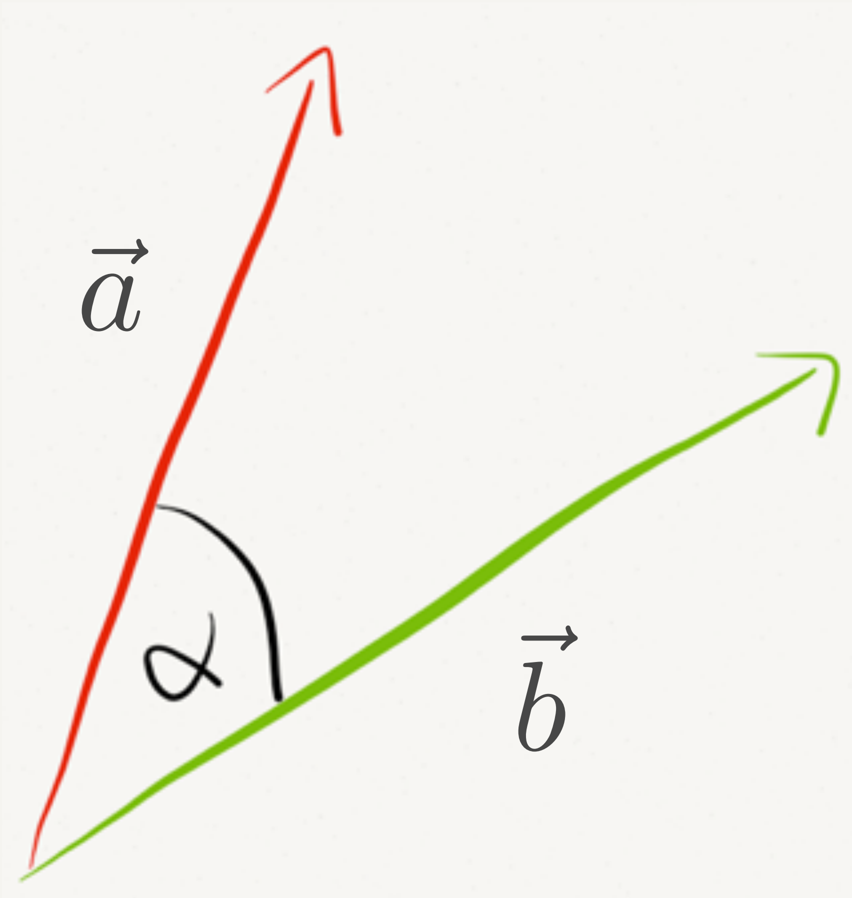


$$\vec{a} = \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \end{pmatrix} \qquad \vec{b} = \begin{pmatrix} b_x \\ b_y \end{pmatrix}$$

$$\boxed{\begin{aligned}\vec{a} \cdot \vec{b} &= \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} b_x \\ b_y \end{pmatrix} \\ &= a_x b_x + a_y b_y\end{aligned}}$$

$$\boxed{\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos\alpha}$$

Skalarprodukt
Zahlenbeispiel

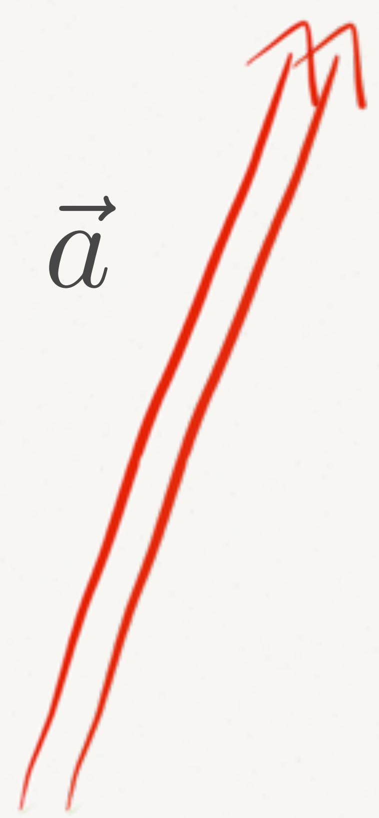


$$\vec{a}\cdot\vec{b} = \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} b_x \\ b_y \end{pmatrix} = a_x b_x + a_y b_y$$

$$\vec{a}\cdot\vec{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix} = 3\cdot 2 + 1\cdot 4 = 10$$

Hochschule Düsseldorf
University of Applied Sciences
HSD

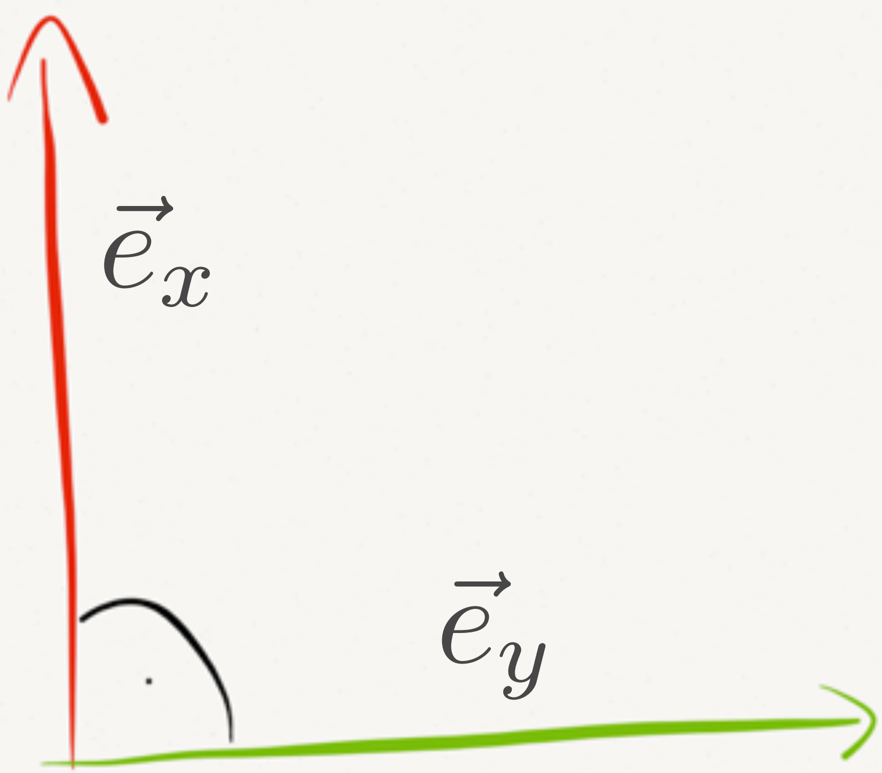
Skalarprodukt
Betragsquadrat



$$\boxed{\begin{aligned}\vec{a}\cdot\vec{b} &= \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} b_x \\ b_y \end{pmatrix} \\ &= a_x b_x + a_y b_y\end{aligned}}$$

$$\begin{aligned}\vec{a}\cdot\vec{a} &= \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \end{pmatrix} \\ &= a_x^2 + a_y^2 \\ &= |\vec{a}|^2\end{aligned}$$

Skalarprodukt
Orthogonale Vektoren



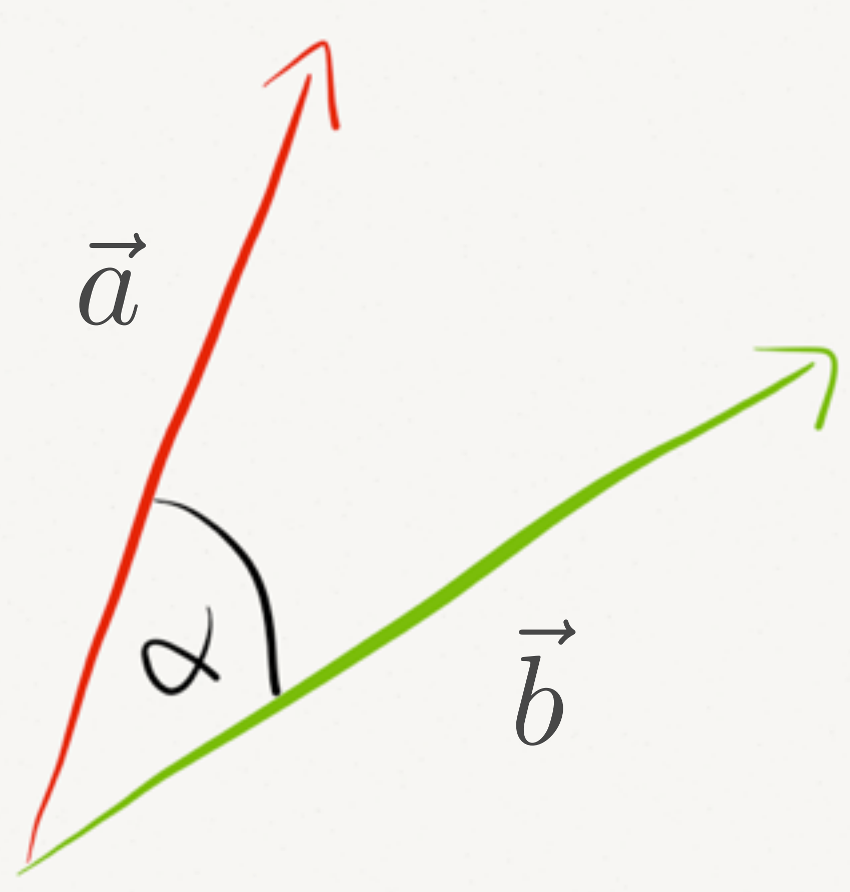
$$\boxed{\begin{aligned}\vec{a}\cdot\vec{b} &= \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} b_x \\ b_y \end{pmatrix}\\ &= a_x b_x + a_y b_y\end{aligned}}$$

$$\begin{aligned}\vec{e}_x\cdot\vec{e}_y &= \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}\\ &= 1\cdot 0 + 0\cdot 1\\ &= 0\end{aligned}$$

Skalarprodukt

Zahlenbeispiel

$$\boxed{\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos\alpha}$$



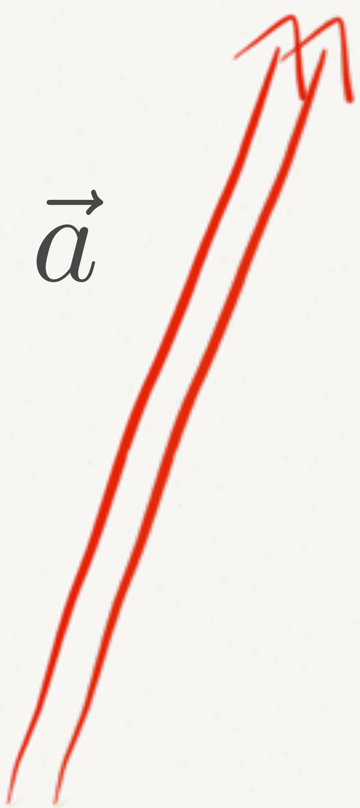
$$\begin{aligned}\vec{a} \cdot \vec{b} &= \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix} \\ &= 3 \cdot 2 + 1 \cdot 4 \\ &= 10\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\vec{a} \cdot \vec{b} &= \sqrt{3^2 + 1^2} \cdot \sqrt{2^2 + 4^2} \cdot \cos 45^\circ \\ &= \sqrt{200} \cdot \frac{1}{2}\sqrt{2} \\ &= 10\end{aligned}$$

Skalarprodukt

Betragsquadrat

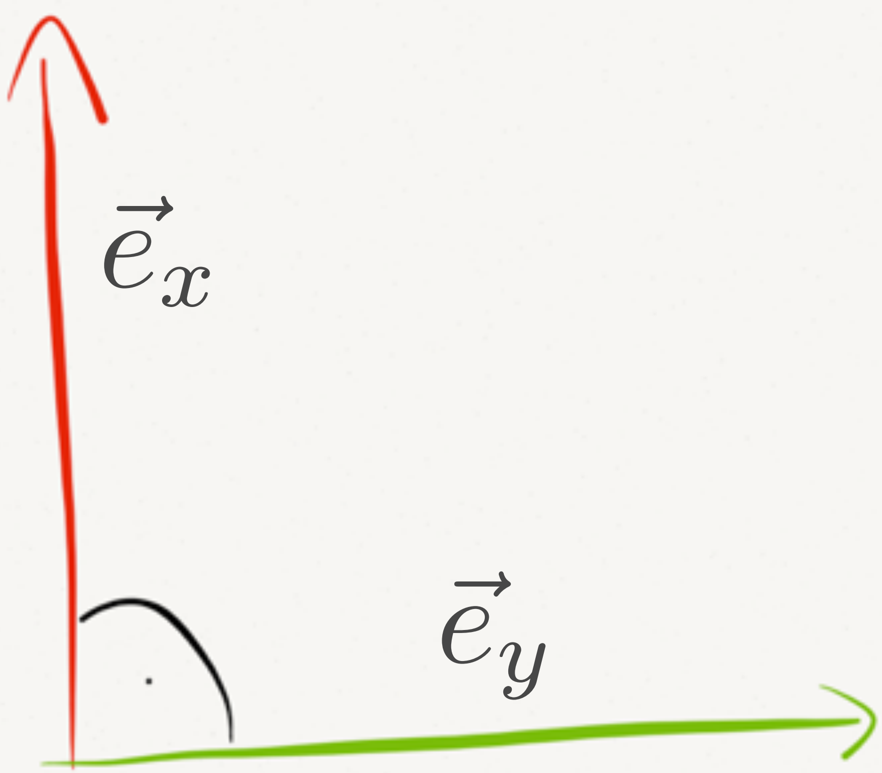
$$\boxed{\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos\alpha}$$



$$\begin{aligned} \vec{a} \cdot \vec{a} &= \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \end{pmatrix} \\ &= a_x^2 + a_y^2 \\ &= |\vec{a}|^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \vec{a} \cdot \vec{a} &= |\vec{a}| \cdot |\vec{a}| \cdot \cos 0^\circ \\ &= |\vec{a}|^2 \end{aligned}$$

Skalarprodukt
Orthogonale Vektoren



$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos\alpha$$

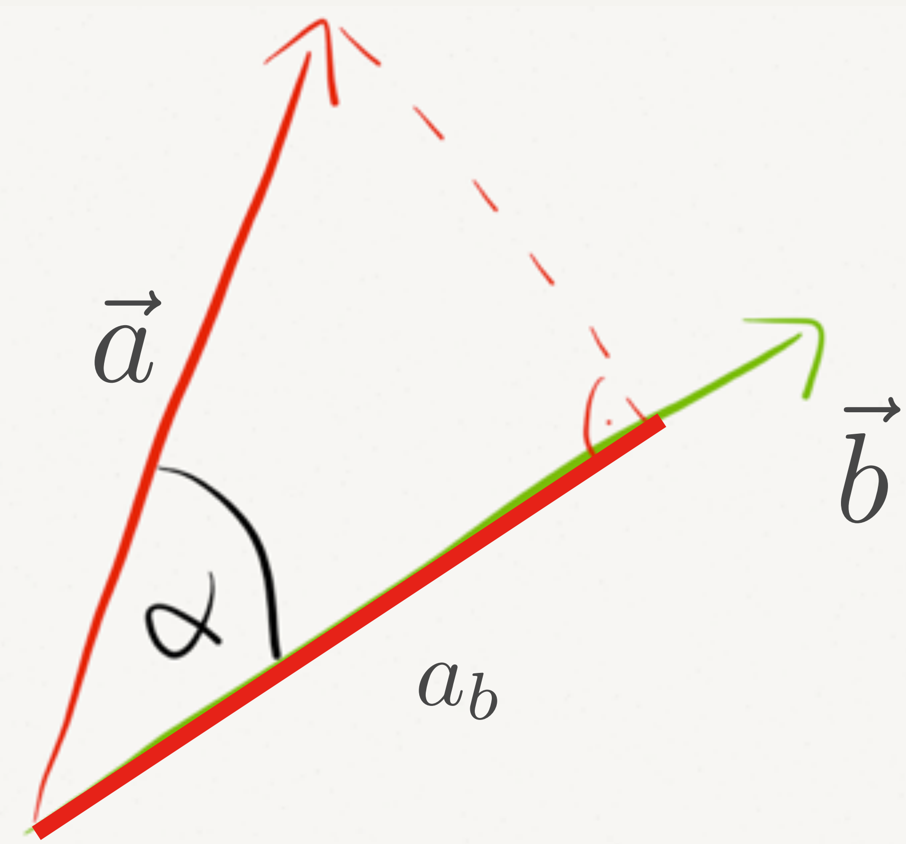
$$\begin{aligned} \vec{e}_x \cdot \vec{e}_y &= \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \\ &= 1 \cdot 0 + 0 \cdot 1 \\ &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \vec{e}_x \cdot \vec{e}_y &= 1 \cdot 1 \cdot \cos 90^\circ \\ &= 0 \end{aligned}$$

Skalarprodukt als Projektion

$$\boxed{\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos \alpha}$$

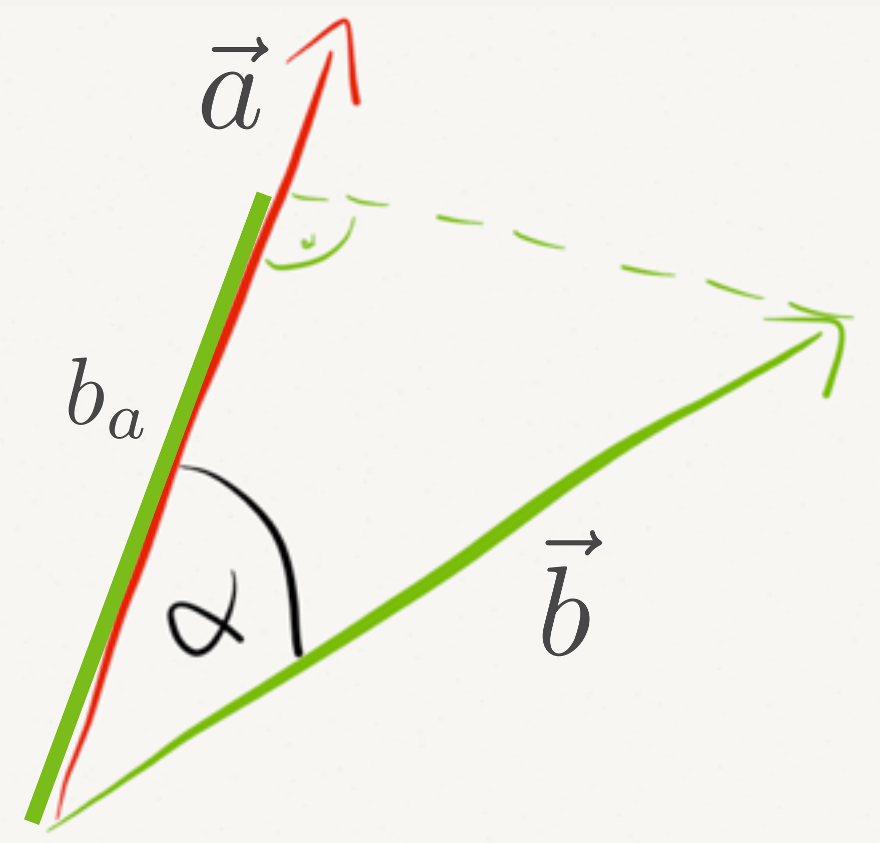
$$
\begin{aligned}
a_b &= |\vec{a}| \cdot \cos \alpha \\
&= |\vec{a}| \cdot \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|} \\
&= \vec{a} \cdot \vec{e}_b
\end{aligned}
$$



Skalarprodukt als Projektion

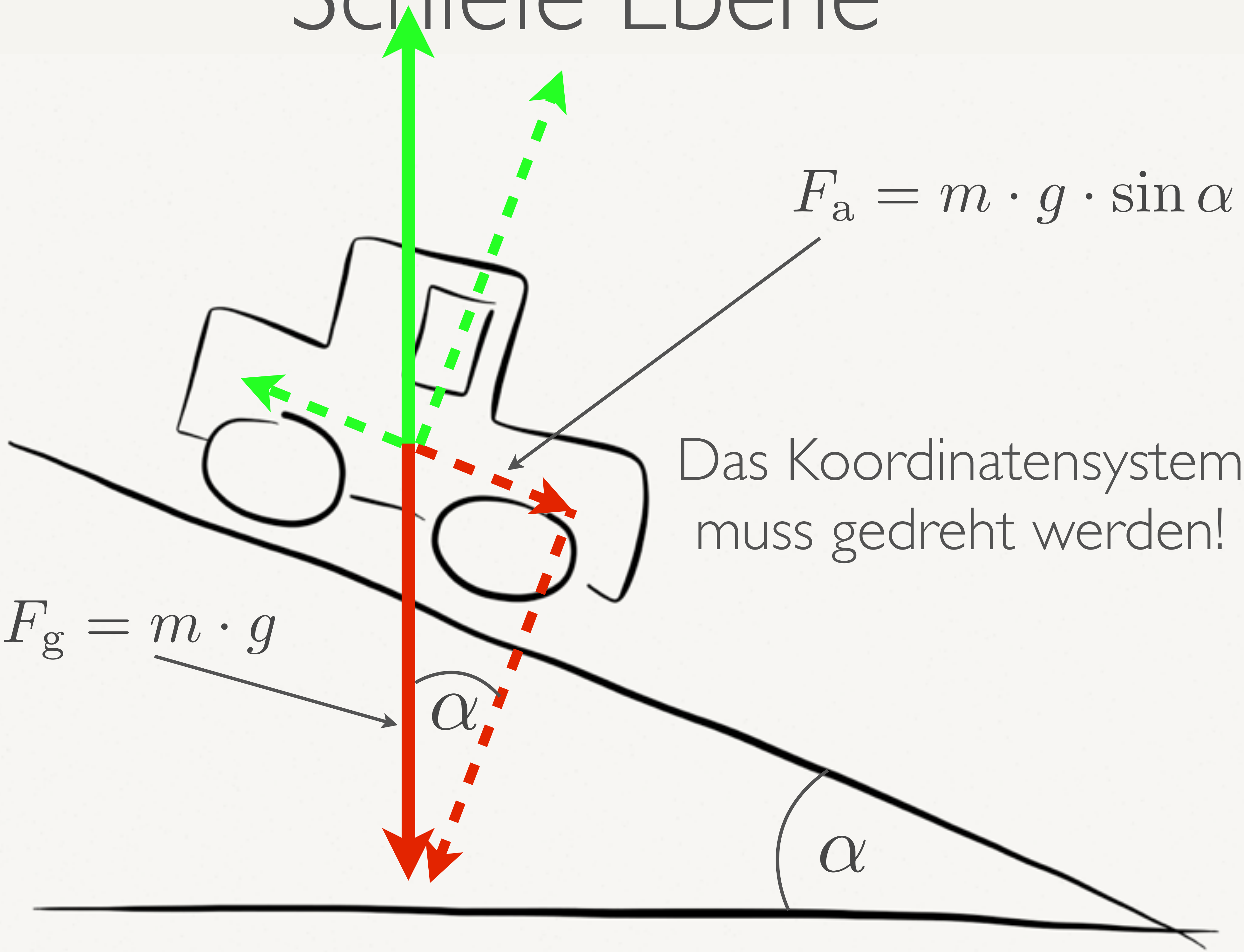
$$+ \quad \boxed{\vec{a}\cdot\vec{b} = |\vec{a}|\cdot|\vec{b}|\cdot\cos\alpha}$$

$$\begin{aligned} b_a &= |\vec{b}|\cdot\cos\alpha \\ &= |\vec{b}|\cdot\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|} \\ &= \vec{b}\cdot\vec{e}_a \end{aligned}$$



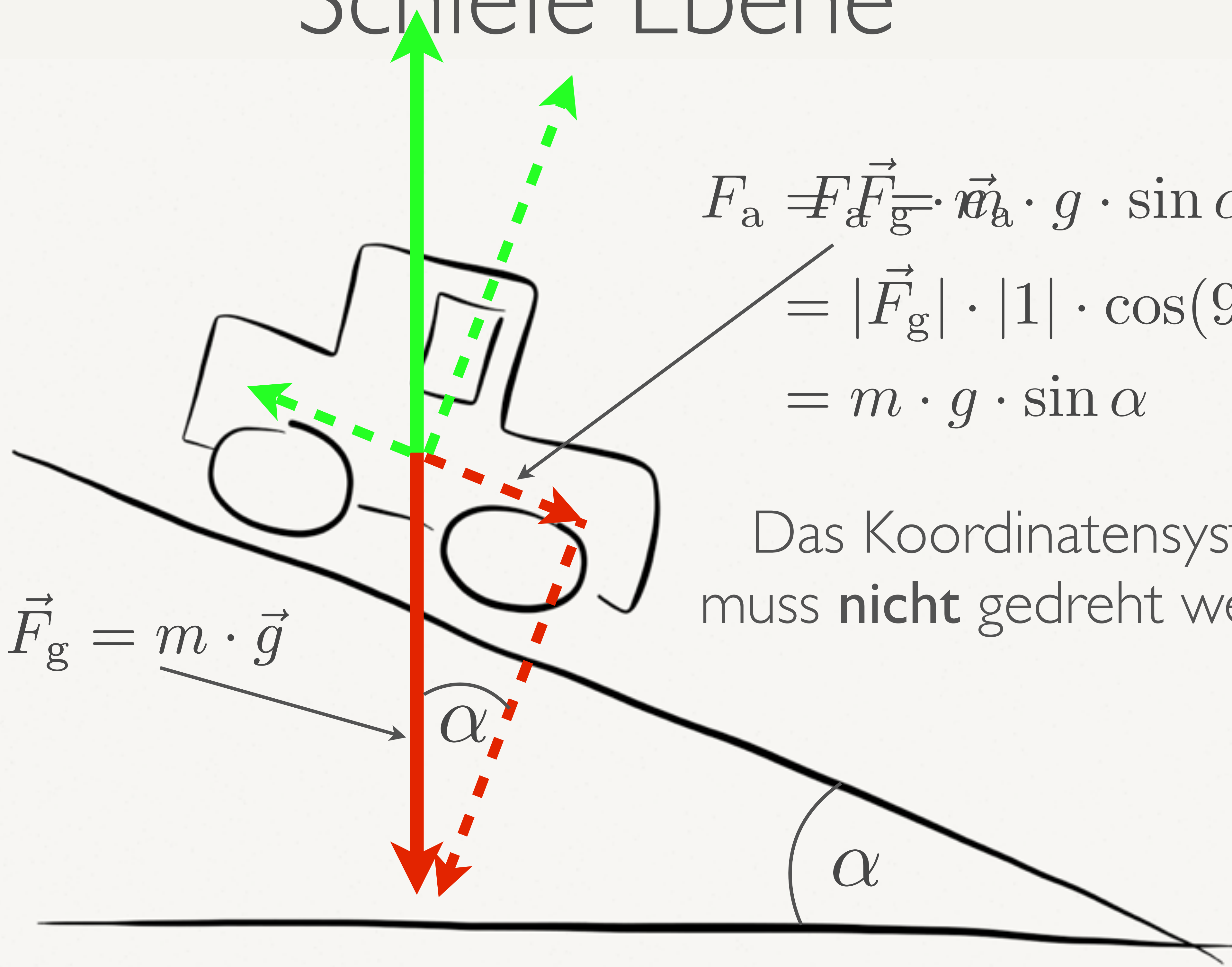
Schiefe Ebene

Schiefe Ebene



Das Koordinatensystem muss gedreht werden!

Schiefe Ebene

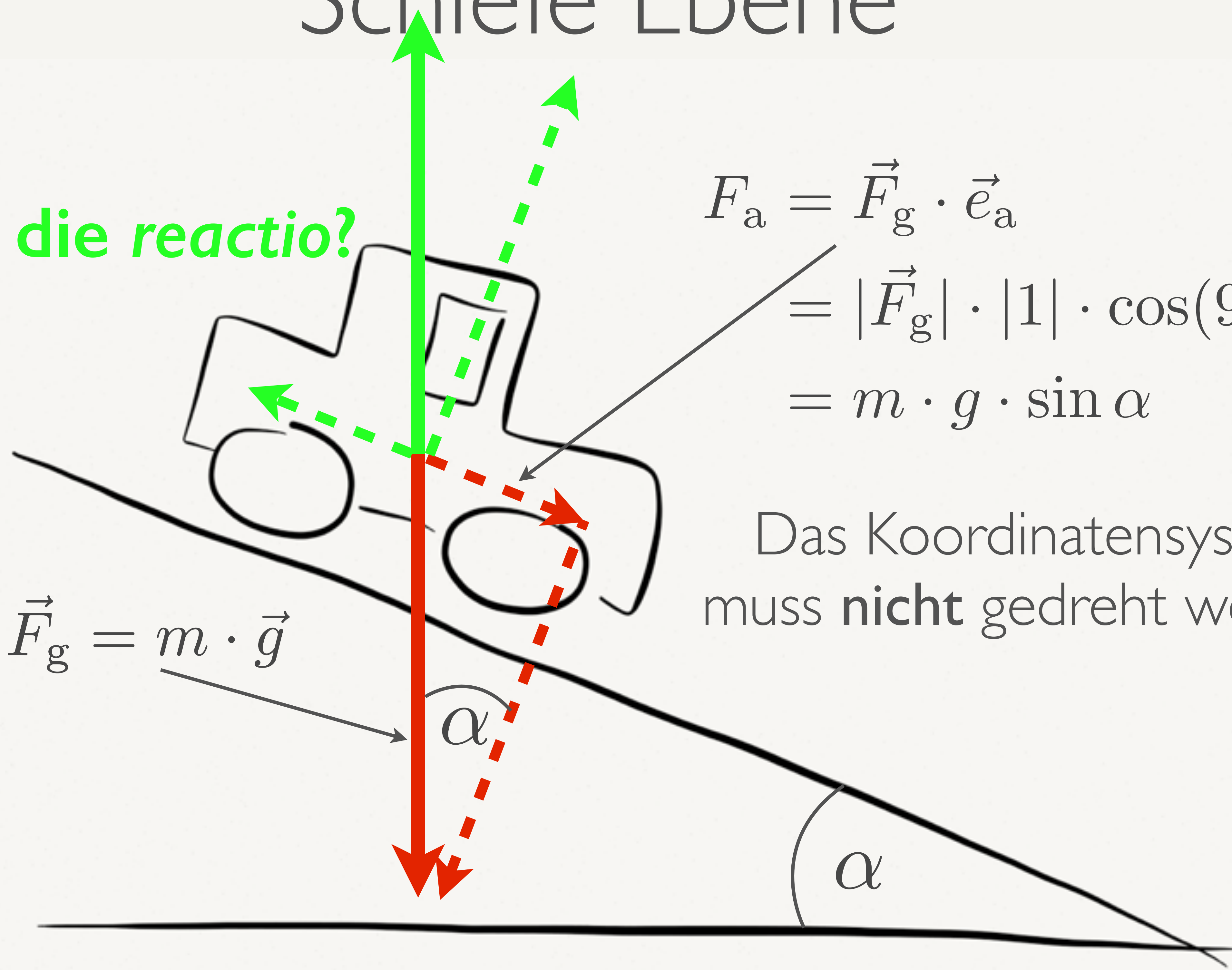


$$F_a = \vec{F}_g \cdot \vec{e}_a$$
$$= |\vec{F}_g| \cdot |1| \cdot \cos(90° - \alpha)$$
$$= m \cdot g \cdot \sin\alpha$$

Das Koordinatensystem muss **nicht** gedreht werden!

Schiefe Ebene

Wo ist die *reactio*?



$$F_\mathrm{a} = \vec{F}_\mathrm{g} \cdot \vec{e}_\mathrm{a}$$
$$= |\vec{F}_\mathrm{g}| \cdot |1| \cdot \cos(90^\circ - \alpha)$$
$$= m \cdot g \cdot \sin\alpha$$

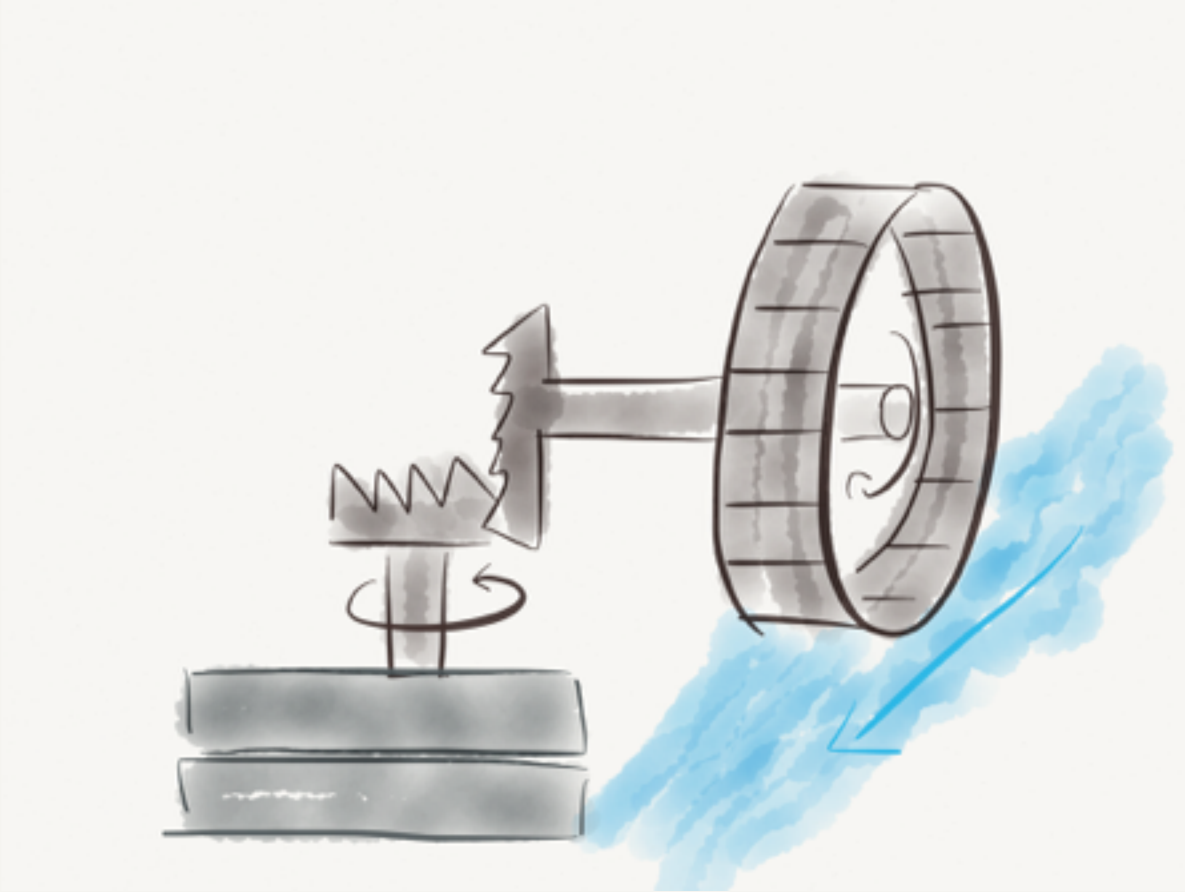
Das Koordinatensystem muss **nicht** gedreht werden!

Energie

Energie

- $\varepsilon\nu$ - Innen
- $\varepsilon\rho\gamma o\nu$ - Wirken
- Viele Energieformen: potentielle, kinetische, chemische, elektrische, thermische, ...
- Energie kann umgewandelt werden.
- Energie kann übertragen werden.
- Energie kann gespeichert werden.

Fähigkeit eines Systems, Arbeit zu verrichten



Energie

Energie kann nicht erzeugt oder vernichtet werden!

$\boxed{\text{Energie ist eine } \textit{Erhaltungsgröße}\text{!}}$

Die Menge an Energie im Universum ist konstant
(und schon immer gewesen).

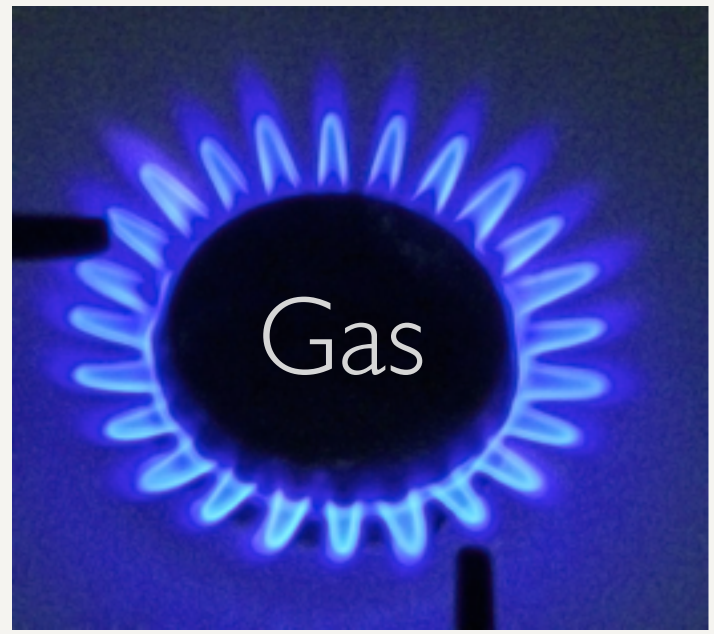
Energieformen
Chemische Energie

Quelle: Wikipedia

- Energie, die in einer chemischen Verbindung gespeichert ist.
- Kann durch chemische Reaktionen aufgenommen (endotherm) oder abgegeben werden (exotherm).
- Beispiel: Verbrennung mit einem Heizwert.

http://de.wikipedia.org/wiki/Chemische_Energie

Energieformen
Verbrennung



Quelle: Wikipedia

Energieformen
Elektrische Energie

Quelle: Wikipedia

- Spannung = Potentialenergie im Coulomb-Potential

http://www.teslamotors.com/de_DE/models/features#/performance

Energieformen
Wärme

- Wärme ist ungeordnete Bewegung von Atomen oder Molekülen.

Energie

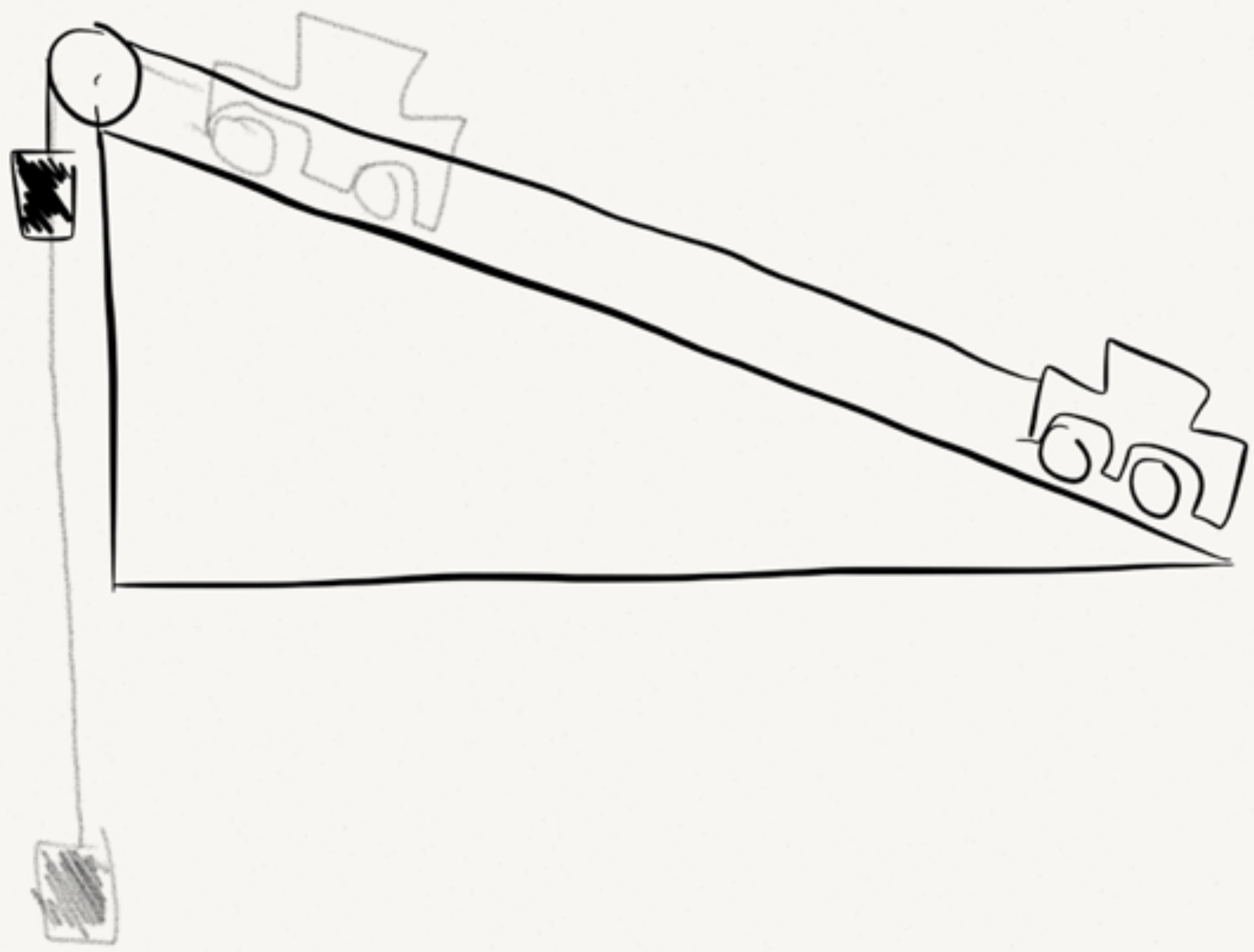
- In dieser Vorlesung konzentrieren wir uns auf drei Energieformen:

1. **Arbeit**
2. **Potentielle Energie**
    - Gravitationspotential
    - Coulombpotential
    - Elastisches Potential
3. **Kinetische Energie**

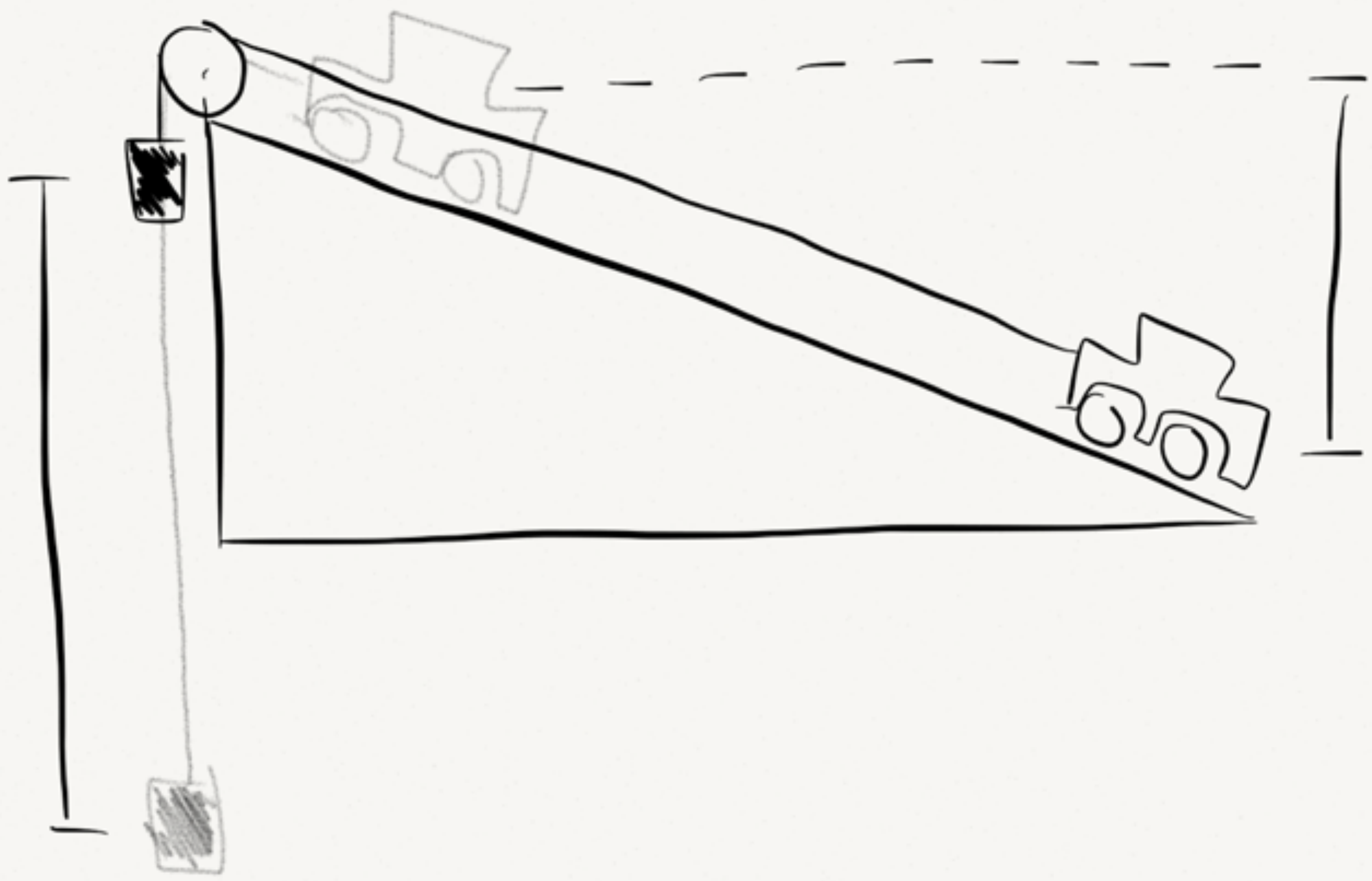
Mechanische Energie

Mechanische Energie - Arbeit

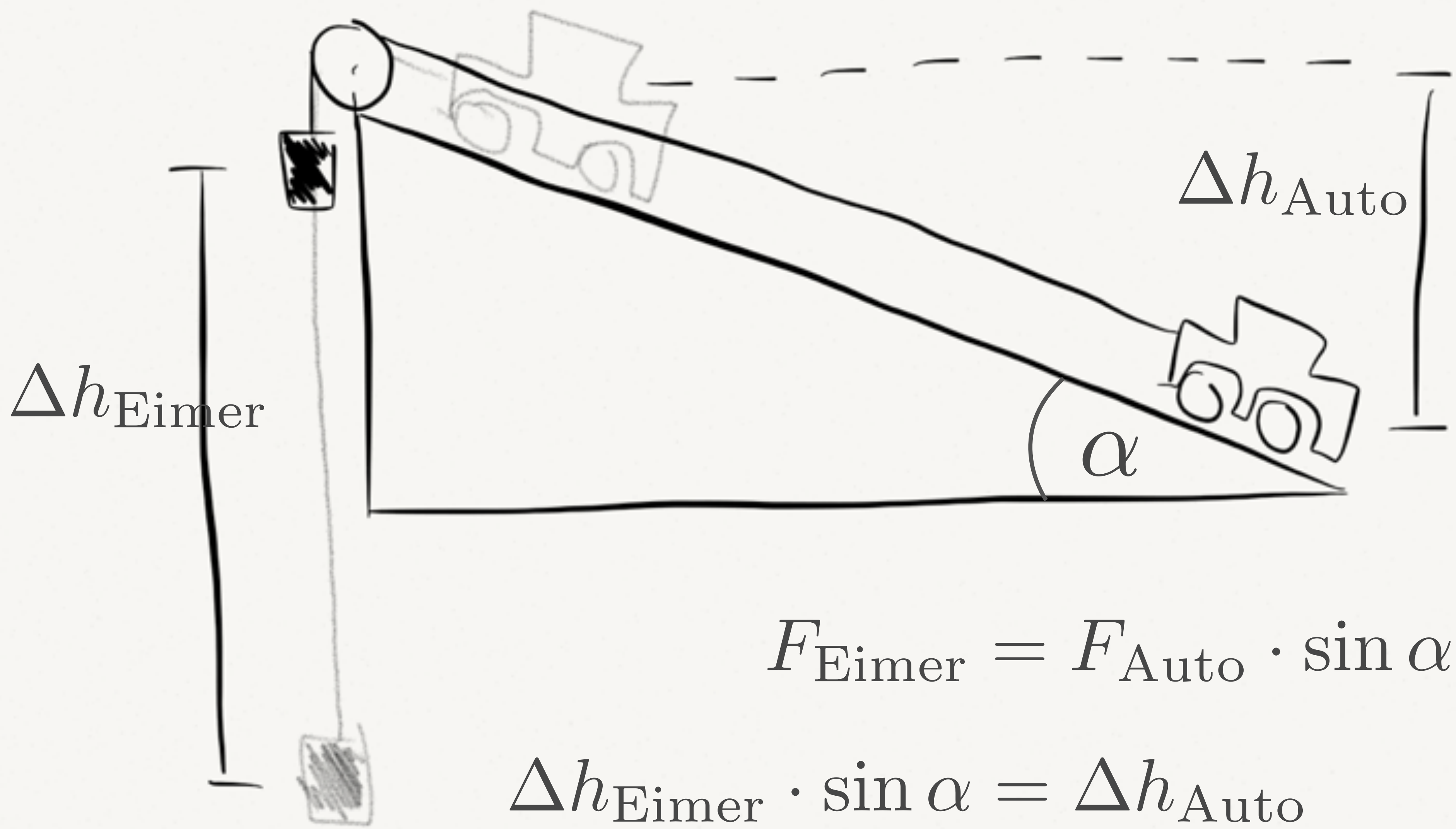
Mechanische Energie - Arbeit



Mechanische Energie - Arbeit



Mechanische Energie - Arbeit



$$F_{\mathrm{Eimer}} = F_{\mathrm{Auto}} \cdot \sin\alpha$$

$$\Delta h_{\mathrm{Eimer}} \cdot \sin\alpha = \Delta h_{\mathrm{Auto}}$$

Mechanische Energie - Arbeit

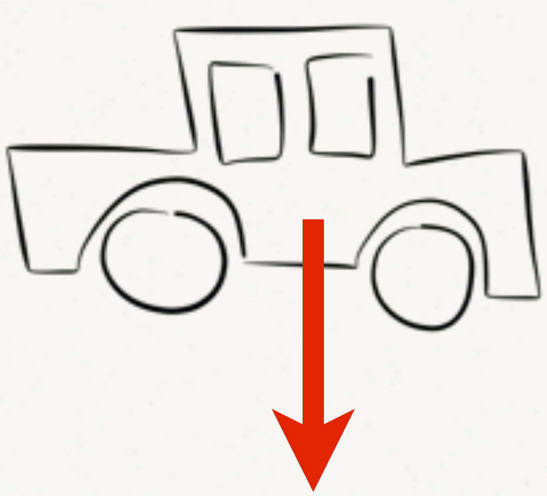
Arbeit ist Kraft mal Weg

$$W = F \cdot x$$

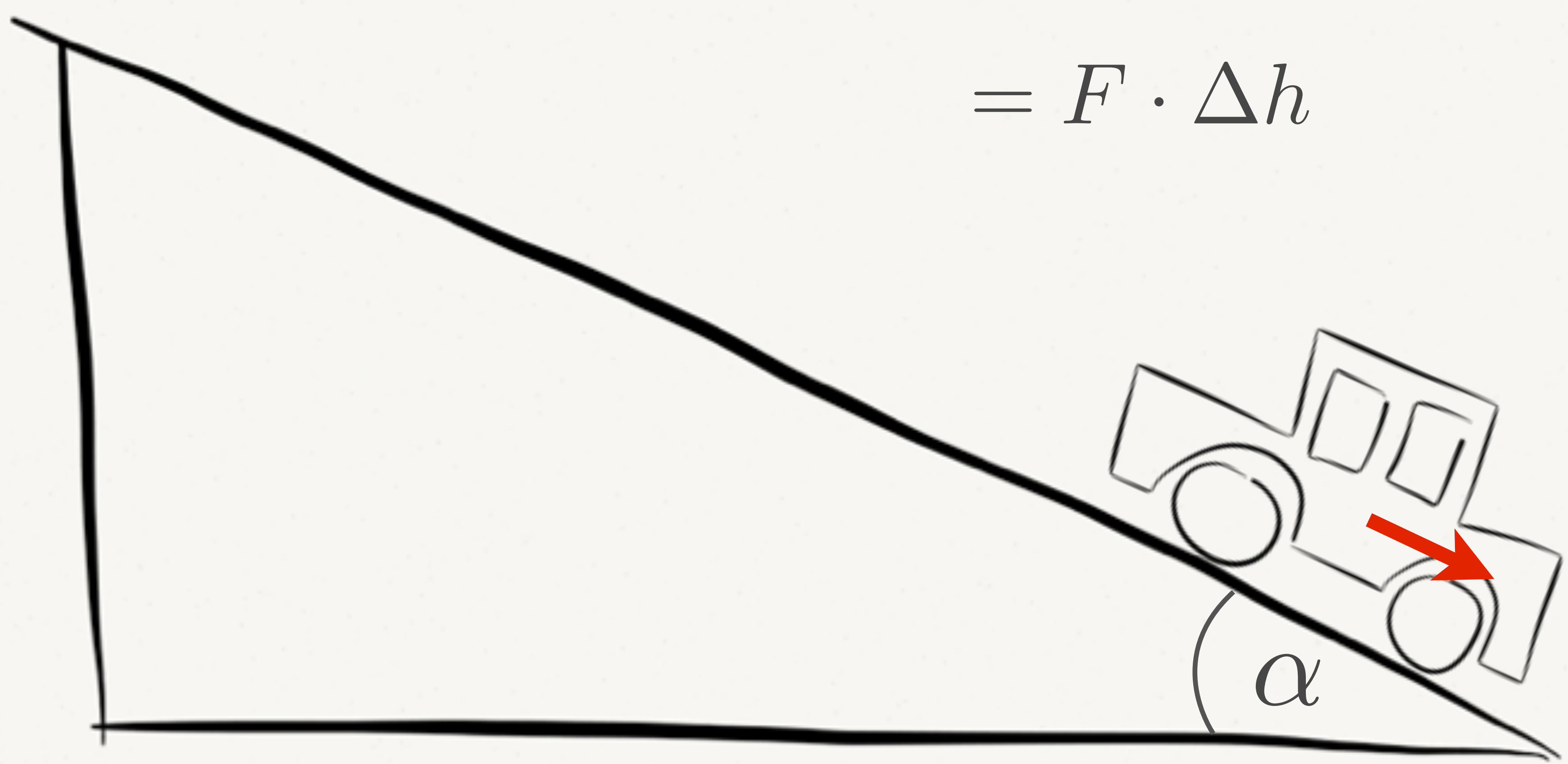
Potentielle Energie
im Gravitationsfeld

Es kommt nur auf den Höhenunterschied an, nicht auf den Weg!

$$W = F \cdot \Delta h$$



$$\begin{aligned} W &= F \cdot \sin\alpha \cdot s \\ &= F \cdot \Delta h \end{aligned}$$

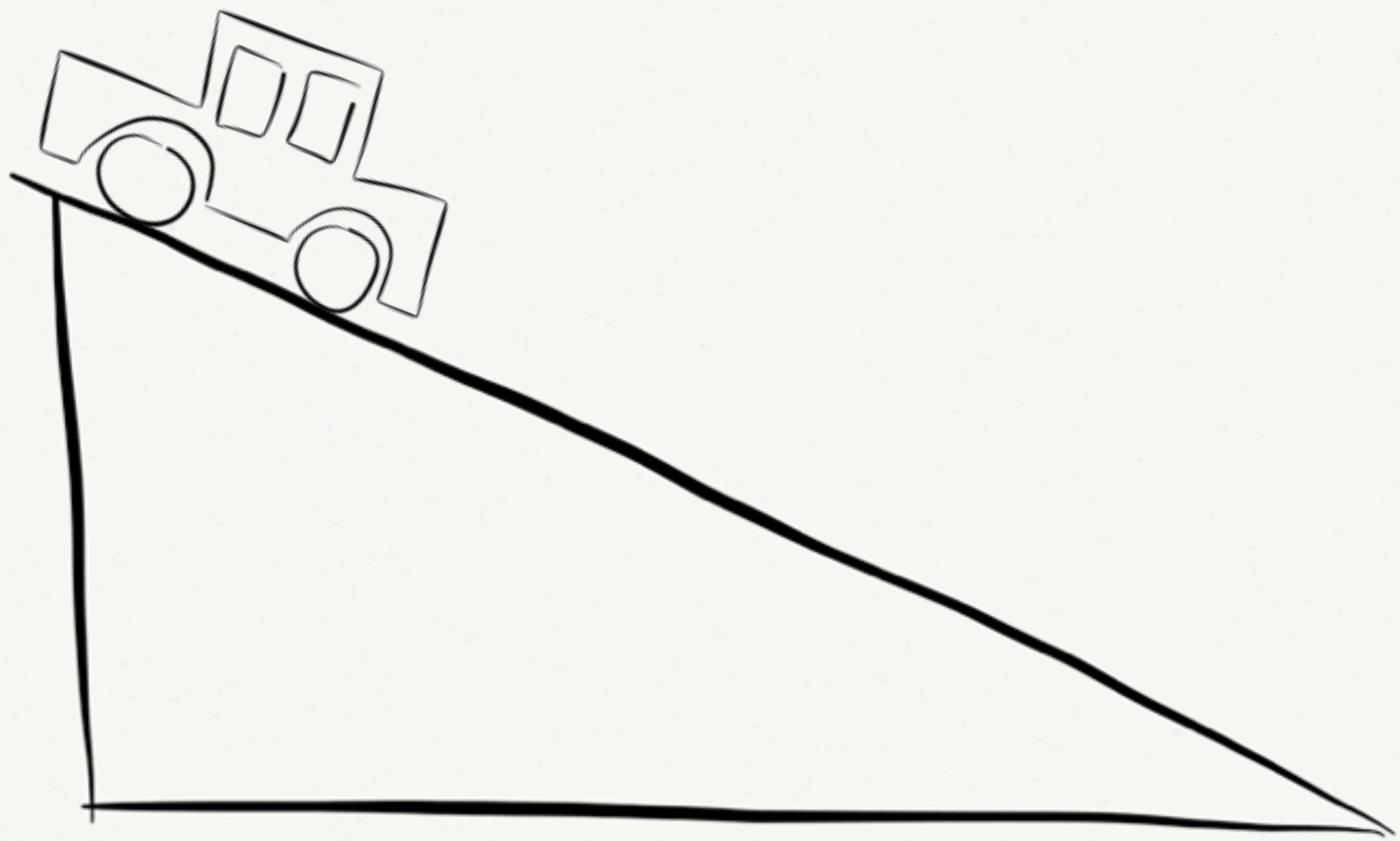


Potentielle Energie
im Gravitationsfeld

- Die Arbeit W wurde aufgebracht um das Auto hochzuheben.
- Diese Arbeit ist als **potentielle Energie** im Auto gespeichert.
- Die potentielle Energie im Gravitationsfeld hängt nur vom Höhenunterschied ab!

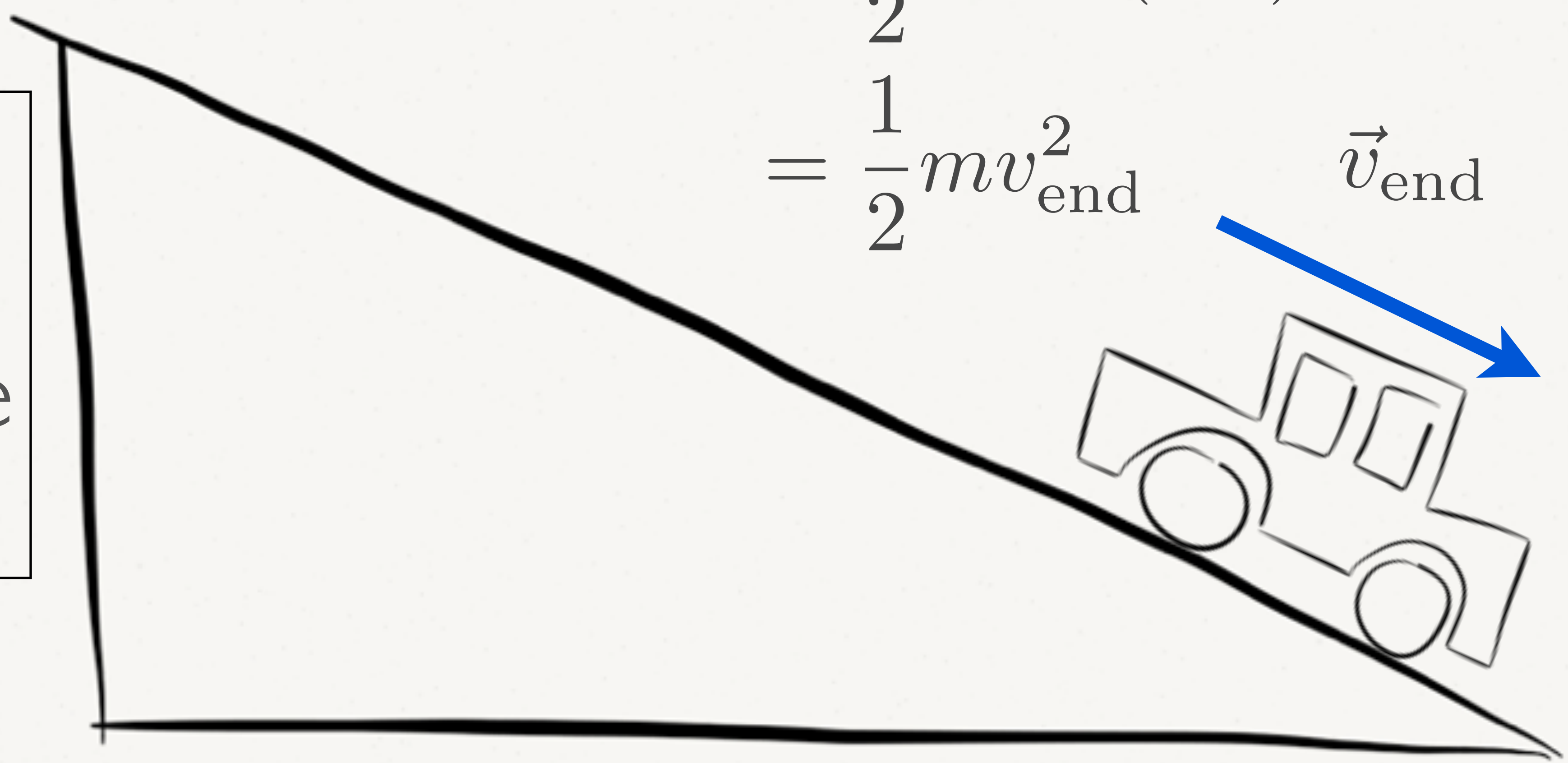
$$E_{\mathrm{pot}} = m \cdot g \cdot \Delta h$$

Kinetische Energie



Kinetische Energie

$$m \cdot g \cdot \Delta h = F \cdot x = m \cdot a \cdot \frac{1}{2} a t_0^2$$
$$= \frac{1}{2} \cdot m \cdot (a t_0)^2$$
$$= \frac{1}{2} m v_{\text{end}}^2$$

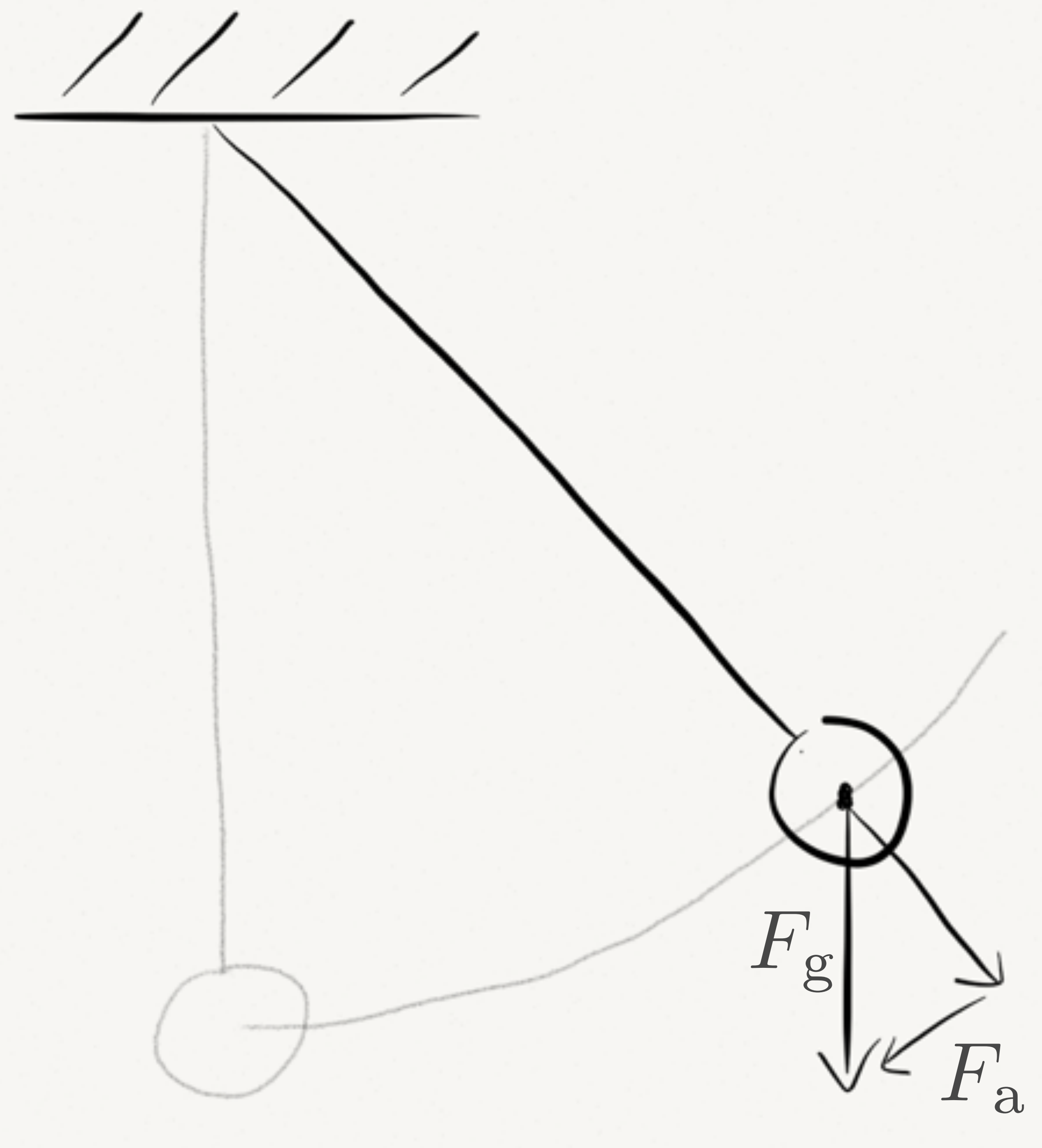


Potentielle Energie wird in kinetische Energie umgewandelt.

Fadenpendel

Umwandlung von potentieller in kinetische Energie

- Vektorzerlegung der Gravitationskraft.
- Ein Teil der Kraft wird vom Faden kompensiert.
- Die tangentiale Komponente an die Bahn ist die beschleunigende Kraft.
- Die Kraft ändert sich permanent in Richtung und Betrag!

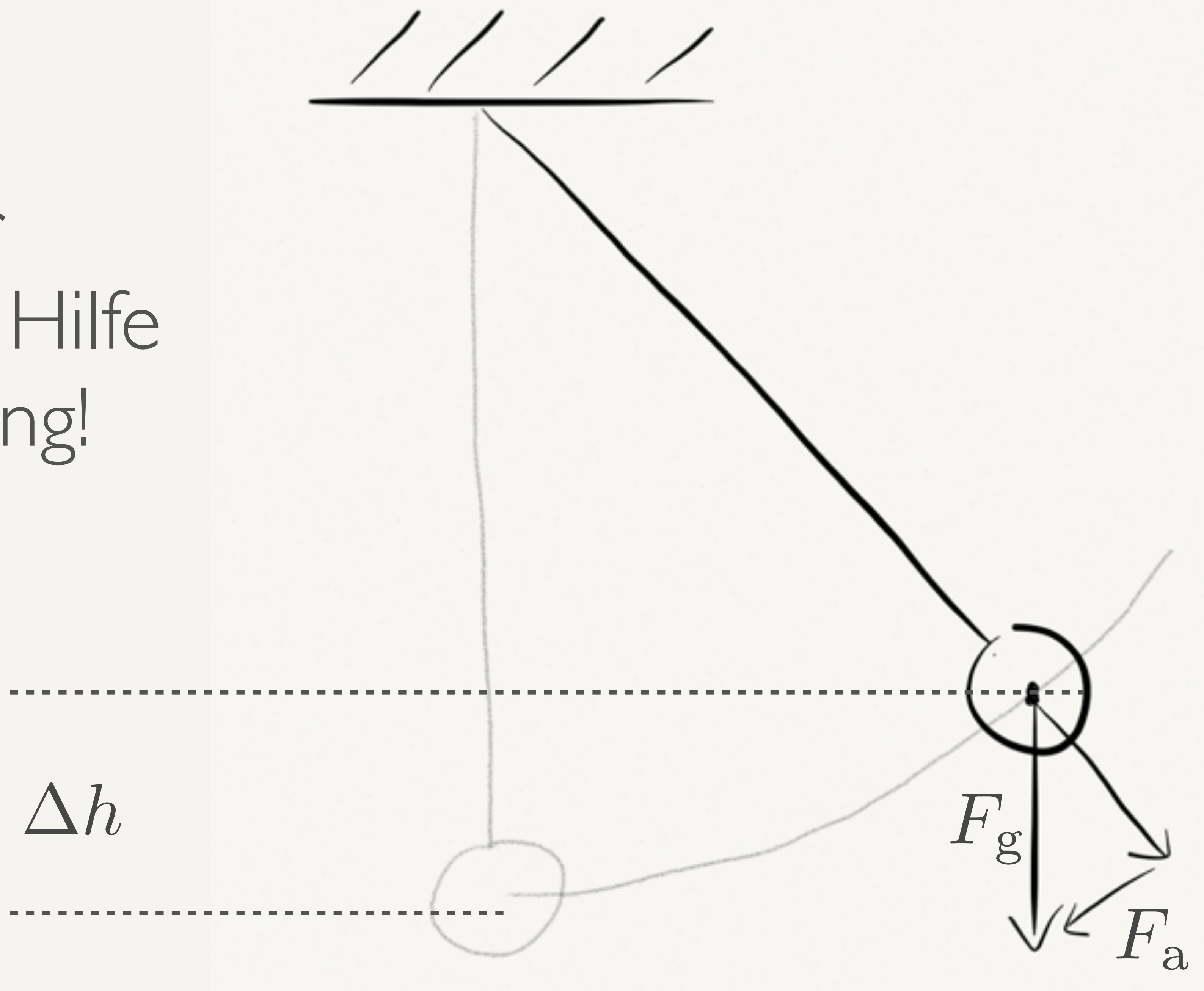


Fadenpendel

Umwandlung von potentieller in kinetische Energie

Berechnung der Geschwindigkeit mit Hilfe der Energieerhaltung!

$$mg\Delta h = \frac{1}{2}mv^2$$



Energieerhaltung

$$E = E_{\mathrm{kin}} + E_{\mathrm{pot}}$$

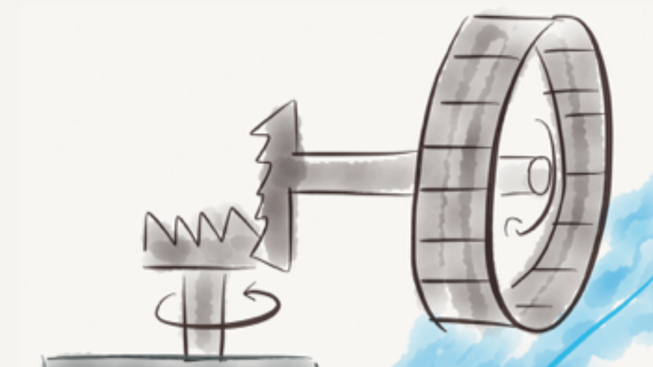
Umwandlung der Energieformen

- Energie kann von einer Form in eine andere umgewandelt werden.
- Kinetische - Potentielle (Pendel)
- Elektrische Energie - mechanische Kraft
- Chemische Energie - Wärme
- Wärme - mechanische Kraft

Umwandlung der Energieformen

Quelle: Wikipedia

Von	Nach	Beispiel
Potentielle	Kinetische	Wassermühle
Elektrische	Kinetische	Elektromotor
Chemische	Wärme	Verbrennung
Wärme	Kinetische	Turbine
Kinetische	Elektrische	Generator



Umwandlung der Energieformen

Quelle: Wikipedia

Von	Nach	Beispiel
Potentielle	Kinetische	Wassermühle
Elektrische	Kinetische	Elektromotor
Chemische	Wärme	Verbrennung
Wärme	Kinetische	Turbine
Kinetische	Elektrische	Generator

Kraftwerk