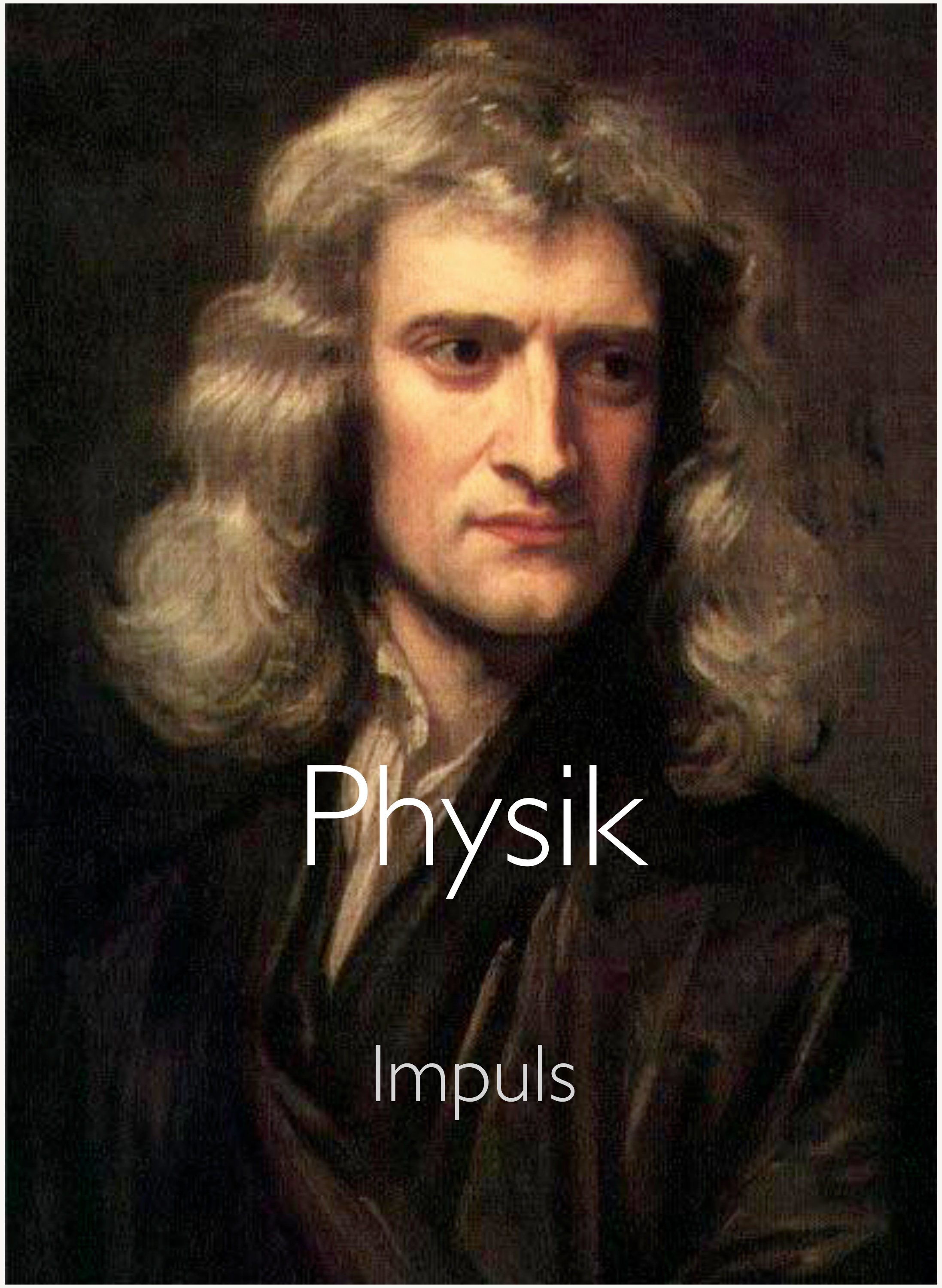
Hochschule Düsseldorf
University of Applied Sciences
HSD



Impuls
Träge Masse in Bewegung

- Nach dem 1. Newton‘schen Gesetz fliegt ein kräftefreier Körper immer weiter gradeaus.
- Je größer die träge Masse desto größer setzt sie einer Beschleunigung einen Widerstand entgegen.
- Je größer die Geschwindigkeit der trägen Masse, desto länger oder stärker muss eine Kraft einwirken, um die Geschwindigkeit zu ändern.

Impuls

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v}$$

Impuls = Masse mal Geschwindigkeit

Impuls
Impulsänderung

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a}$$
$$= m \cdot \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\vec{v}$$
$$= \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\vec{p}$$

- Eine externe Kraft ändert den Impuls eines Objektes.
- Weil die Beschleunigung die zeitliche Ableitung der Geschwindigkeit ist, entspricht die Kraft grade der zeitlichen Änderung des Impulses.

$$\vec{F} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\vec{p}$$

Impulserhaltung

- 3. Newton'sches Gesetz:
  - Actio = Reactio
  - Kräfte treten immer paarweise auf.
- In einem abgeschlossenen System gilt die **Impulserhaltung.**

$$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$$

$$\Rightarrow \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = 0$$

$$\Rightarrow \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\vec{p}_1 + \vec{p}_2) = 0$$

$$\boxed{\sum \vec{p}_i = \mathrm{const.}}$$

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 + \cdots = \mathrm{const.}$$

Impulserhaltung

- Impuls eines Systems ist wegen Actio = Reactio immer erhalten.

$$\Rightarrow \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\vec{p}_1 + \vec{p}_2) = 0$$

- Nur äußere Kräfte ändern den Impuls, und zwar den Gesamtimpuls.

$$\vec{F}_{\mathrm{ext}} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\underbrace{\vec{P}}_{\text{Gesamtdrehimpuls}} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\sum_i \vec{p}_i$$

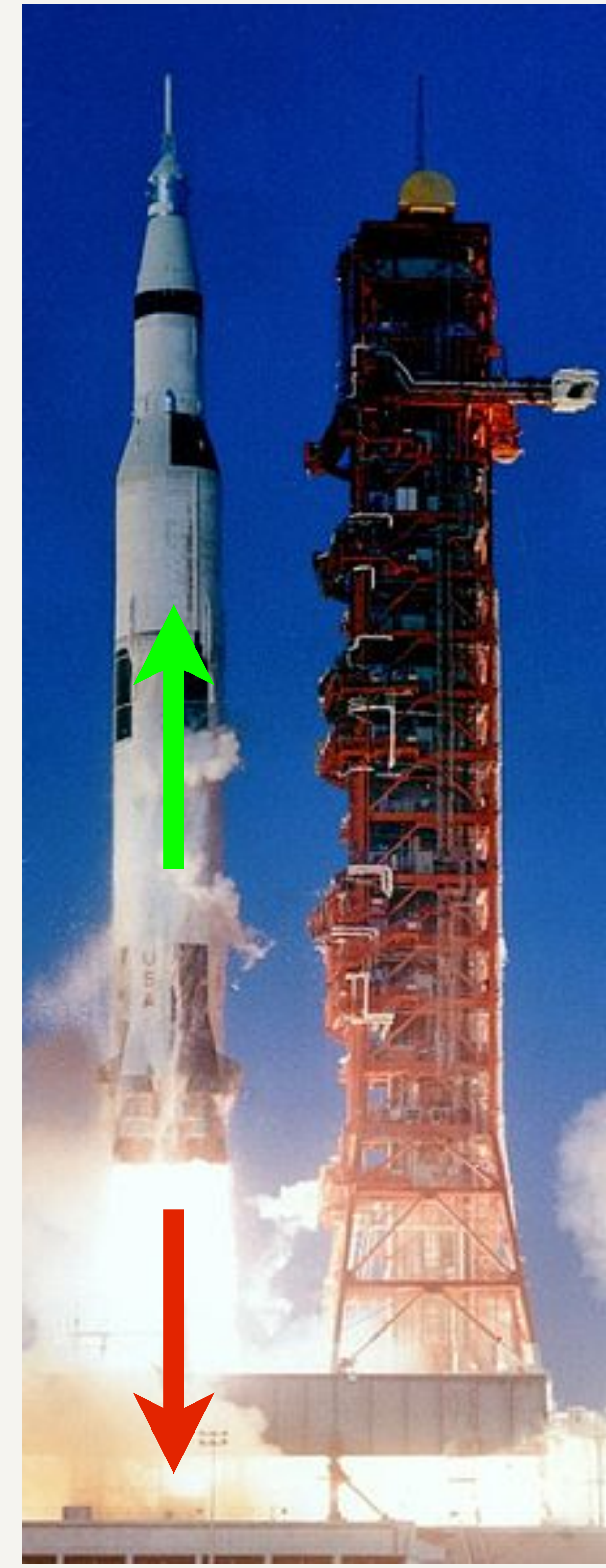
Raketenantrieb

revisited

- Impulserhaltung: wenn das leichte, heiße Gas mit hoher Geschwindigkeit ausgestoßen wird kann es eine schwere Rakete beschleunigen:

$\vec{F}_{\text{reactio}}$

$\vec{F}_{\text{actio}}$



Raketenantrieb
revisited

- Impulserhaltung: wenn das leichte, heiße Gas mit hoher Geschwindigkeit ausgestoßen wird kann es eine schwere Rakete beschleunigen:

$$\vec{F}_{\mathrm{reactio}} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} M \vec{v}$$

$$\vec{F}_{\mathrm{reactio}}$$

große Geschwindigkeit

kleine Masse

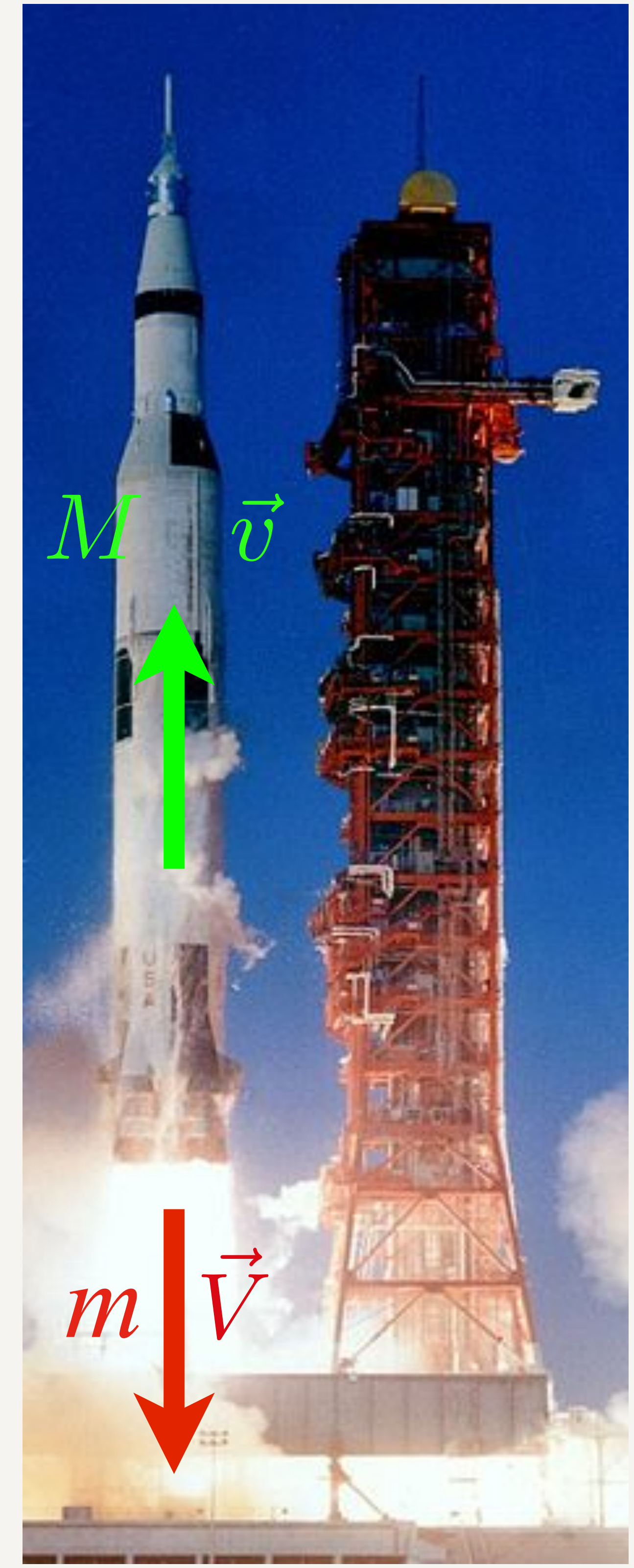
$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(M \cdot \vec{v} + m \cdot \vec{V}\right) = 0$$

große Masse

kleine Geschwindigkeit

$$\vec{F}_{\mathrm{actio}}$$

$$\vec{F}_{\mathrm{actio}} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} m \vec{V}$$



Stöße

Elastischer Stoß

- Bei einem elastischen Stoß wird die kinetische Energie der Stoßpartner kurzeitig wie in einer Feder gespeichert.
- Nach dem Stoß ist die kinetische Energie wieder so groß wie vorher.
- Die Impulse haben die Richtung geändert, bleiben aber natürlich erhalten.

Inelastischer Stoß

- Bei einem inelastischen Stoß wird ein Teil der kinetischen Energie in Wärme oder Verformung umgewandelt.
- Nach dem Stoß ist die kinetische Energie kleiner.
- Die Impulse werden kleiner.

Stöße

Elastischer Stoß

- Atome in einem Gas
- Sehr harte Stahlkugeln

Inelastischer Stoß

- Deformation: Schneeball gegen eine Wand werfen, Autounfall.
- Wärme: Bälle (Tennis, Basketball, Fussball)
- Interne Bewegung: Moleküle

Impulserhaltung

- Experimente mit Luftkissenbahn
- Verschiedene m
- Verschiedene v
- Elastischer und inelastischer Stoß

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = \mathrm{const.}$$

Bewegung und Drehbewegung

Bewegung		Drehbewegung	
Name	Symbol	Symbol	Name
Ort	$\vec{x}$	Θ	Winkel
Geschwindigkeit	$\vec{v}$	ω	Winkelgeschwindigkeit
Beschleunigung	$\vec{a}$	α	Winkelbeschleunigung
Kraft	$\vec{F}$	$\vec{M}$	Drehmoment
Masse	m	I	Trägheitsmoment

Wiederholung: Trägheitsmoment

- Das Drehmoment für jedes Masseteil ist Hebel mal Kraft
- Die Beschleunigung ist Radius mal Winkelbeschleunigung

$$M_i = r_i \cdot F_i = r_i \cdot m_i a_i$$
$$= m_i r_i^2 \alpha_i$$

- Das Gesamtdrehmoment ist die Summe über alle einzelnen Drehmomente.

$$M = \sum_i M_i = \sum_i m_i r_i^2 \alpha$$

- Daraus ergibt sich das Trägheitsmoment:

$$\Rightarrow I = \sum_i m_i r_i^2 \qquad M = I \cdot \alpha$$

Bewegung und Drehbewegung

Bewegung		Drehbewegung	
Name	Symbol	Symbol	Name
Ort	$\vec{x}$	Θ	Winkel
Geschwindigkeit	$\vec{v}$	ω	Winkelgeschwindigkeit
Beschleunigung	$\vec{a}$	α	Winkelbeschleunigung
Kraft	$\vec{F}$	$\vec{M}$	Drehmoment
Masse	m	I	Trägheitsmoment
Impuls	$\vec{p}$	$\vec{L}$	Drehimpuls

Drehimpuls

Impuls

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v}$$

$$\vec{F} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\vec{p}$$

Drehimpuls

$$L = I \cdot \omega$$

$$M = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}L$$

Drehimpulserhaltung

- Genau wie der normale Impuls ist der Drehimpuls ebenfalls eine Erhaltungsgröße.

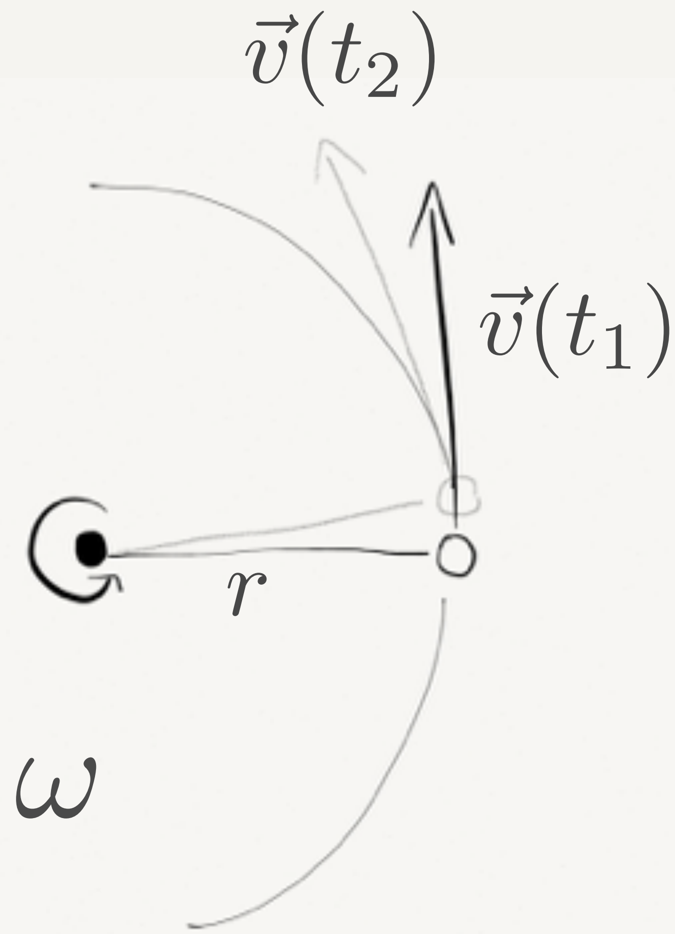
$$\sum L_i = \mathrm{const.}$$

- Nicht überraschend: jedes einzelne Masseteil unterliegt der Impulserhaltung.
- Nur wenn äußere Drehmomente anliegen ändert sich der Gesamt-Drehimpuls des Systems.

$$M_{\mathrm{ext}} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\vec{L}_{\mathrm{gesamt}} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\sum_i L_i$$

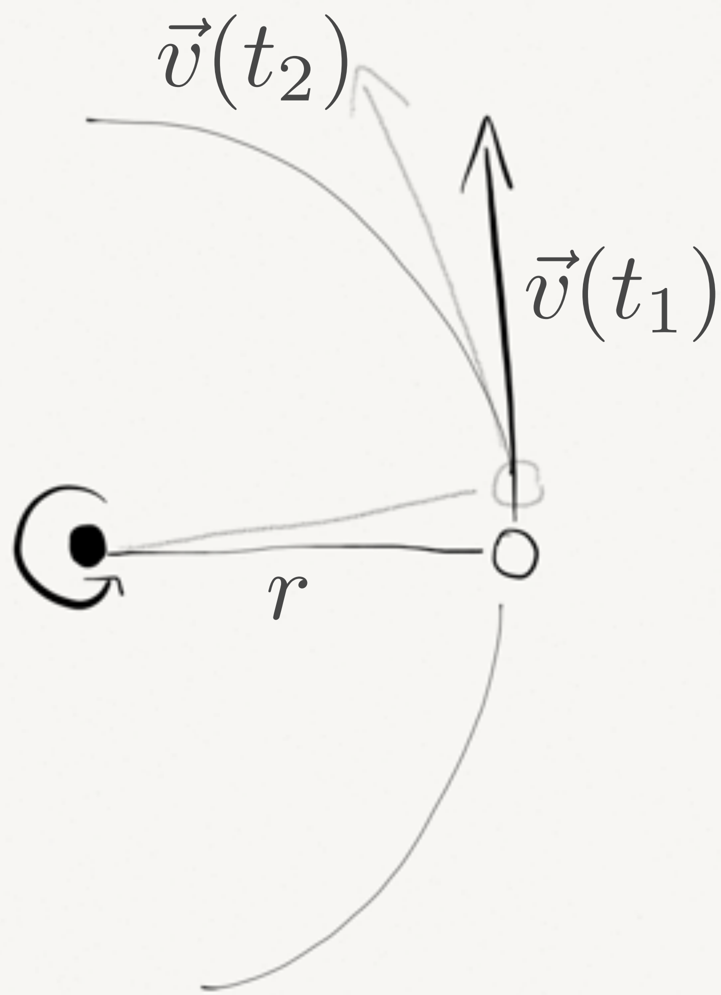
Zentripetalkraft

- Bei einer Kreisbewegung muss es eine zur Drehachse hin gerichtete Kraft geben.
- Ansonsten würde nach dem 1. Newton'schen Gesetz ein Masseteil einfach gradeaus weiterfliegen.
- Diese zum Zentrum der Drehung gerichtete Kraft wird **Zentripetalkraft** genannt.



$$v = r \cdot \omega$$

Zentralbeschleunigung



$$v = r \cdot \omega$$

$$|\Delta \vec{v}| = |\vec{v}(t_2) - \vec{v}(t_1)|$$
$$= |\vec{v}| \cdot \Delta\Theta$$

$$\Rightarrow \frac{|\Delta \vec{v}|}{\mathrm{d}t} = |\vec{v}| \cdot \frac{\Delta\Theta}{\mathrm{d}t}$$

$$\Rightarrow |\vec{a}_\mathrm{z}| = |\vec{v}| \cdot \omega$$
$$= r \cdot \omega^2$$
$$= \frac{|\vec{v}|^2}{r}$$

Zentripetalkraft

$$a_\mathrm{z} = \frac{v^2}{r} = r \cdot \omega^2$$

$$F_\mathrm{z} = m \cdot a_\mathrm{z}$$

- Die Zentripetalkraft ist nun einfach die Masse des Teilchens mal der Zentralbeschleunigung:

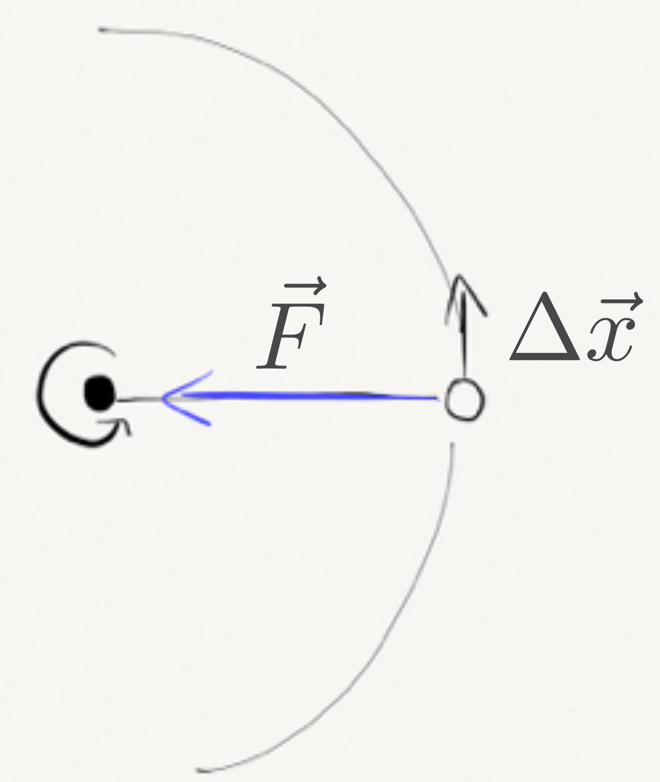
$$F_\mathrm{z} = m \cdot \frac{v^2}{r} = m \cdot r \cdot \omega^2$$

Beschleunigung ohne Energie

- Die Zentripetalkraft (Beschleunigung) steht **senkrecht** zur Geschwindigkeit.
- Nur die Richtung des Geschwindigkeits-Vektors ändert sich.
- Der Betrag bleibt gleich.
- Die kinetische Energie ändert sich also nicht!

Skalarprodukt!

$$\Delta W = \vec{F} \cdot \Delta\vec{x} = 0$$



Kinetische Energie der Rotation

$$E_i = \frac{1}{2} m_i v_i^2 = \frac{1}{2} m_i (r_i \omega)^2 = \frac{1}{2} m_i r_i^2 \cdot \omega^2$$

- Wie immer: normale Formeln für ein einzelnes Masseteil nehmen und in Größen der Rotation darstellen.
- Dann Summe über alle Masseteile.

$$E = \sum_i E_i = \frac{1}{2} \sum_i m_i r_i^2 \cdot \omega^2 = \frac{1}{2} I \omega^2$$

$$E = \frac{1}{2} I \omega^2$$

Bewegung und Drehbewegung

Größe	Bewegung
Ort	$\vec{x}$
Geschwindigkeit	$\vec{v} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\vec{x}$
Beschleunigung	$\vec{a} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\vec{v} = \frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}t^2}\vec{x}$
Kraft	$\vec{F} = m \cdot \vec{a}$
Impuls	$\vec{p} = m \cdot \vec{v}$
Kraft	$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\vec{p} = \vec{F}$
Kinetische Energie	$E_{\mathrm{kin}} = \frac{1}{2}mv^2$

Größe	Rotation
Winkel	Θ
Winkelgeschwindigkeit	$\omega = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\Theta$
Winkelbeschleunigung	$\alpha = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\omega = \frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}t^2}\Theta$
Drehmoment	$M = I \cdot \alpha$
Drehimpuls	$L = I \cdot \omega$
Drehmoment	$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}L = M$
Kinetische Energie	$E_{\mathrm{kin}} = \frac{1}{2}I\omega^2$