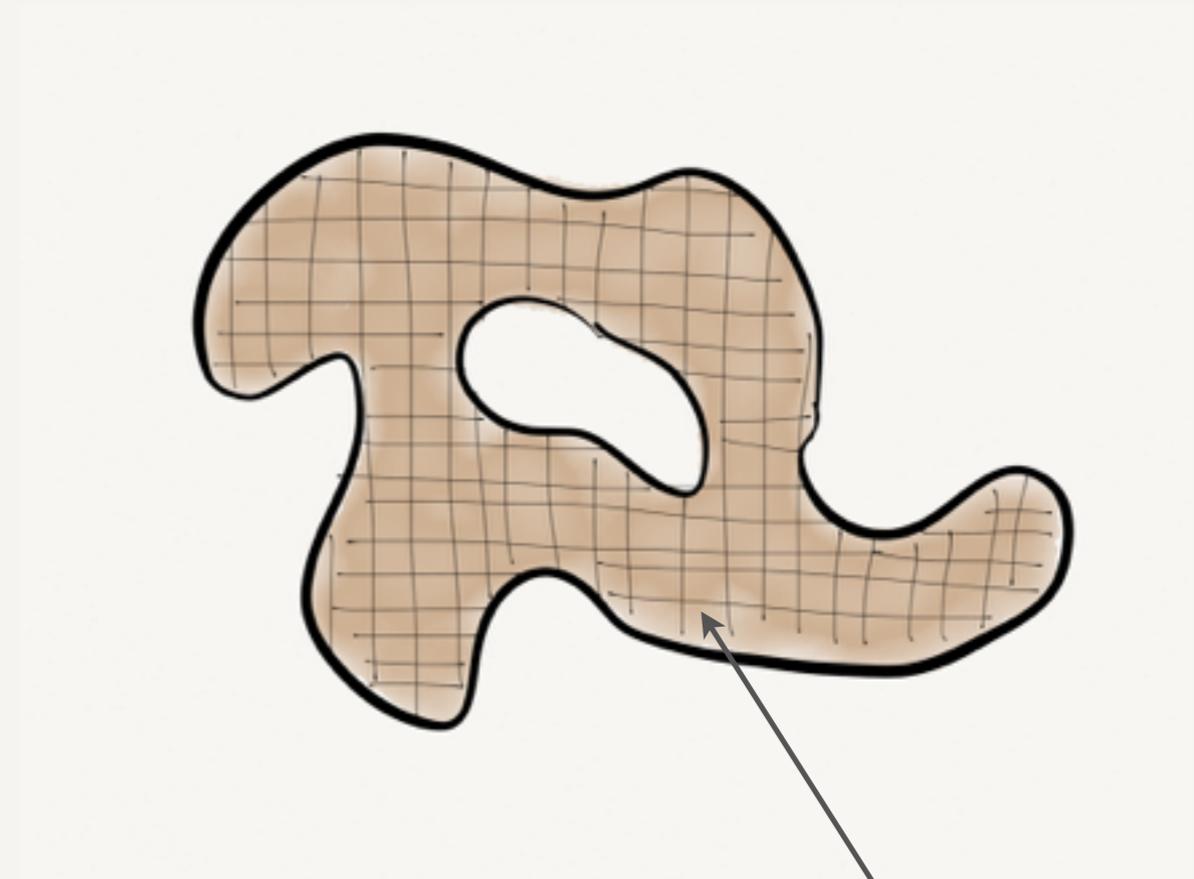


Newton's Gravitationsgesetz

Schwerpunkt

- Bewegungen, Beschleunigungen und Kräfte können so berechnet werden, als würden Sie an einem einzigen Punkt des Objektes angreifen.
- Bei einem Körper mit homogener Dichte ist dies der geometrische Mittelpunkt.
- Bei Kugeln ist dies der Mittelpunkt.
- Für Planeten kann man näherungsweise den Mittelpunkt nehmen.

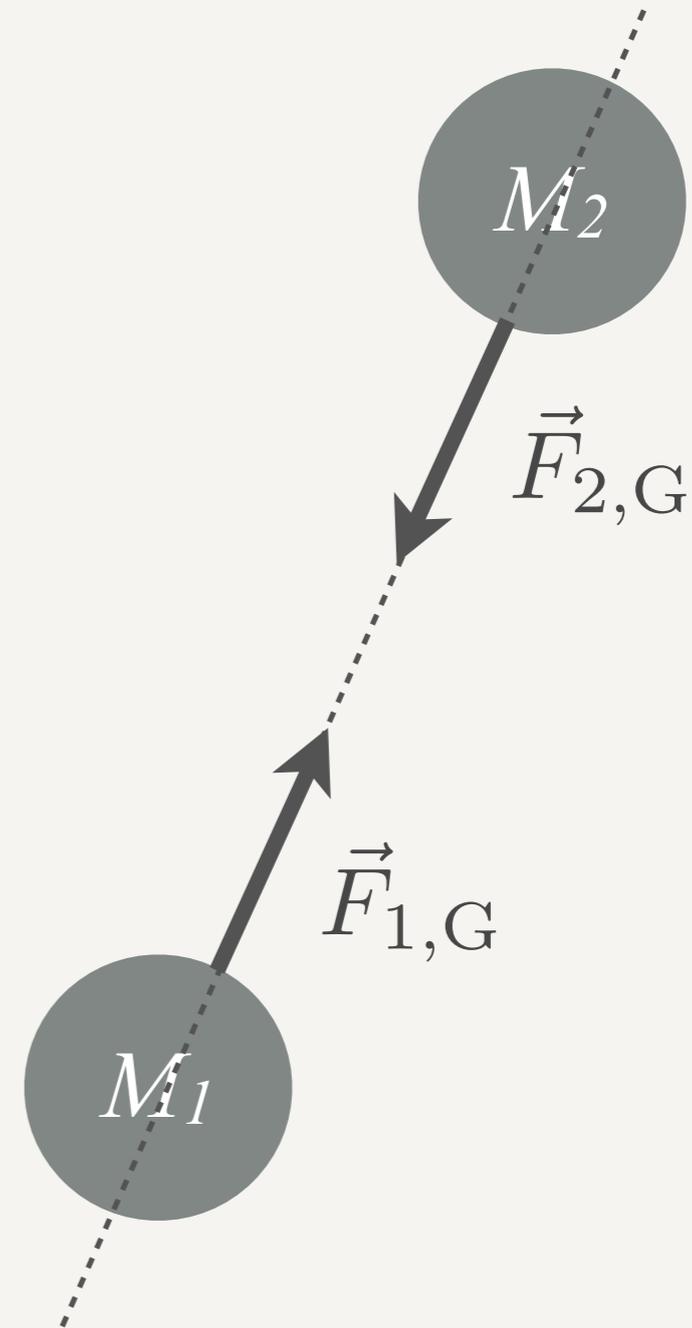


$$\vec{S} = \frac{1}{M} \sum_i m_i \vec{x}_i$$

Das Gravitationsgesetz

- Materie zieht sich gegenseitig an, d.h. sie übt eine Kraft aufeinander aus.
- Die Kraft zeigt für beide Objekte zum anderen hin, d.h. auf der Verbindungslinie zwischen den Objekten.
- Diese Kraft ist kleiner je weiter die Objekte voneinander weg sind.
- Die Kraft nimmt mit dem Quadrat des Abstandes der Objekte ab.

$$\vec{F}_G \propto \frac{1}{r^2}$$



Das Gravitationsgesetz

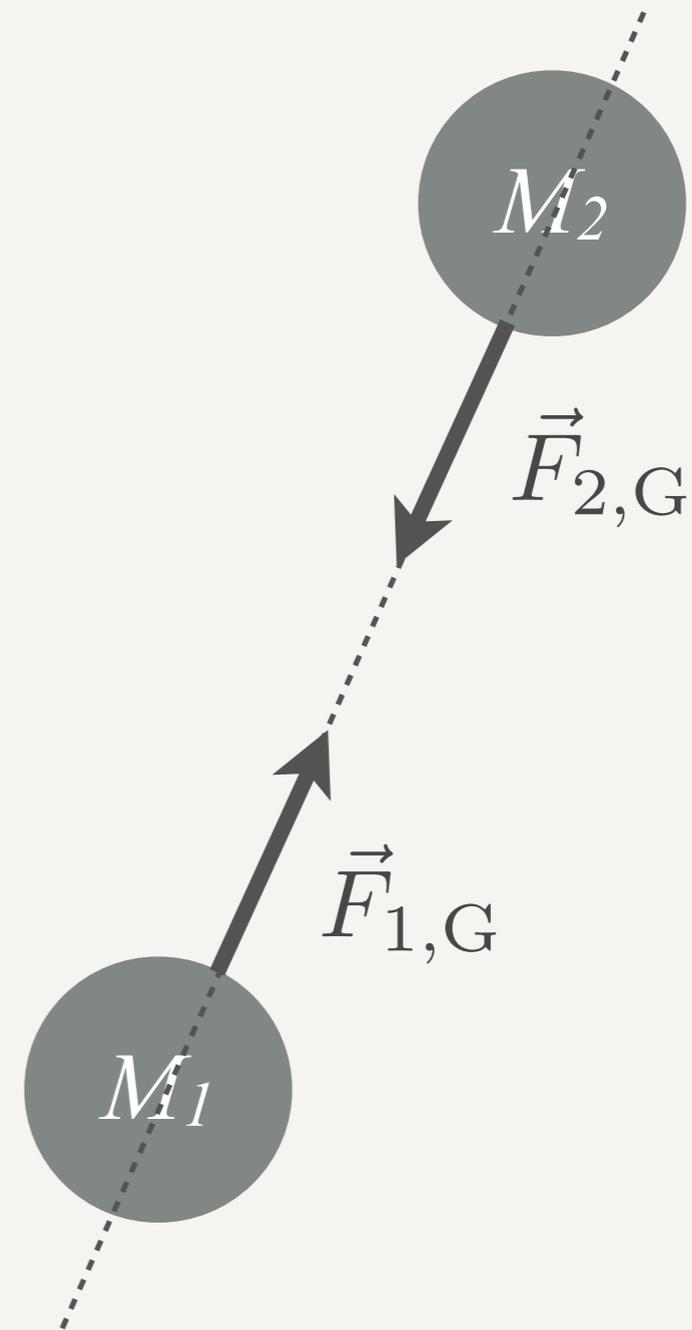
- Die Kraft ist für beide Objekte gleich groß, aber mit umgekehrtem Vorzeichen (zeigt immer zum anderen Objekt)

$$\vec{F}_{1,G} = -\vec{F}_{2,G}$$

- Die Kraft ist proportional zur Masse beider Objekte:

$$\vec{F}_G \propto M_1$$

$$\vec{F}_G \propto M_2$$

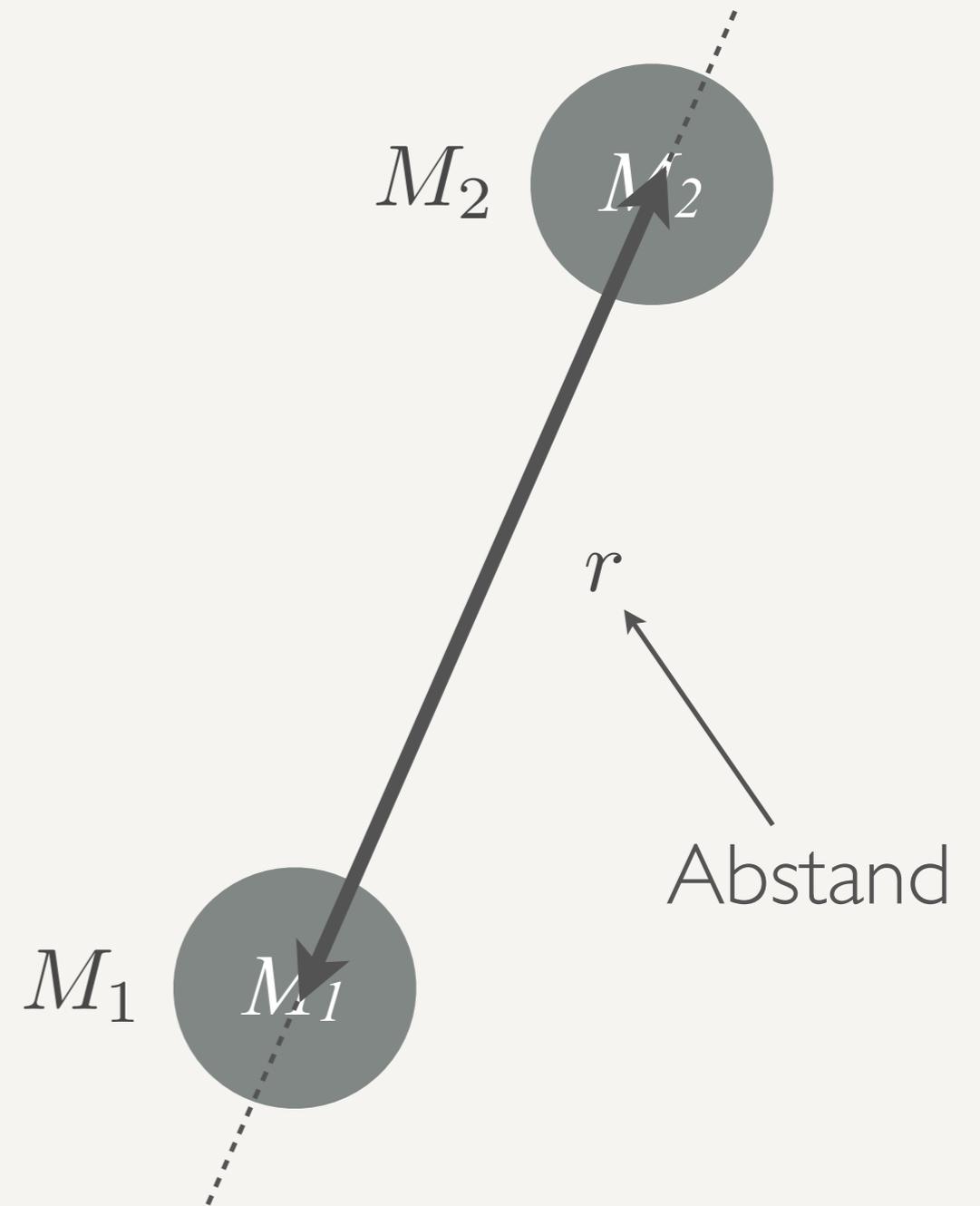


Das Gravitationsgesetz

Skalare Darstellung

$$F_G = G \frac{M_1 M_2}{r^2}$$

$$G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 / (\text{kg s}^2)$$



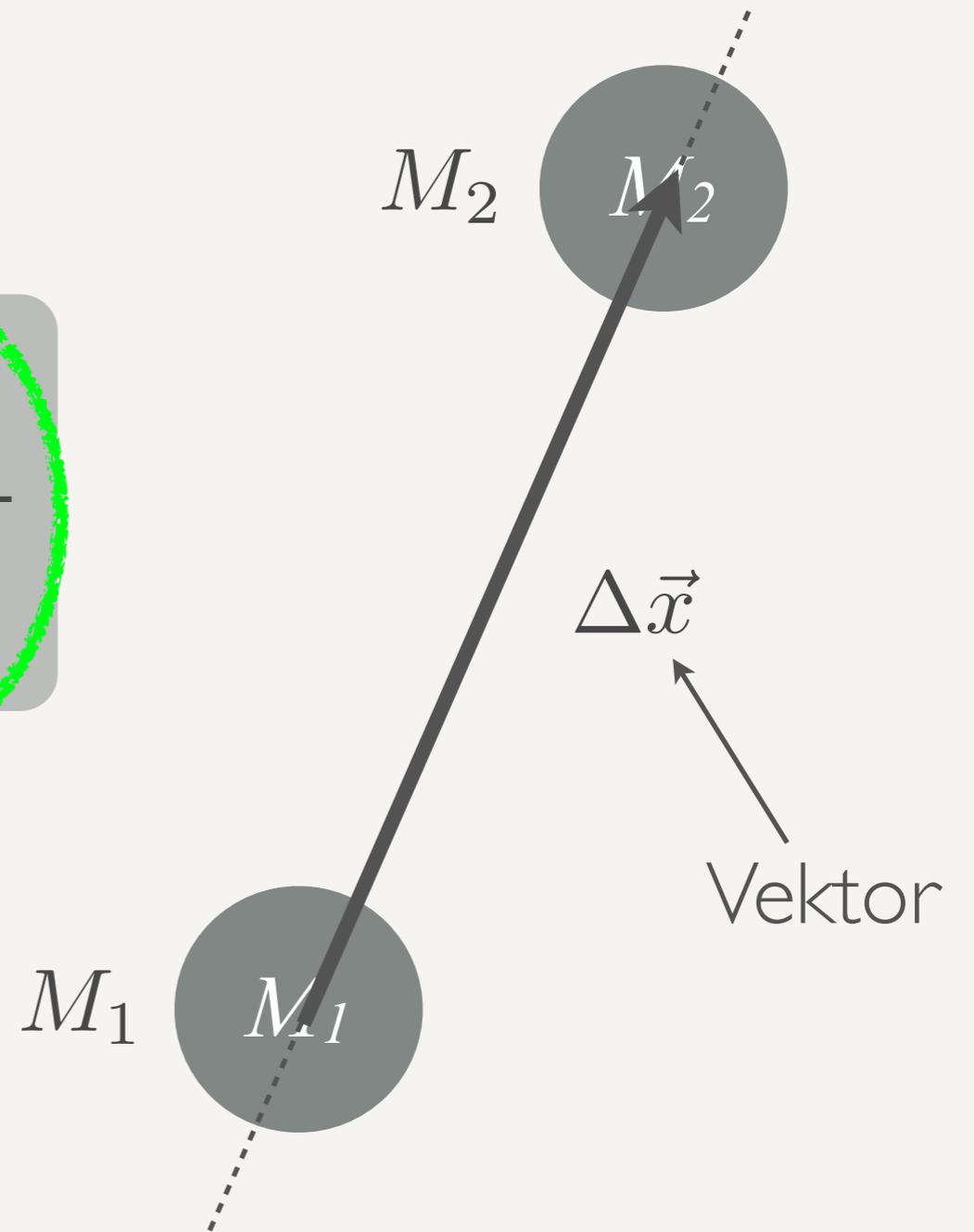
Das Gravitationsgesetz

Vektorielle Darstellung

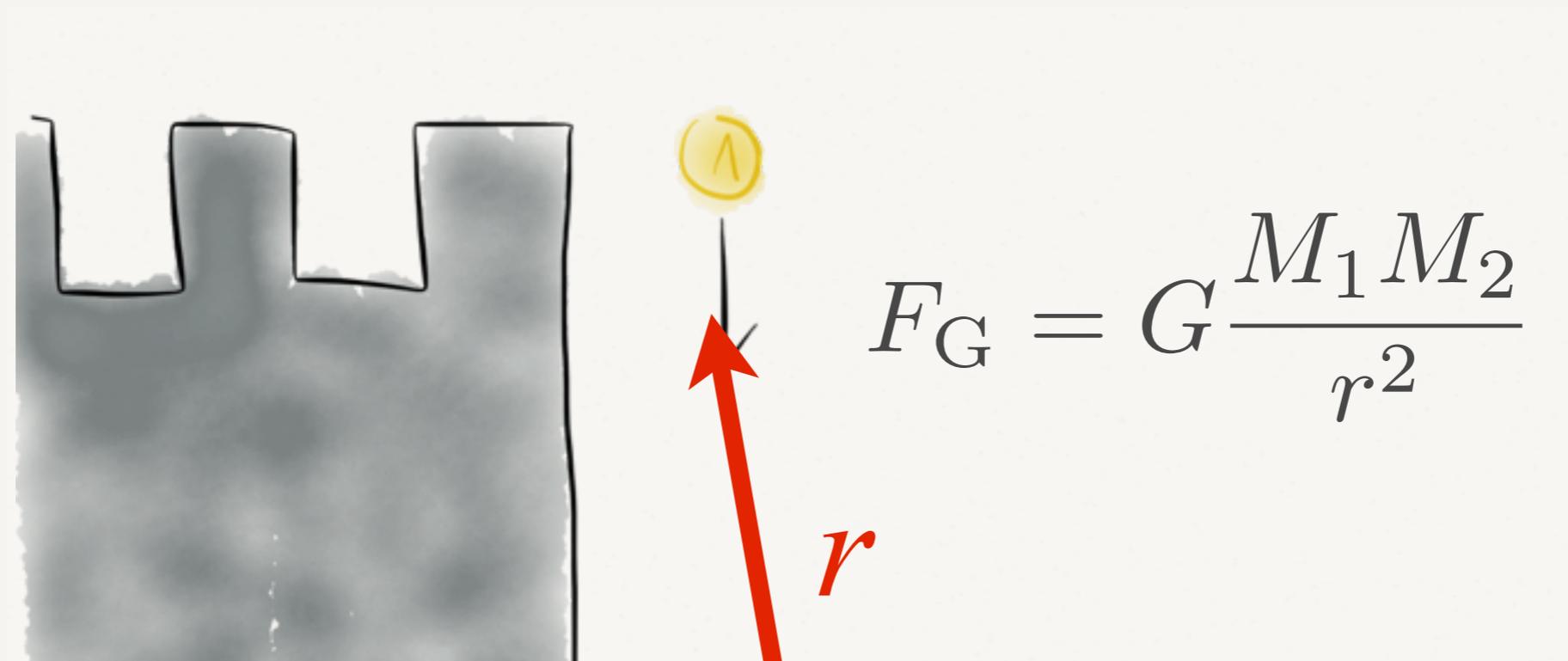
$$\vec{F}_G = G \frac{M_1 M_2}{(\Delta \vec{x})^2} \cdot \frac{\Delta \vec{x}}{|\Delta \vec{x}|}$$

normierter Richtungsvektor
(Betrag 1)

$$G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 / (\text{kg s}^2)$$



Konstante Beschleunigung?



Erdanziehung ist nur nahe der Erdoberfläche konstant!

Zahlenwerte

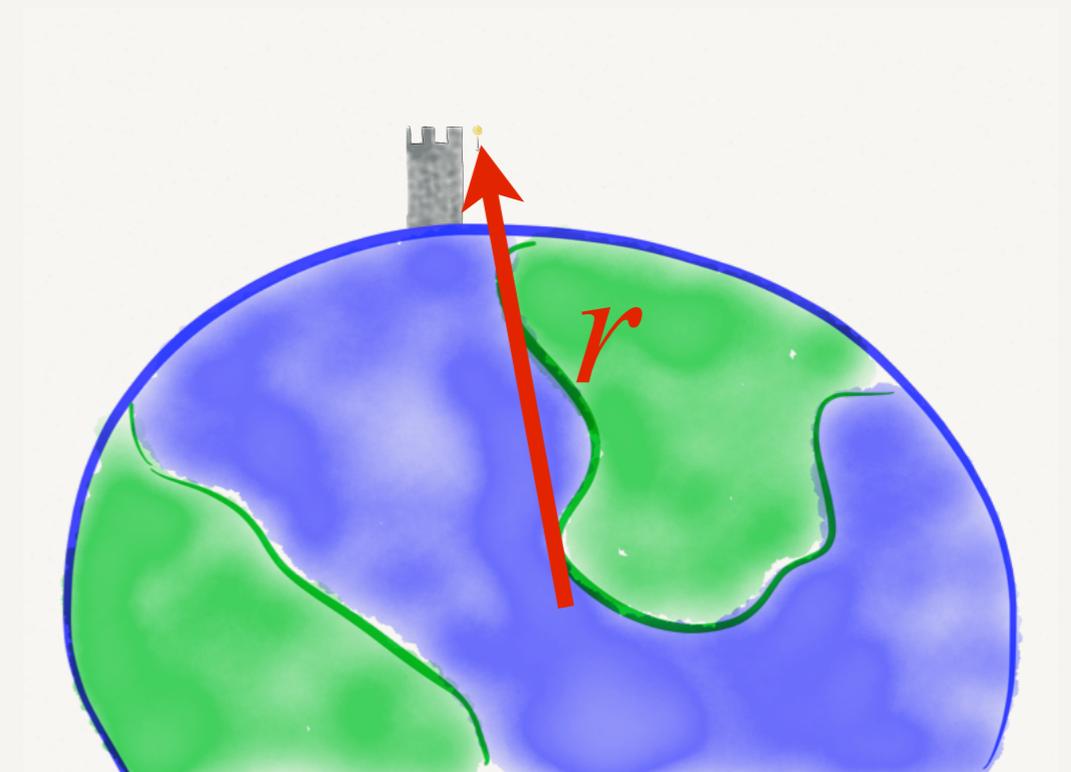
6371 km

$6.67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg} \cdot \text{s}^2}$

100 g

$5.97 \cdot 10^{24} \text{ kg}$

$$F_G = G \frac{M_1 M_2}{r^2}$$



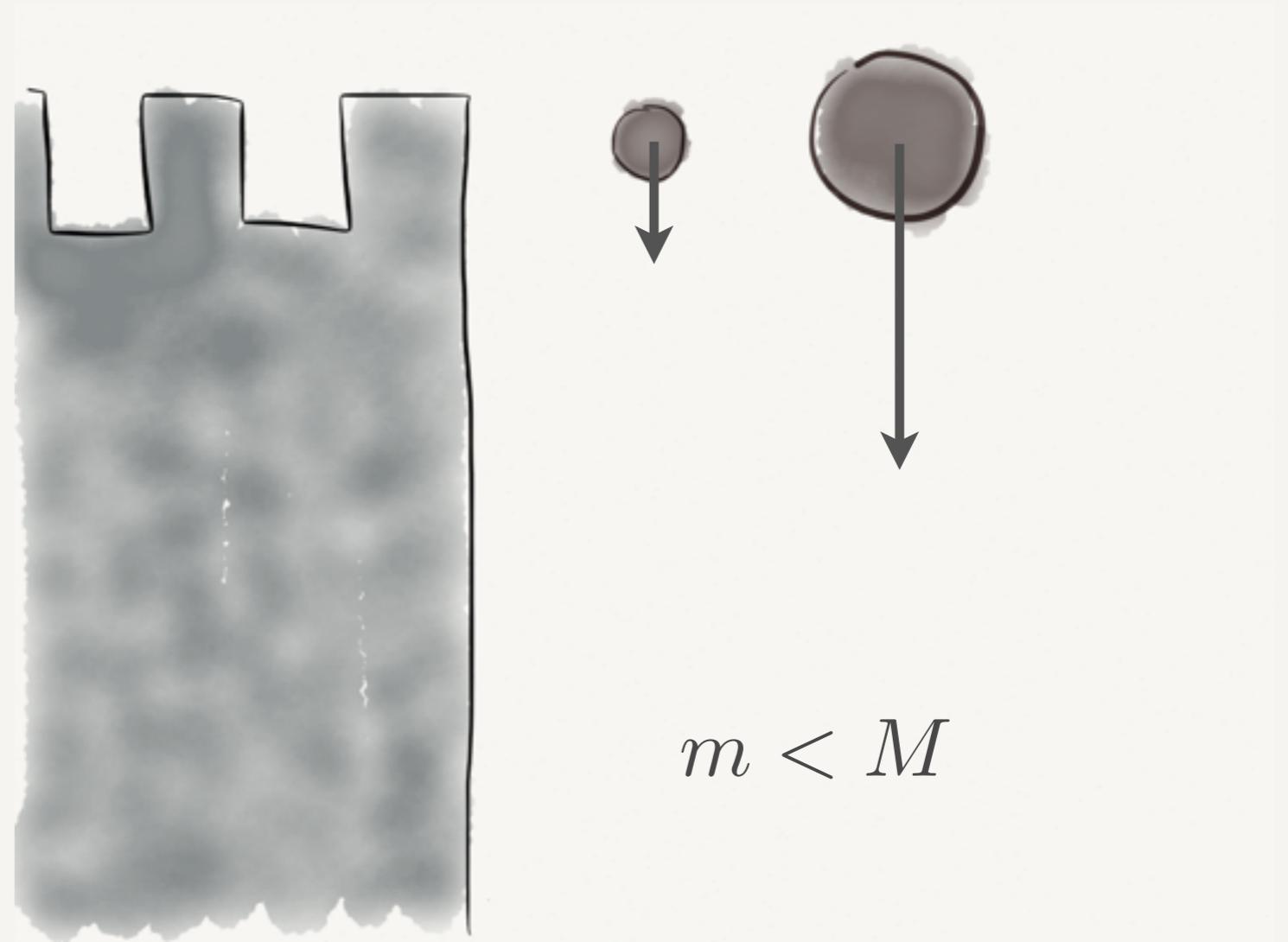
Wie schnell nimmt F ab?



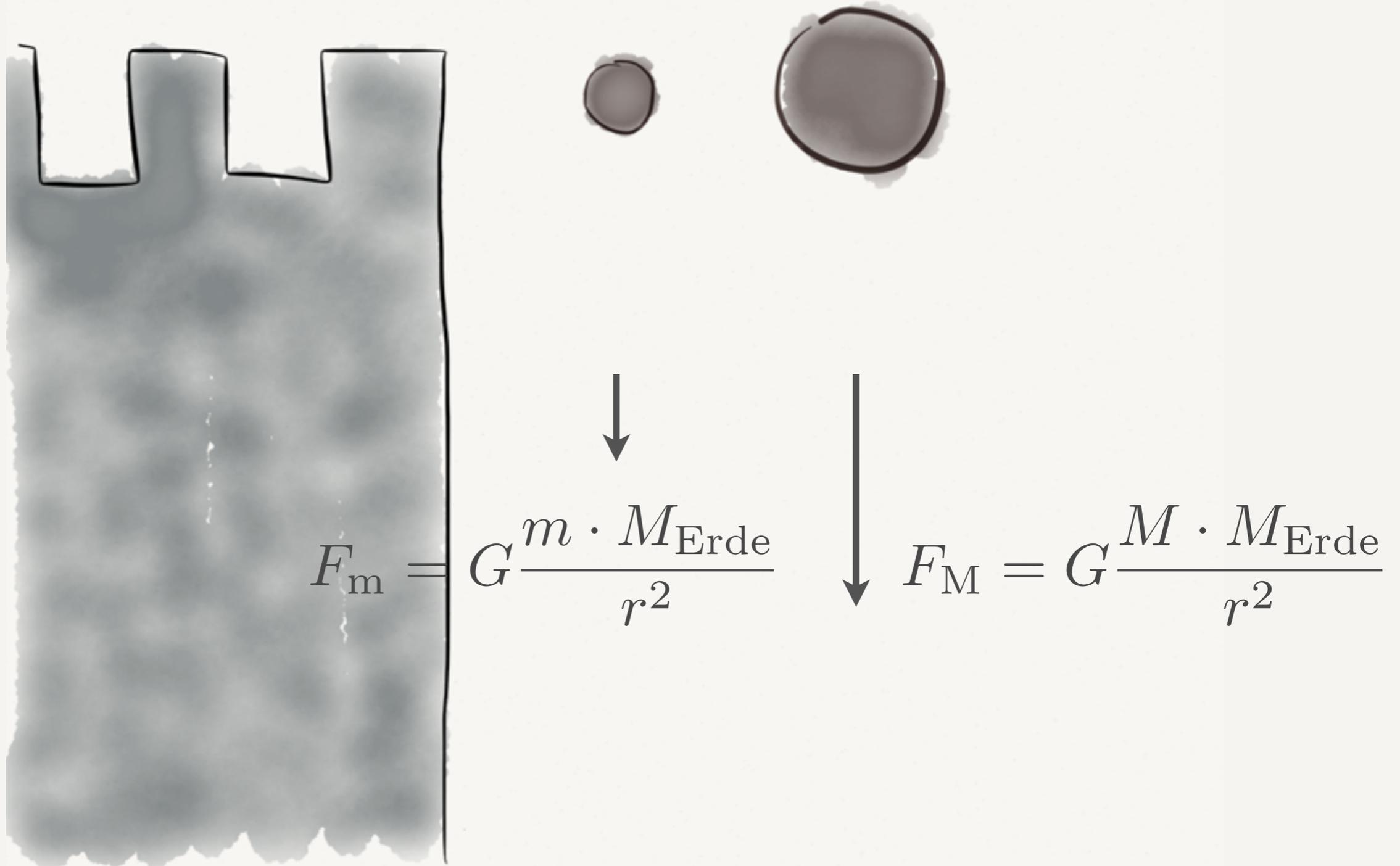
Wer fällt schneller?

Fallen Objekte gleich schnell, auch wenn sie unterschiedlich schwer sind?

- Auf schwere Objekte mit Masse M wirkt eine größere Gravitationskraft als auf leichte Objekte mit Masse m .
- Fallen die schweren Objekte deswegen schneller vom Turm?



Fallen Objekte gleich schnell, auch wenn sie unterschiedlich schwer sind?



Objekte fallen immer gleich schnell!

$$F = m \cdot a$$

- Die Beschleunigung und die Geschwindigkeit wird nach dem 2. Newton'schen Gesetz bestimmt.
- Ein Objekt mit größerer Gewichtskraft wird auch langsamer beschleunigt, weil es eine größere Trägheit hat.

$$\begin{aligned} a_m &= \frac{F_m}{m} \\ &= G \frac{m \cdot M_{\text{Erde}}}{r^2} \cdot \frac{1}{m} \\ &= G \frac{M_{\text{Erde}}}{r^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a_M &= \frac{F_M}{M} \\ &= G \frac{M \cdot M_{\text{Erde}}}{r^2} \cdot \frac{1}{M} \\ &= G \frac{M_{\text{Erde}}}{r^2} \end{aligned}$$

Erdbeschleunigung g

- Alle Objekte - egal wie schwer sie sind - werden durch die Gravitationskraft der Erde gleich schnell beschleunigt.
- Diese feste Beschleunigung heißt Erdbeschleunigung:

$$g = G \frac{M_{\text{Erde}}}{r^2}$$

- Sie hat den Zahlenwert 9.81m/s^2 .

$$\begin{aligned} a_m &= \frac{F_m}{m} \\ &= G \frac{m \cdot M_{\text{Erde}}}{r^2} \cdot \frac{1}{m} \end{aligned}$$

$$= G \frac{M_{\text{Erde}}}{r^2}$$

g

$$a_M = \frac{F_M}{M}$$

$$= G \frac{M \cdot M_{\text{Erde}}}{r^2} \cdot \frac{1}{M}$$

$$= G \frac{M_{\text{Erde}}}{r^2}$$

Schwere und träge Masse

Schwere und Träge Masse

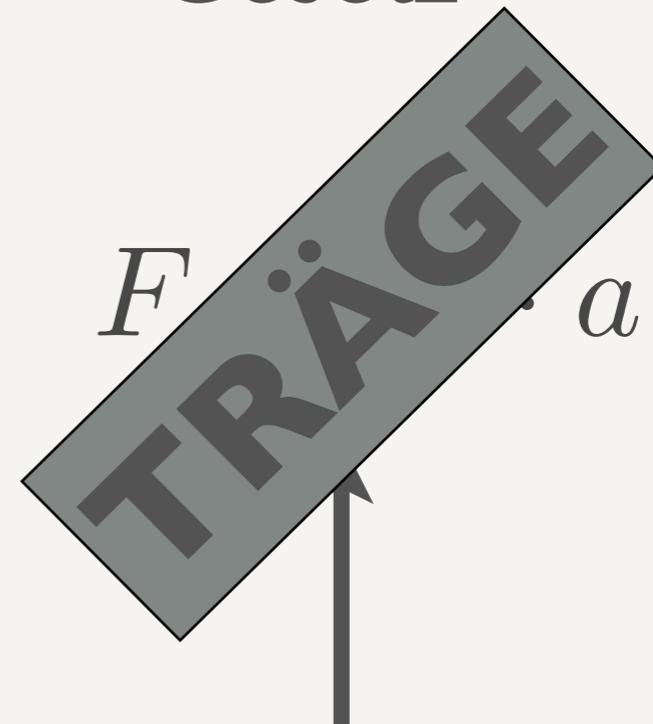
Newton's Universelle
Gravitationsgesetz

$$F_G = \frac{M_1 M_2}{r^2}$$



Anziehungskraft
zwischen zwei Körpern

Newton's 1. und 2.
Gesetz



Kraft, um die
gleichförmige Bewegung
eines Körpers zu ändern.

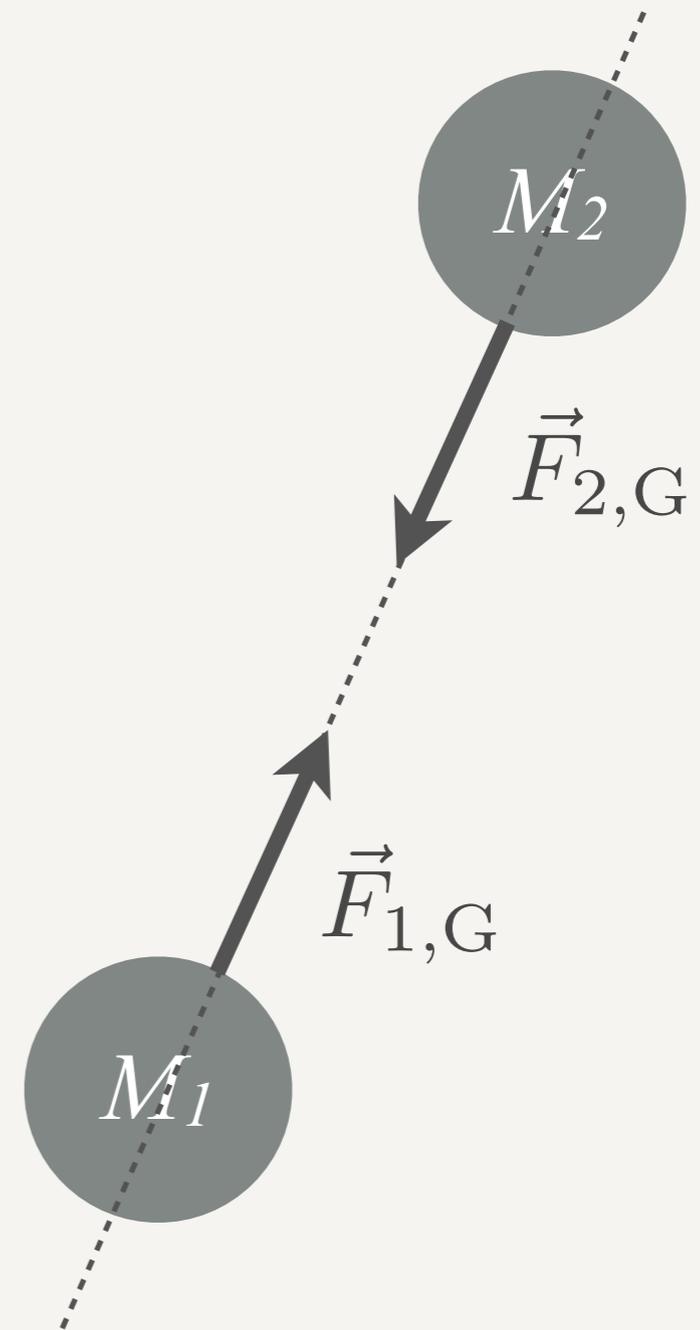
Coulomb-Kraft

- Ein Vergleich zwischen Gravitations- und Coulombkraft.
- Hilfestellung zur Unterscheidung schwerer und träger Masse.

Das Gravitationsgesetz

- Materie zieht sich gegenseitig an, d.h. sie übt eine Kraft aufeinander aus.
- Die Kraft zeigt für beide Objekte zum anderen hin, d.h. auf der Verbindungslinie zwischen den Objekten.
- Diese Kraft ist kleiner je weiter die Objekte voneinander weg sind.
- Die Kraft nimmt mit dem Quadrat des Abstandes der Objekte ab.

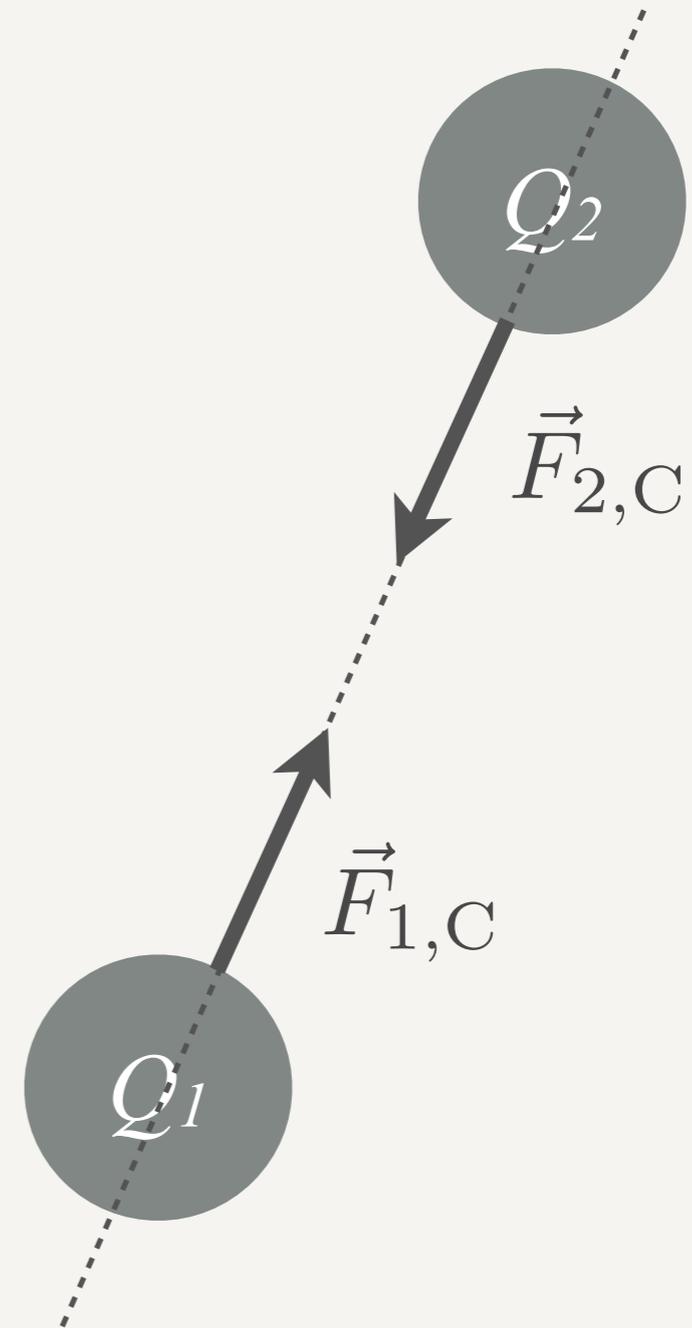
$$\vec{F}_G \propto \frac{1}{r^2}$$



Die Coulombkraft

- Elektrische Ladungen ziehen sich gegenseitig an, d.h. sie üben eine Kraft aufeinander aus.
- Die Kraft kann anziehend oder abstoßend sein.
- Die Kraft zeigt für beide Objekte zum anderen hin, d.h. auf der Verbindungslinie zwischen den Objekten.
- Die Kraft nimmt mit dem Quadrat des Abstandes der Objekte ab.

$$\vec{F}_C \propto \frac{1}{r^2}$$



Die Coulombkraft

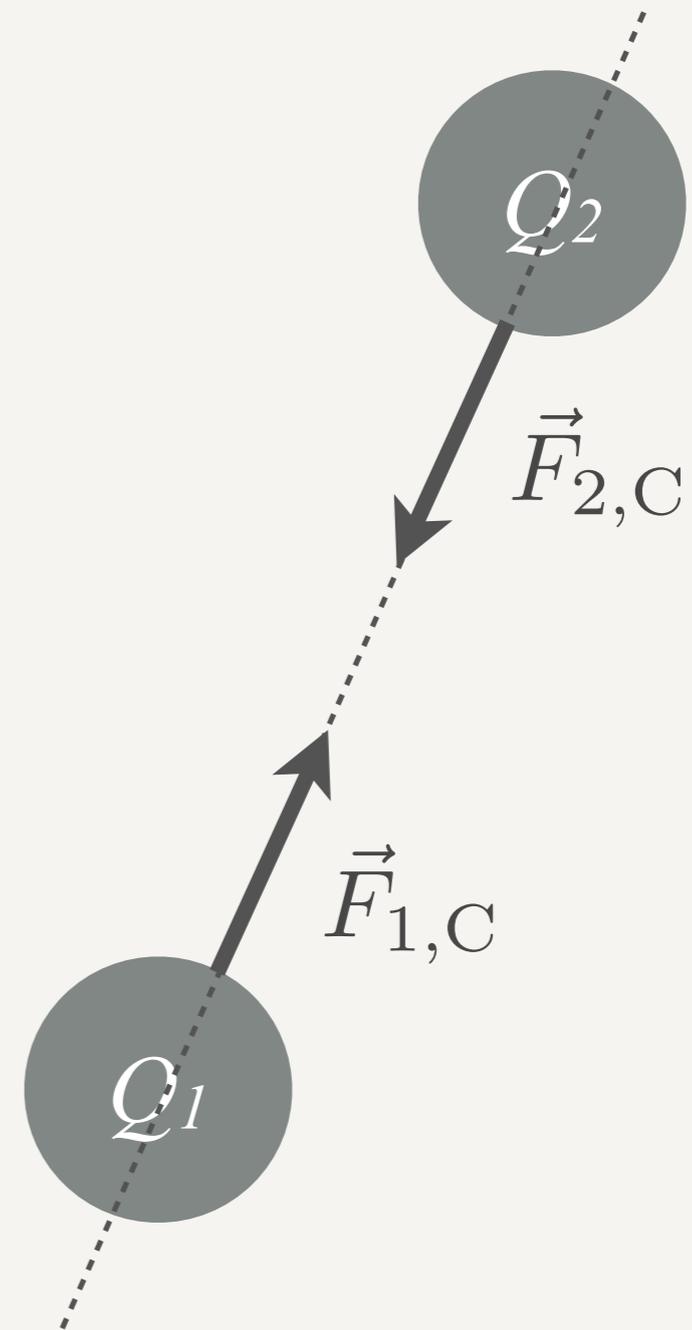
- Die Kraft ist für beide Objekte gleich groß, aber mit umgekehrtem Vorzeichen (zeigt immer zum anderen Objekt)

$$\vec{F}_{2,C} = -\vec{F}_{1,C}$$

- Die Kraft ist proportional zur Masse beider Objekte:

$$\vec{F}_C \propto Q_1$$

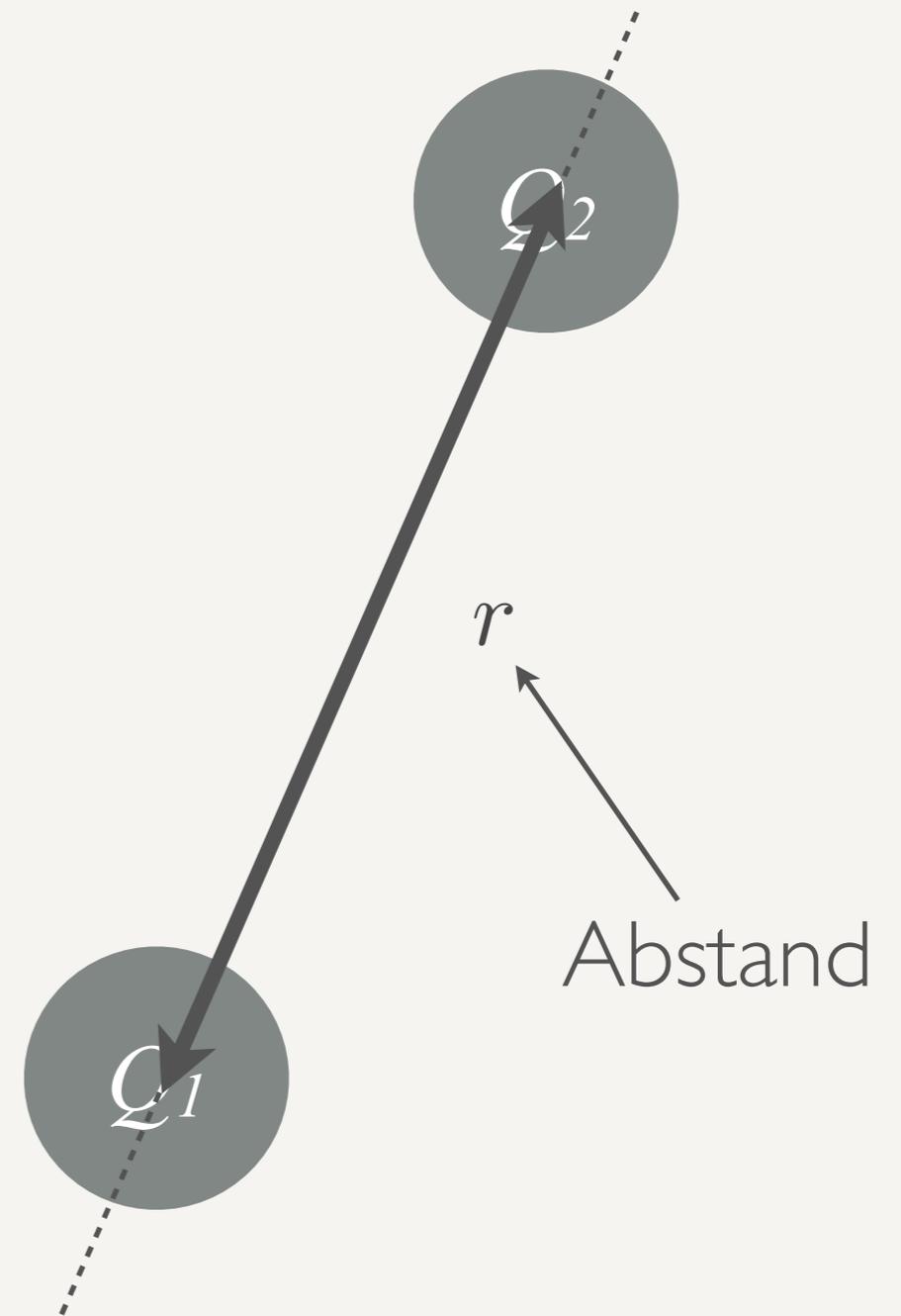
$$\vec{F}_C \propto Q_2$$



Die Coulombkraft

Skalare Darstellung

$$F_C = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1 Q_2}{r^2}$$



„Schwere“ Ladung und träge Masse

- Bei der Coulombkraft ist der Unterschied zwischen Ladung und träger Masse klar.
- Aber die Gravitations- “Ladung“ ist genau gleich der trägen Masse!
- Hierfür gibt es keine Begründung.
- Der Zusammenhang wurde häufig untersucht und vermessen.

$$F_C = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1 Q_2}{r^2}$$

$$F = m \cdot a$$

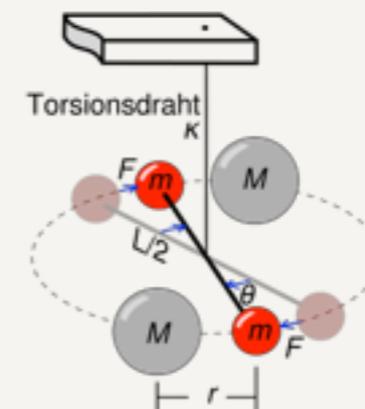
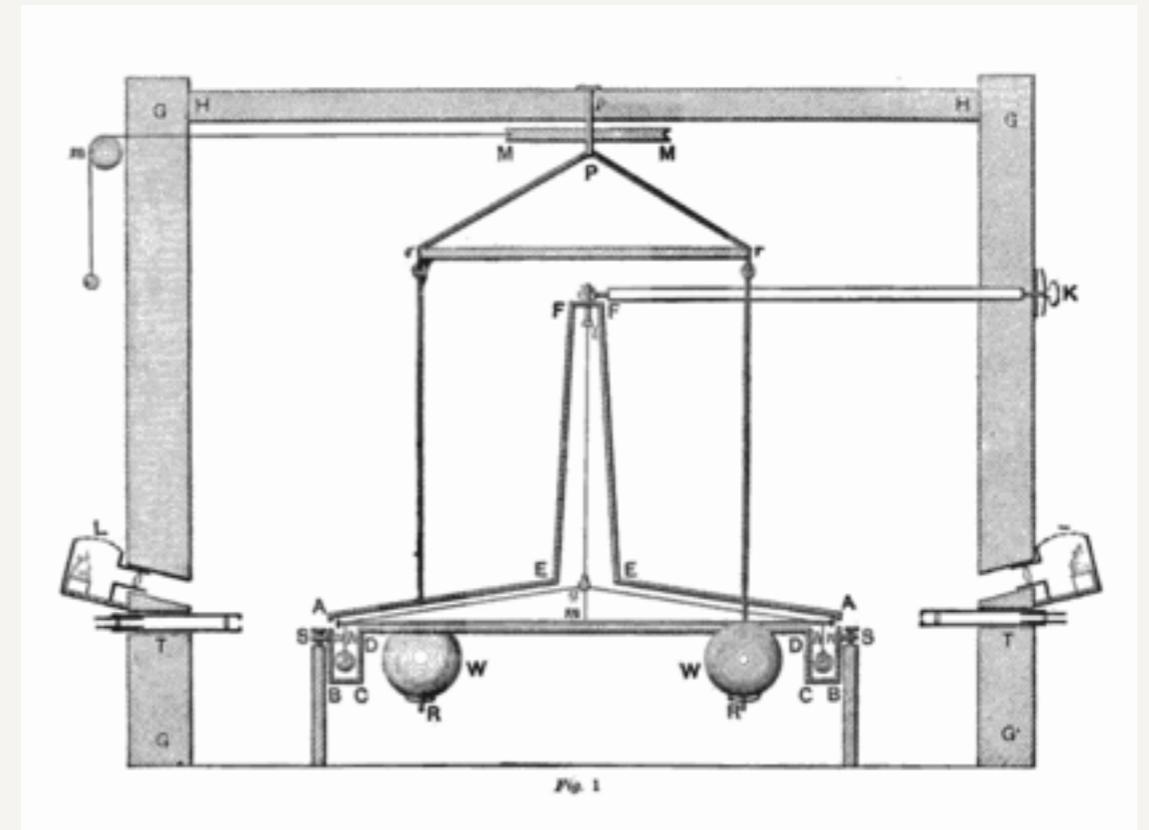
Vergleich der Kräfte

- Die Gravitationskraft ist mit Abstand die schwächste der vier Grundkräfte der Physik.
- Die Gravitationskonstante ist deswegen auch die am ungenauesten vermessene Naturkonstante.

$$\begin{aligned}\frac{F_G}{F_C} &= \frac{G \frac{M_p^2}{r^2}}{\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r^2}} \\ &= \frac{GM_p^2}{4\pi\epsilon_0 e^2} \\ &\approx 10^{-36}\end{aligned}$$

Das Cavendish-Experiment

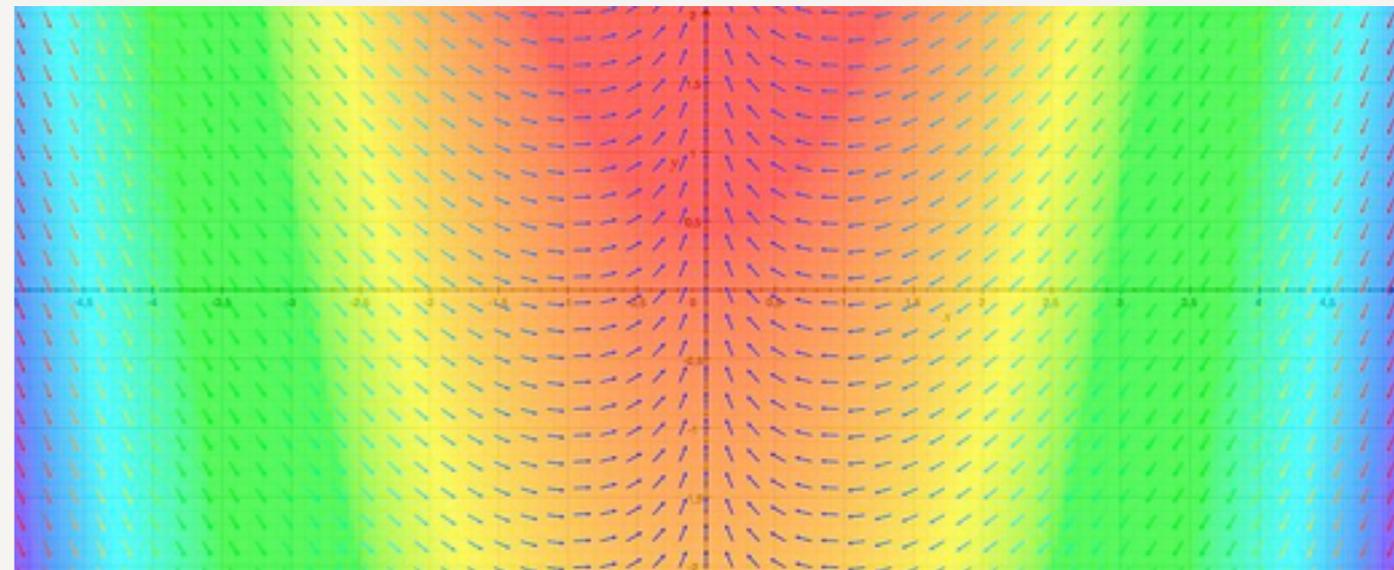
- Henry Cavendish, 1798.
- Zwei kleine Massen (als Hantel) an einem Draht werden durch zwei große Massen angezogen.
- Die Torsionskraft des Fadens wirkt als Federkraft und dreht die Hantel wieder zurück.
- Die Schwingungsdauer hängt von der Gravitationskonstanten ab.
- Messwert: 6.754 statt 6.67 (ca. 1% Fehler!)



Das Feld

Das Feld

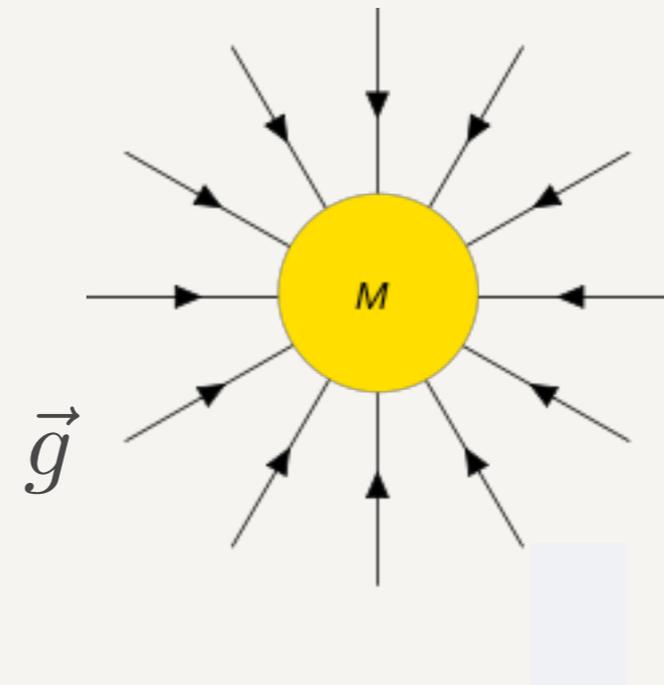
- Ein Feld definiert an jedem Ort des Raums eine physikalische Größe.
- Felder können vektoriell sein (E-Feld, Gravitationsfeld)
- Felder können skalar sein (Potential, Temperatur)



Gravitationsfeld

Vektorfeld

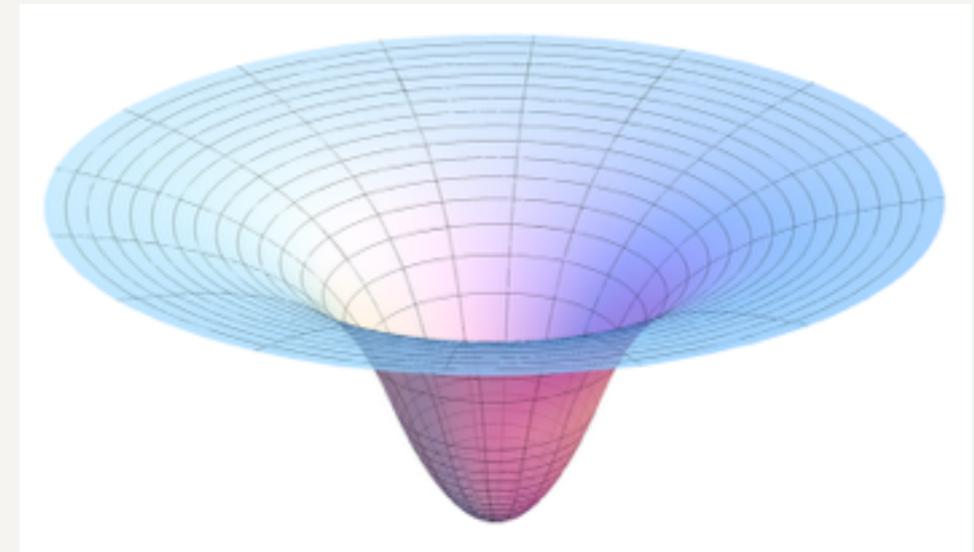
- Das Gravitationsfeld zeigt an in welche Richtung und wie stark eine **kleine Probemasse** beschleunigt würde.
- Das Gravitationsfeld ist ein Vektorfeld.
- Es ist an jedem Punkt des Raums definiert:
$$\vec{g} = \vec{g}(x, y, z)$$



$$\vec{g} = \frac{\vec{F}_G}{m} = G \frac{M}{r^2} \cdot \vec{e}_r$$

Gravitationspotential

Skalares Potential



- Das Gravitationspotential (= potentielle Energie der Erdanziehung) zeigt an, wie viel Energie aufgebracht wurde um zu dem Punkt zu kommen.
- Das Gravitationspotential ist ein skalares Feld.

$$\Phi = \frac{E_{\text{pot}}}{m} = -G \frac{M}{r}$$

$$\vec{g} = -\vec{\nabla} \Phi$$

De Mundi Systemate

Das System der Welt

Eine kurze Geschichte der Gravitation

- Tycho Brahe
(Experimentelle
Beobachtung als Prinzip)
- Johannes Kepler (3
Gesetze)
- Isaac Newton
- Weltbild des Ptolomäus
(geozentrisch)
- Weltbild des Kopernikus
(heliozentrisch)

Tycho Brahe

- Glaubte wissenschaftliche Fragen durch Messungen klären können.
- Diese Herangehensweise war für damalige Verhältnisse neu und fremd.
- Seine Messungen waren sehr präzise (ca. 2 Bogenminuten).
- Dadurch konnten kleine Abweichungen der Planetenbahnen bestimmt werden.



1546 - 1601

Mauerquadrant

Messung mit „Kimme und Korn“



Johannes Kepler

- Erhielt als Assistent von Brahe in Prag nach Brahes Tod dessen vollständigen Messdaten.
- Kepler basierte darauf seine drei Gesetze zu den Planetenbahnen.
- Genaueres Studium zeigte, dass sich die Planeten in Ellipsenbahnen um die Sonne bewegten (*1. Kepler'sches Gesetz*).

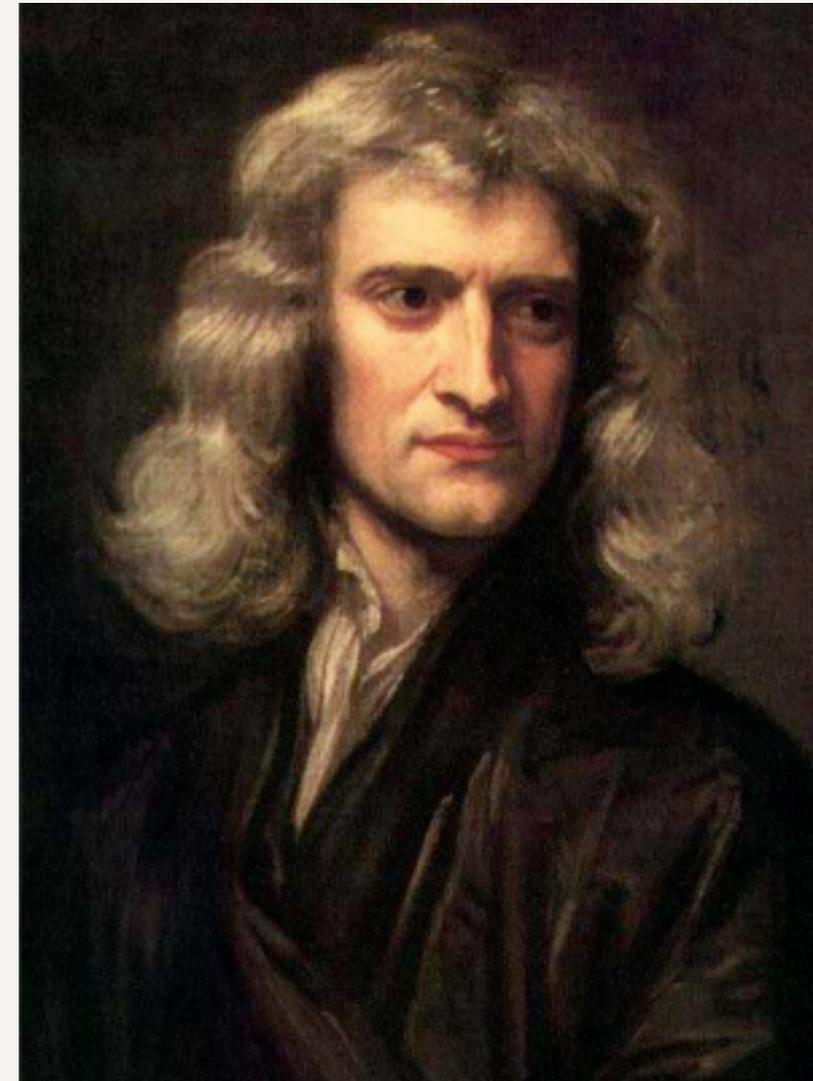


1571 - 1630

De mundi systemate

Universelle Gravitation

- Newton gebraucht die Kepler'schen Gesetze um seine eigenen Gesetze aufzustellen.
- Die Kepler'schen Gesetze können dann aus den Newton'schen hergeleitet werden.
- Kepler beschrieb ,nur' die Planetenbahnen, Newton's Gesetze und das universelle Gravitationsgesetz sind die Basis **aller** Bewegungen!



1642 - 1727