Fachprüfung

Signal- und Systemtheorie

17. März 2006

Prüfer: Prof. Dr. P. Pogatzki

Bearbeitungszeit: 2 Stunden
Hilfsmittel:
Taschenrechner, Formelblatt (2 DIN A4-Seiten)

Name:..
Matr.-Nr.:.....................................
Unterschrift:.................................

Punkte								
Aufgabe	.1	.2	.3	.4	.5	.6	.7	Summe
1.								
2.								
3.								
4.								
						Punkte gesamt		

Note: ECTS: 1. Prüfer 2. Prüfer

Eingesehen am: Unterschrift:

Aufgabe 1 (24 Punkte)

Gegeben ist das Signal

$$s(t) = j \cdot (1 - \sin(2\pi t)) \cdot si\left(\pi t\right)$$

Aufgabe 1.1 (6 Punkte)

Zerlegen Sie das Signal s(t) in seinen geraden Anteil $s_{even}(t)$ und in seinen ungeraden Anteil $s_{odd}(t)$.

Aufgabe 1.2 (8 Punkte)

Bestimmen Sie die Spektren $S_{even}(f)$ und $S_{odd}(f)$ der Signale $s_{even}(t)$ und $s_{odd}(t)$ mit

$$s_{even}(t) \circ\!\!-\!\!\bullet S_{even}(f)$$

$$s_{odd}(t) \circ\!\!-\!\!\bullet S_{odd}(f)\,!$$

Aufgabe 1.3 (6 Punkte)

Skizzieren Sie unter **Angabe charakteristischer Werte** das Spektrum

$$S(f) = S_{even}(f) + S_{odd}(f)$$

Aufgabe 1.4 (6 Punkte)

Zeigen Sie anhand des Spektrums S(f), daß die Signale $s_{even}(t)$ und $s_{odd}(t)$ orthogonal sind.
Hinweis: Verwenden Sie $S_{even}(f) \cdot S_{odd}(f)$ zur Lösung

Aufgabe 2 (24 Punkte)

Gegeben ist das zeitbegrenzte Signal s(t) mit

$$s(t) = \begin{cases} \sin(\pi t) & -1 \le t \le +1 \\ 0 & sonst \end{cases}$$

Aufgabe 2.1 (2 Punkte)

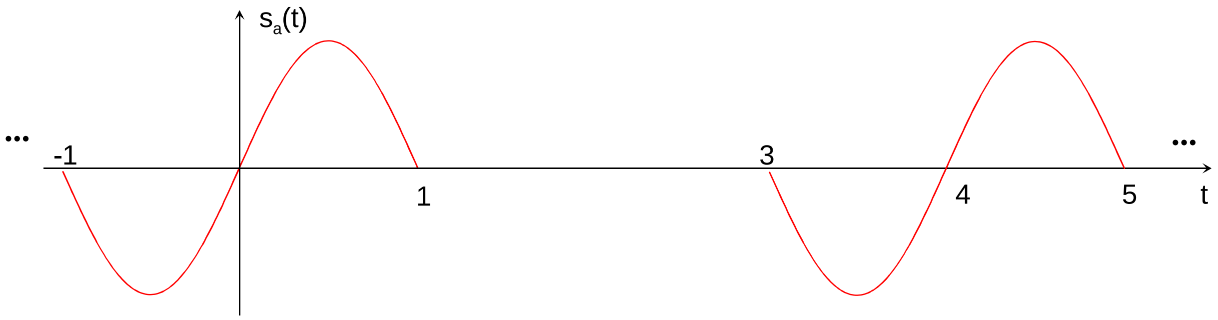
Skizzieren Sie unter **Angabe charakteristischer Werte** die Zeitfunktion s(t)!

Aufgabe 2.2 (6 Punkte)

Berechnen Sie das Spektrum S(f) des Signals s(t)! Wenden Sie dabei die Theoreme der Fourier-Transformation an.

<u>Aufgabe 2.3</u> (10 Punkte)

Mit Hilfe von **Abtastung im Frequenzbereich** soll aus s(t) die nachstehende periodische Zeitfunktion $s_a(t)$ gewonnen werden.



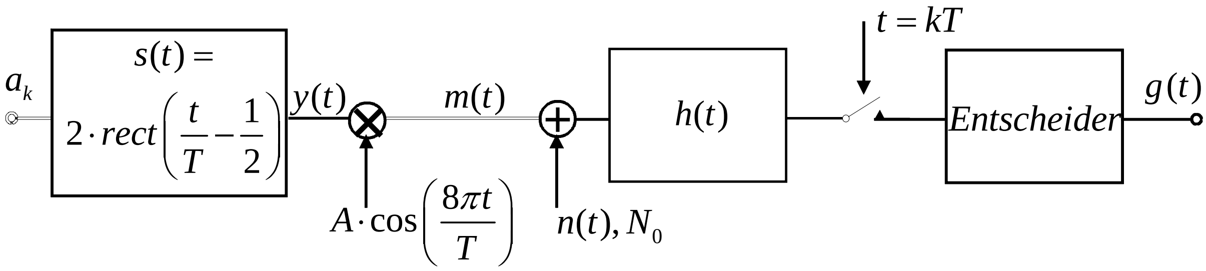
Ermitteln Sie die notwendige „Abtastrate“ f_a im Frequenzbereich! Welches Spektrum $S_a(f)$ ergibt sich?

Aufgabe 2.4 (6 Punkte)

Das Spektrum S(f) wird nun mit der „Rate“ f_a=0,5 abgetastet. Welche periodische Zeitfunktion ergibt sich dann?

Aufgabe 3 (26 Punkte)

Das binäre Datensignal $a_k = \frac{1}{2}\left(1+(-1)^k\right)\cdot\delta\left(t-kT\right)$ soll über die folgende Strecke mit der Rate r=1/T übertragen werden.



Aufgabe 3.1 (4 Punkte)

Bestimmen und skizzieren Sie das Ausgangssignal y(t) des Sendeformfilters s(t)!

Aufgabe 3.2 (4 Punkte)

Bestimmen und skizzieren Sie das modulierte Signal m(t)!

<u>Aufgabe 3.3</u> (6 Punkte)

Bestimmen Sie die Amplitude des Trägers A so, daß die Energie eines Sendeimpulses m(t) der Energie des Signals s(t) entspricht.

<u>Aufgabe 3.4</u> (6 Punkte)

Der Kanal wird nun additiv durch Weißes Rauschen mit der Rauschleistungsdichte N_0 gestört. Als Empfänger soll ein **Matched Filter** mit der Stoßantwort h(t) verwendet werden. Berechnen Sie die Stoßantwort h(t), wenn als Abtastzeitpunkt T gewählt wird!

<u>Aufgabe 3.5</u> (6 Punkte)

Berechnen Sie die **Rauschleistungsdichte** am Ausgang des Matched Filters!

Aufgabe 4 (24 Punkte)

Es sollen einige Eigenschaften der Hilbert-Transformation untersucht werden.

Aufgabe 4.1 (6 Punkte)

Bestimmen Sie die Hilbert-Transformierte $s_2(t)$ des Signals $s_1(t)$!

$$s_2(t) = \mathcal{H}\left\{s_1(t)\right\} \quad \text{mit} \quad s_1(t) = \sin(2\pi f_0 t)$$

Hinweis: Führen Sie die Berechnung im Frequenzbereich durch!

Aufgabe 4.2 (8 Punkte)

Bestimmen Sie nun die Hilbert-Transformierte $s_3(t)$ des Signals $s_2(t)$. Vergleichen Sie $s_3(t)$ mit $s_1(t)$! Welcher Zusammenhang ergibt sich?

Hinweis: Führen Sie die Berechnung im Frequenzbereich durch!

Aufgabe 4.3 (10 Punkte)

Der ideale Hilbert-Transformator zeigt die Stoßantwort

$$h(t) = \begin{cases} \dfrac{1}{\pi t} & t \neq 0 \\ 0 & t = 0 \end{cases}$$

Bestimmen Sie die Hilbert-Transformierte des Signals $s(t) = rect(t)$
in dem Sie s(t) mit h(t) falten!

Hinweis: Berechnen Sie die Faltung im Zeitbereich, es gilt: $\int \frac{dx}{x} = \ln|x|$