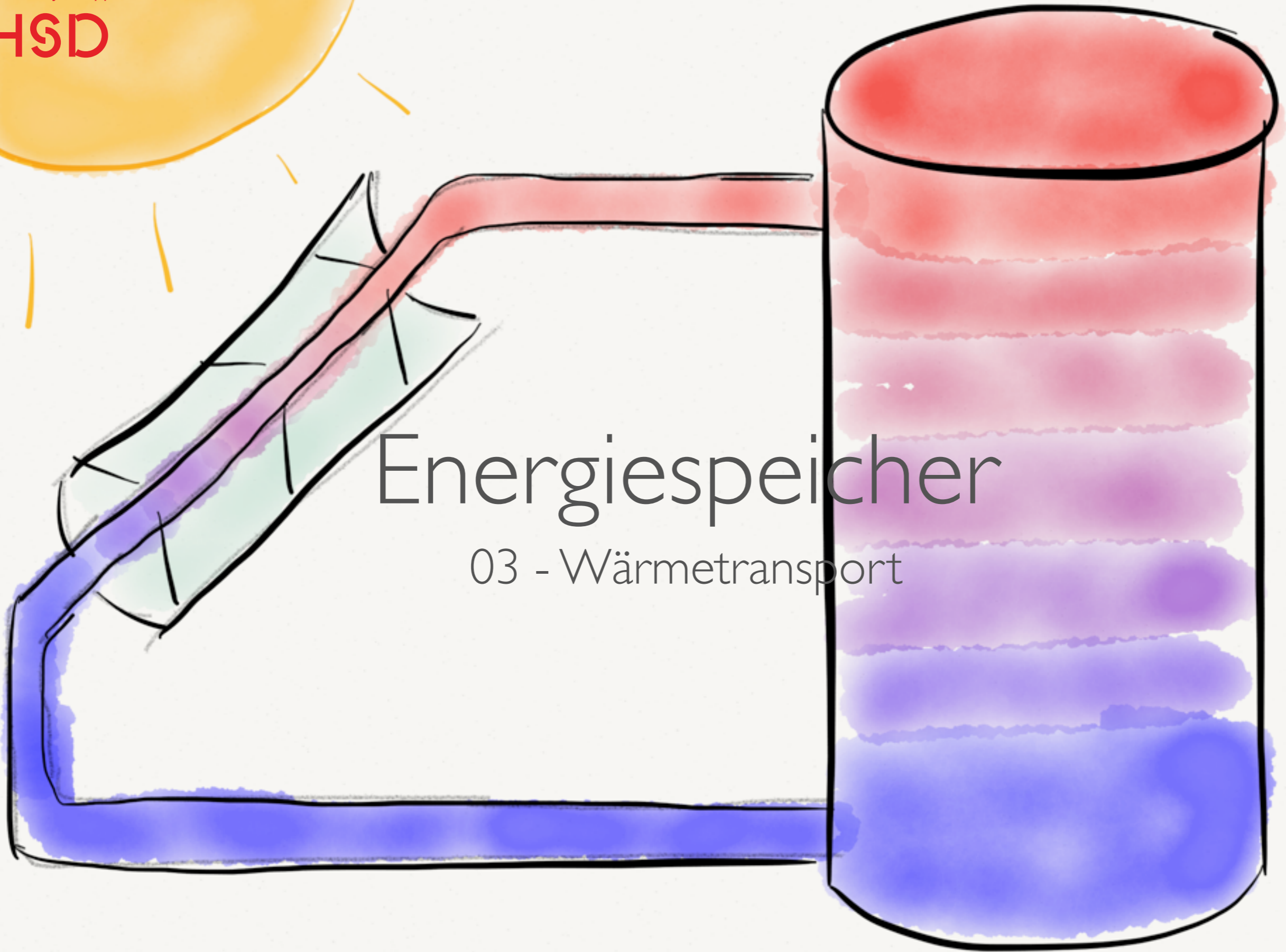


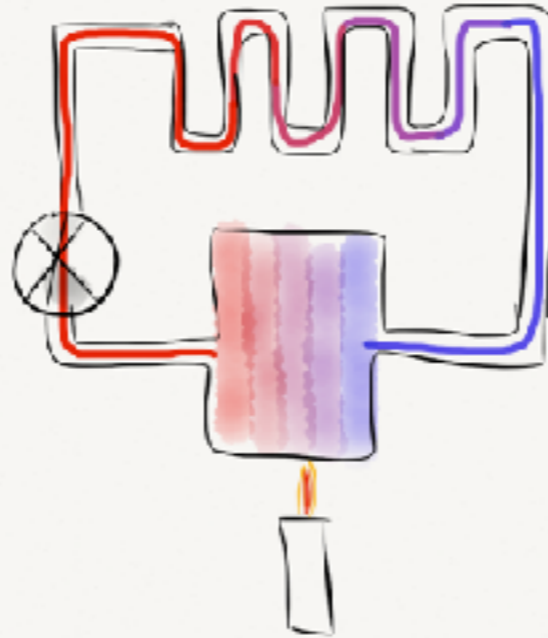
# Energiespeicher

## 03 - Wärmetransport

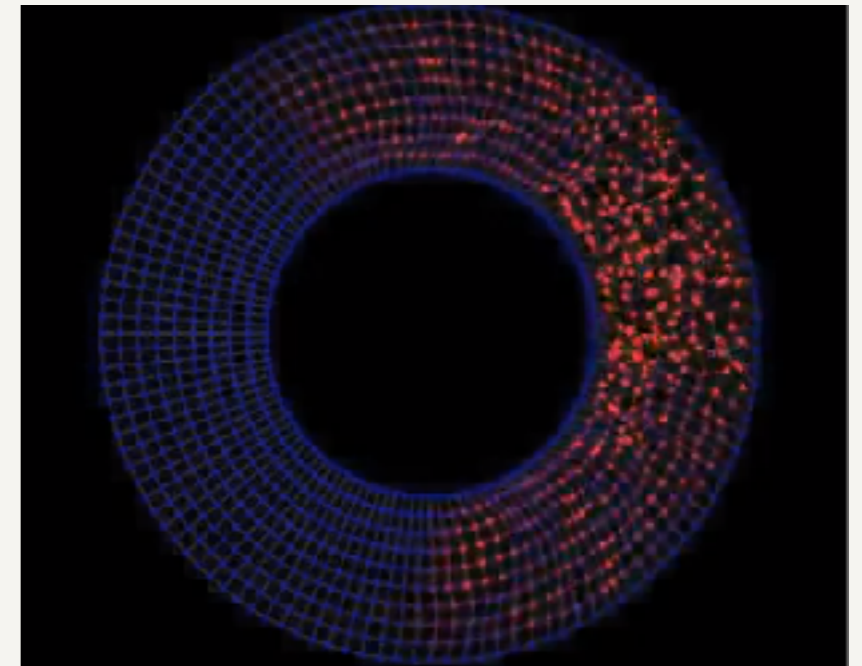


# Wärmetransport

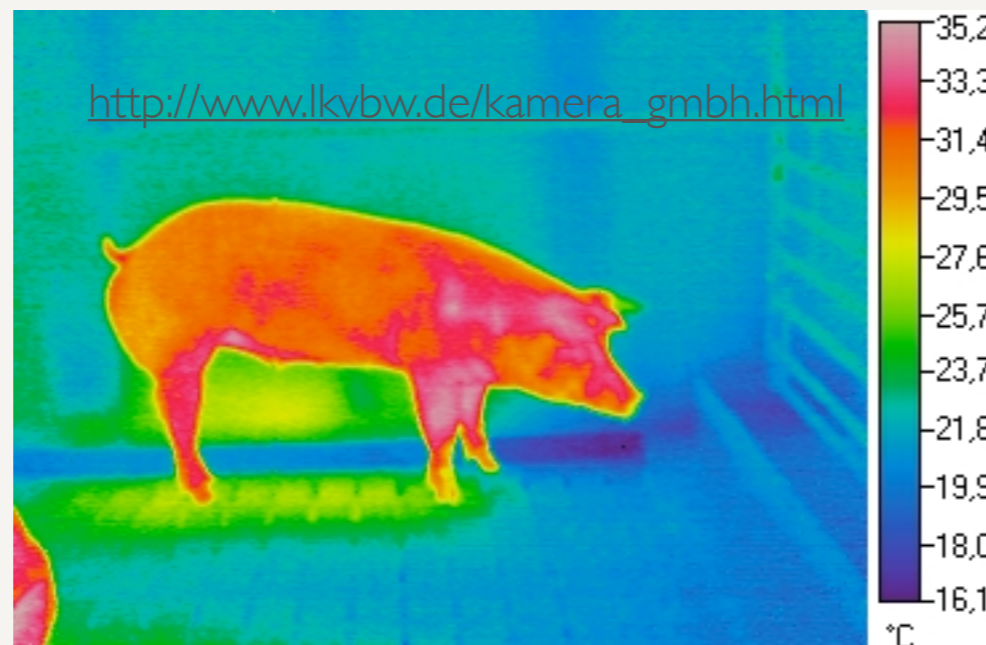
Konvektion



Konduktion



Strahlung



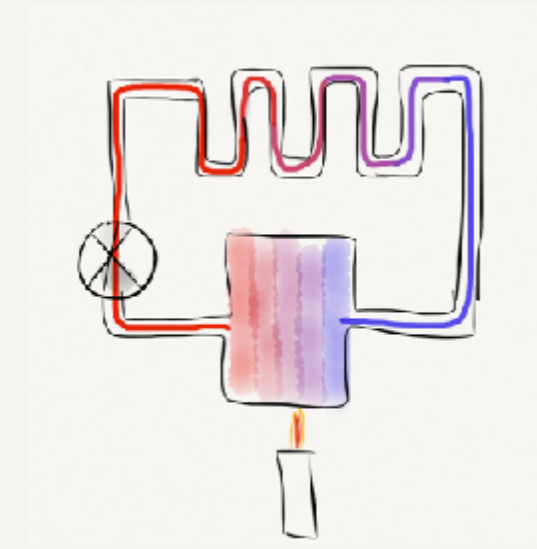
<http://www.youtube.com/watch?v=RI998KRkpPA>

# Konvektion

# Konvektion - Materialfluss

- Materialfluss: Atome oder Moleküle bewegen sich durch eine Strömung an einen anderen Ort.
- Dazu müssen Sie fließen können, wie in einer Flüssigkeit oder Gas.
- Das Material wird Fluid genannt, egal ob gasförmig oder flüssig.
- In einem Festkörper sind die Atome in der Kristallstruktur gebunden.
- Die Atome oder Moleküle transportieren Wärme in Form ihrer kinetischen Energie.

## Erzwungene Konvektion



## Freie Konvektion



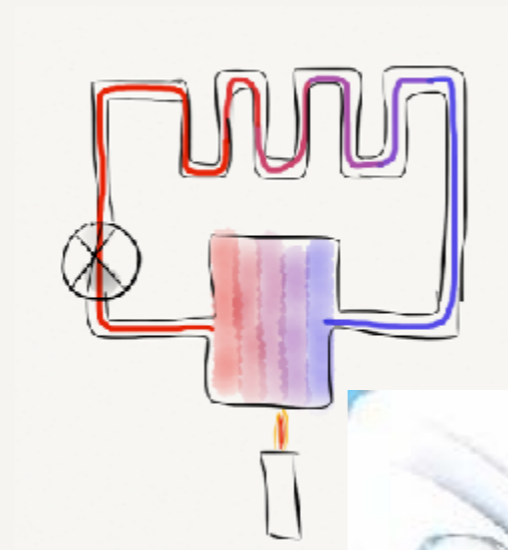
# Freie / natürliche Konvektion

- Ein **Temperaturunterschied** in einem Fluid (Gas oder Flüssigkeit) führt zu Konvektion.
- Beispiel: Warme Luft hat eine geringere Dichte und steigt auf.
- Beispiel: Golfstrom.

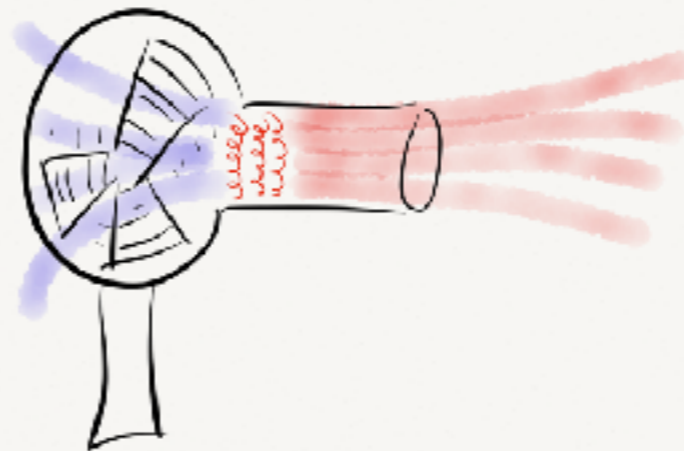
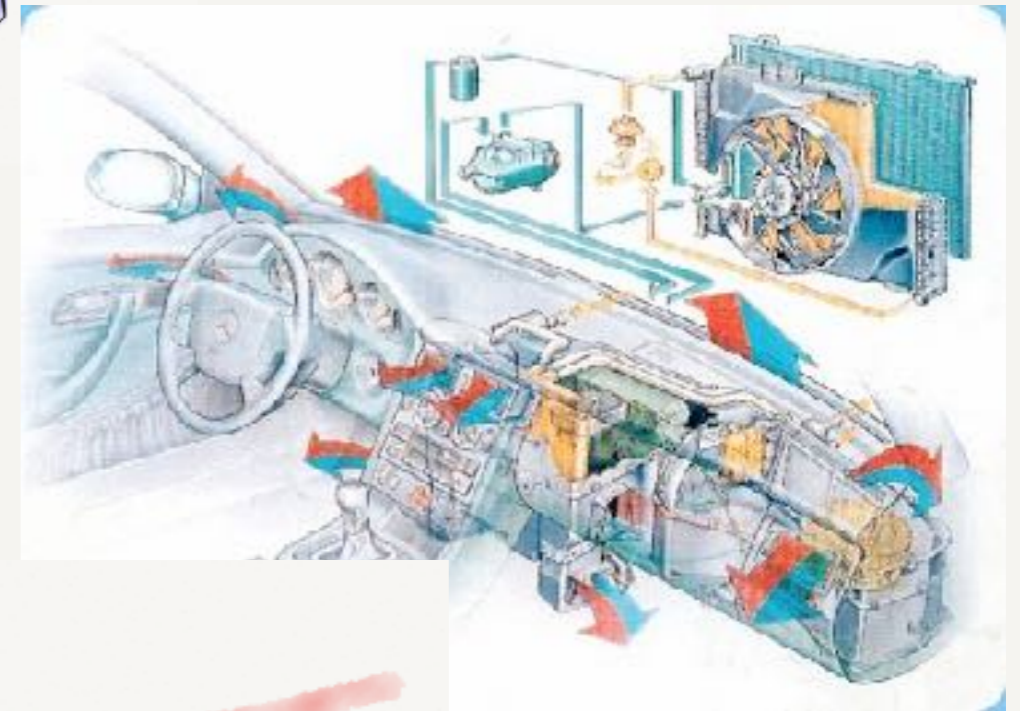


# Erzwungene Konvektion

- Das Fluid wird mit einer externen Kraft bewegt.
- Pumpen oder Ventilatoren erzeugen Druckunterschiede, die zum fließen führen.

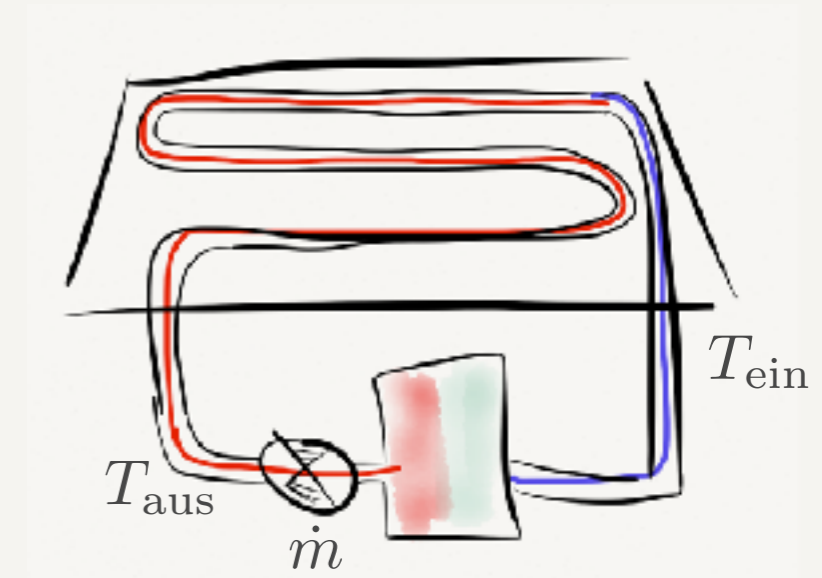


<http://www.buchwald-gmbh.de>



# Erzwungene Konvektion im Solarkollektor

- Durch den Kollektor wird der Wärmeträger (z.B. Wasser) erhitzt.
- Die Nutzwärme entspricht dann einfach der zugeführten Wärme.
- Diese kann leicht durch Messung von Eingangs- und Austrittstemperatur sowie Massenfluss bestimmt werden.



Austrittstemperatur



$$\dot{Q}_N = \dot{m} \cdot c_p \cdot (T_{\text{aus}} - T_{\text{ein}})$$

↑  
Massenfluss

↑  
Wärmekapazität

↑  
Eingangstemperatur

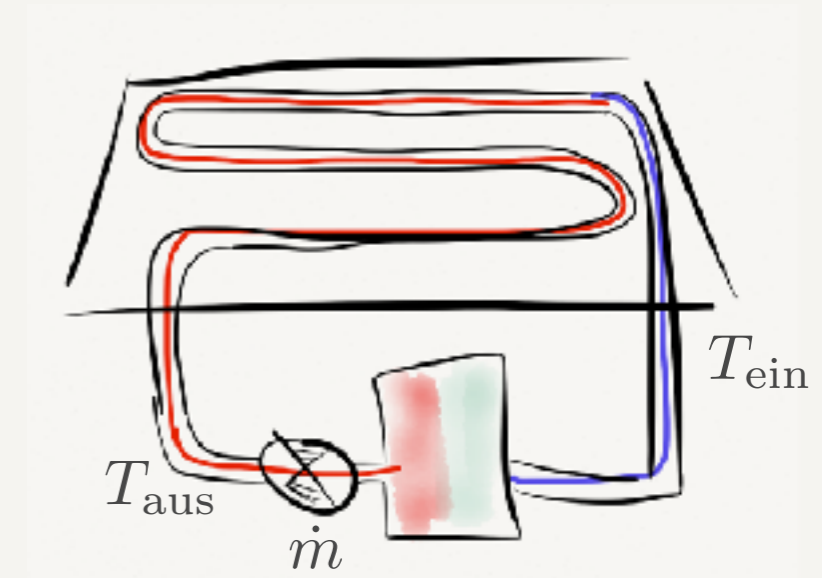
# Aufgabe

- Nehmen Sie folgende Daten an und berechnen Sie die Nutzwärme (in W):

- ▶  $T_{\text{ein}} = 30^\circ\text{C}$

- ▶  $T_{\text{aus}} = 35^\circ\text{C}$

- ▶  $\dot{m} = 2.5 \text{ L} / \text{min}$



Austrittstemperatur



$$\dot{Q}_N = \dot{m} \cdot c_p \cdot (T_{\text{aus}} - T_{\text{ein}})$$

↑  
Massenfluss

↑  
Wärmekapazität

↑  
Eingangstemperatur



# Aufgabe

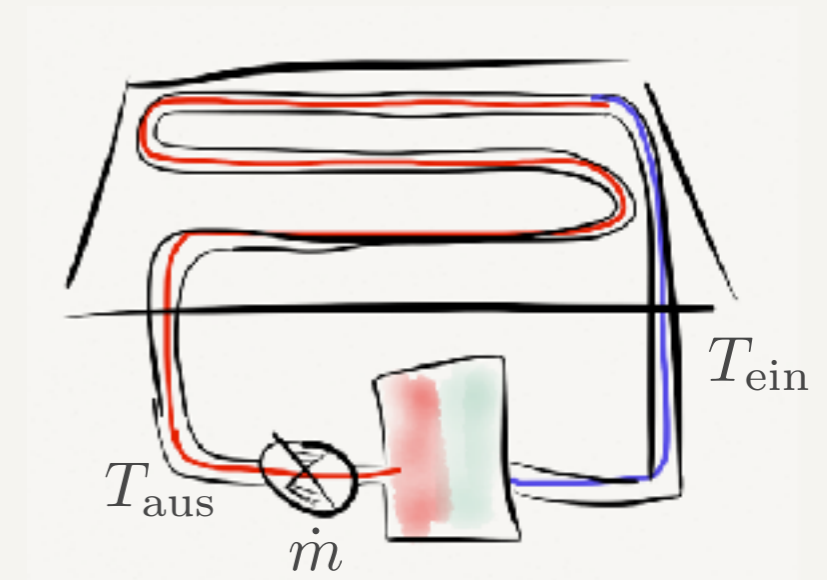
- Stellen Sie sich vor das Fluid wäre Luft. Was ändert sich drastisch? Bitte ausrechnen!

- ▶  $T_{\text{ein}} = 30^\circ\text{C}$

- ▶  $T_{\text{aus}} = 35^\circ\text{C}$

- ▶  $\dot{m} = 2.5 \text{ L} / \text{min}$

- ▶  $c_p = 1 \text{ kJ} / (\text{kg K})$



Austrittstemperatur



$$\dot{Q}_N = \dot{m} \cdot c_p \cdot (T_{\text{aus}} - T_{\text{ein}})$$

↑  
Massenfluss

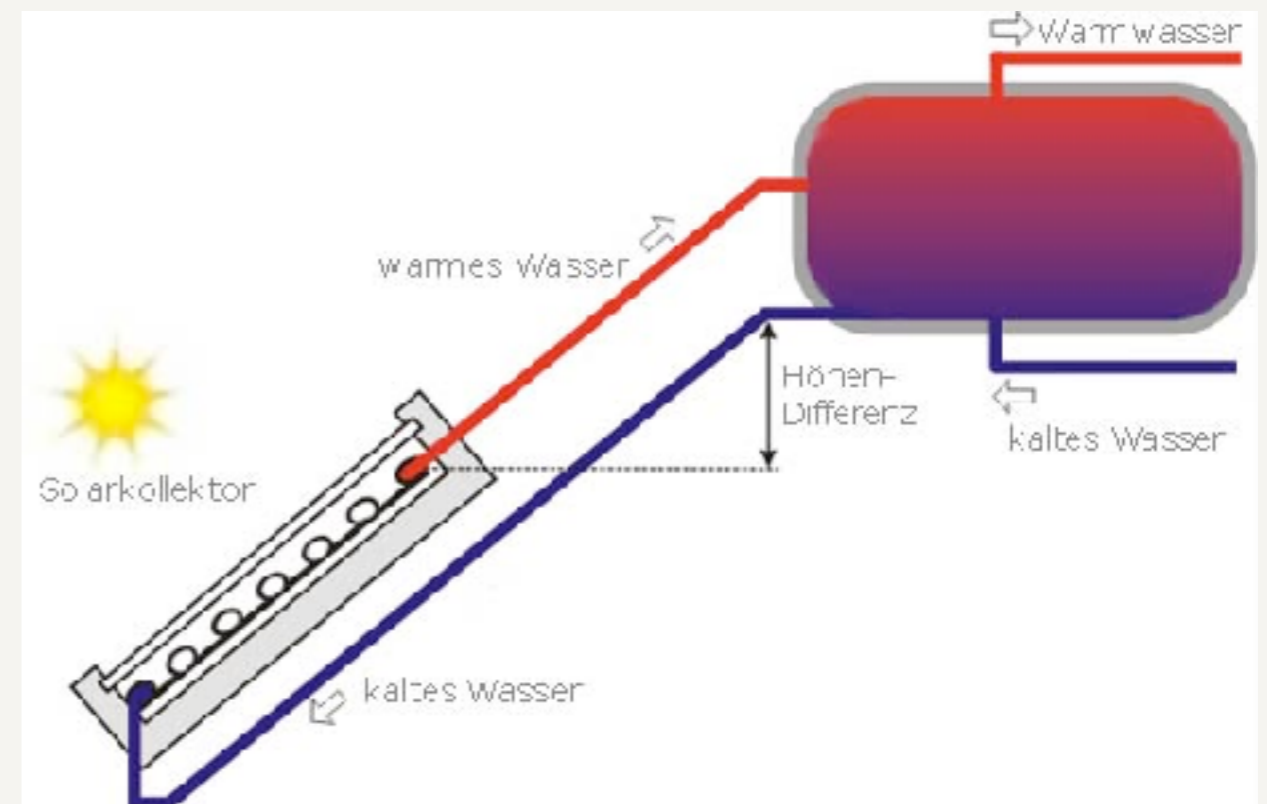
↑  
Wärmekapazität

↑  
Eingangstemperatur

# Freie Konvektion im Solarkollektor

- Solarthermie-Speicher mit Eigenantrieb.
- Es wird keine Umwälzpumpe eingesetzt.
- Der Dichteunterschied zwischen warmen und kalten Wasser lässt das aufgewärmte Wasser in den Speicher steigen.
- Diese muss dazu oberhalb der Kollektorfläche angebracht werden.

## Prinzip Thermosiphon

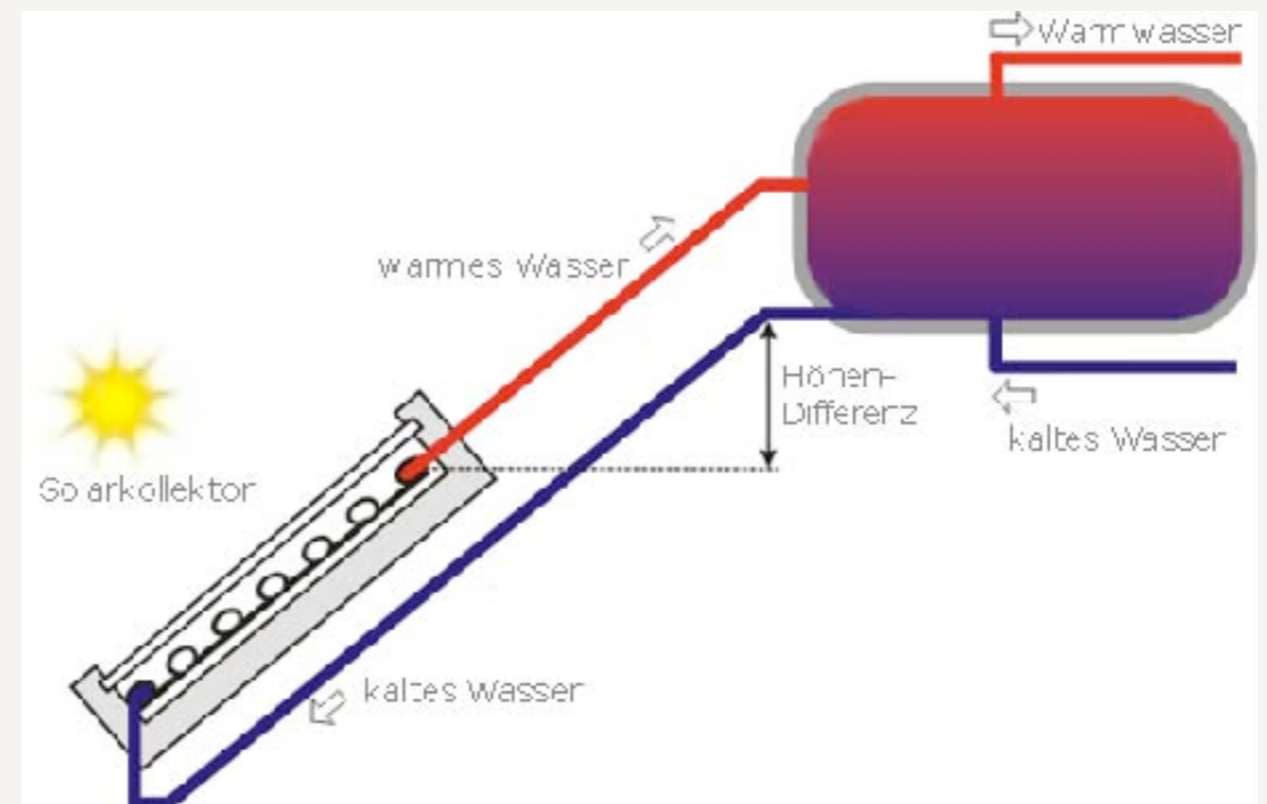


<http://www.paradigma.de/lexikon/thermosiphon/>

# Freie Konvektion im Solarkollektor

- Vorteil:
  - ▶ keine Umwälzpumpe nötig.
- Nachteile:
  - ▶ Speicher muss oberhalb liegen (Größe)
  - ▶ Nicht steuerbar sondern selbstregelnd
  - ▶ Frostanfällig

## Prinzip Thermosiphon

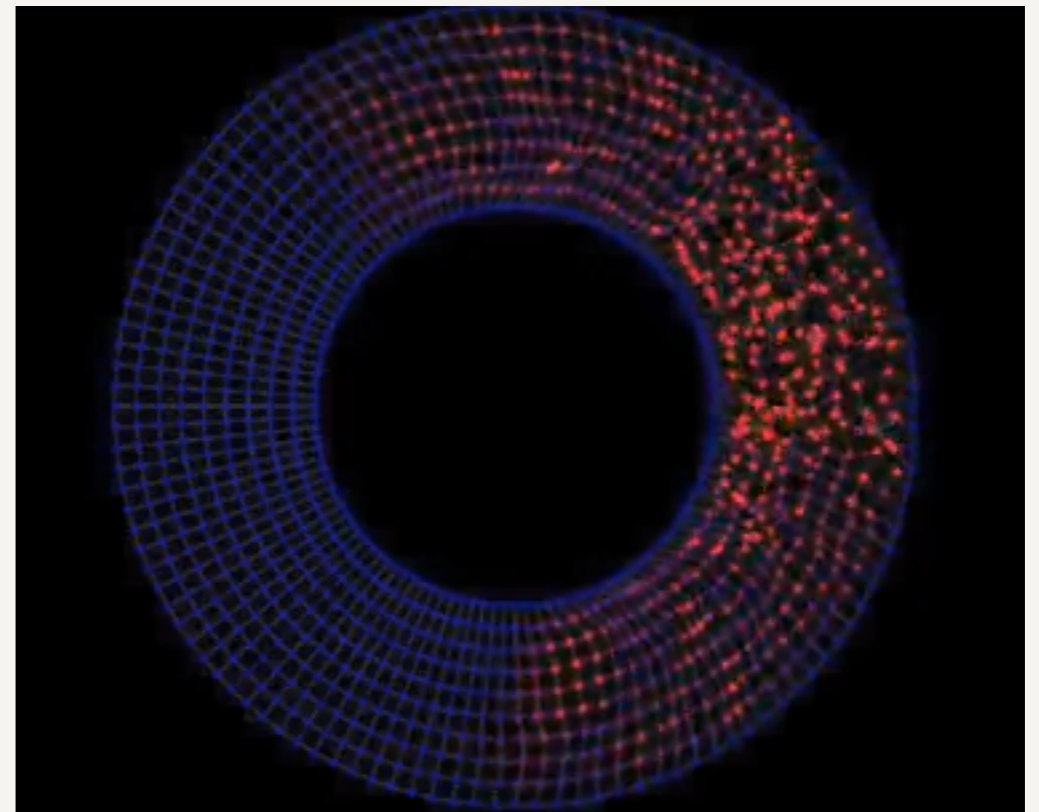


<http://www.paradigma.de/lexikon/thermosiphon/>

# Konduktion

# Konduktion - Wärmeleitung

- Wärmeübertragung ohne Materialtransport
- Im Festkörper oder Flüssigkeit
- Schwingungsbewegung wird von einem Atom / Molekül auf die benachbarten übertragen.



<http://www.youtube.com/watch?v=RI998KRkpPA>

# Konduktion

- 1. Hauptsatz: Energie geht nicht verloren oder wird erzeugt.
- 2. Hauptsatz: Wärme fließt immer von warm nach kalt.
- **Wärmestrom(dichte)** ist proportional zur **Temperaturdifferenz**.
- **Wärmeleitfähigkeit** ist eine Materialeigenschaft.

Wärmestromdichte

Wärmeleitfähigkeit

$$\dot{q} = -\lambda \nabla T$$

Temperaturdifferenz!

$$\dot{q} = \frac{\dot{Q}}{A} = \frac{1}{A} \cdot \frac{dQ}{dt}$$

$$[\dot{q}] = \frac{W}{m^2}$$

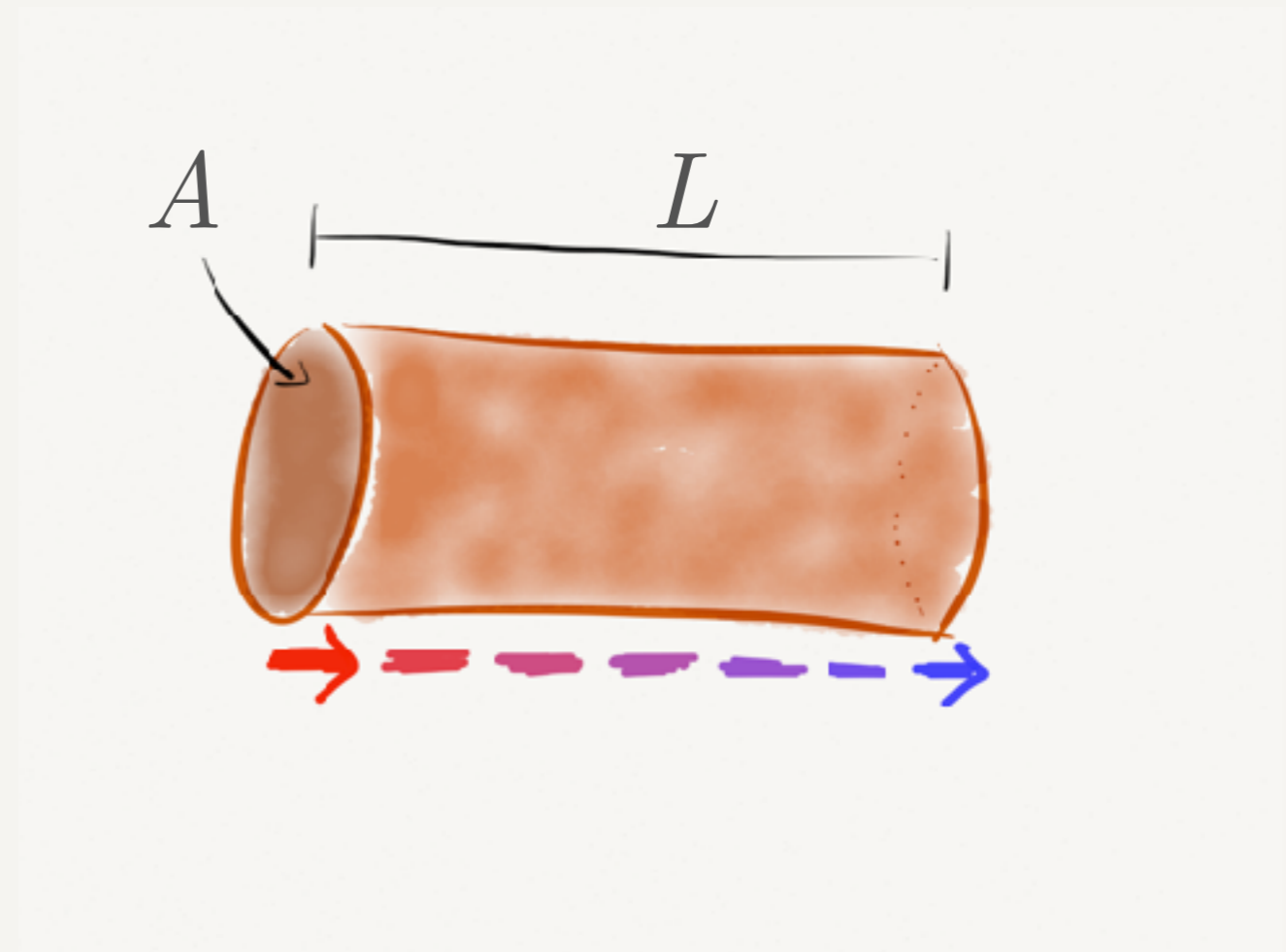
$$[\lambda] = \frac{W}{K \cdot m^2} \cdot m = \frac{W}{K \cdot m}$$

# Konduktion

Material	Wärmeleitfähigkeit in W/(m K)
Kupfer	401
Stahl	40 - 50
Beton	2.1
Luft	0.0262
Wasser	0.56
Kohlenstoffnanoröhrchen	6000

# Aufgabe

- Nehmen Sie einen wärmeisolierten Draht aus Kupfer mit einem Querschnitt von  $1.5\text{mm}^2$  und einer Länge von einem Meter.
- Der Temperaturunterschied zwischen Anfang und Ende des Drahts betrage  $5\text{K}$ , welcher Wärmefluss liegt dann vor?



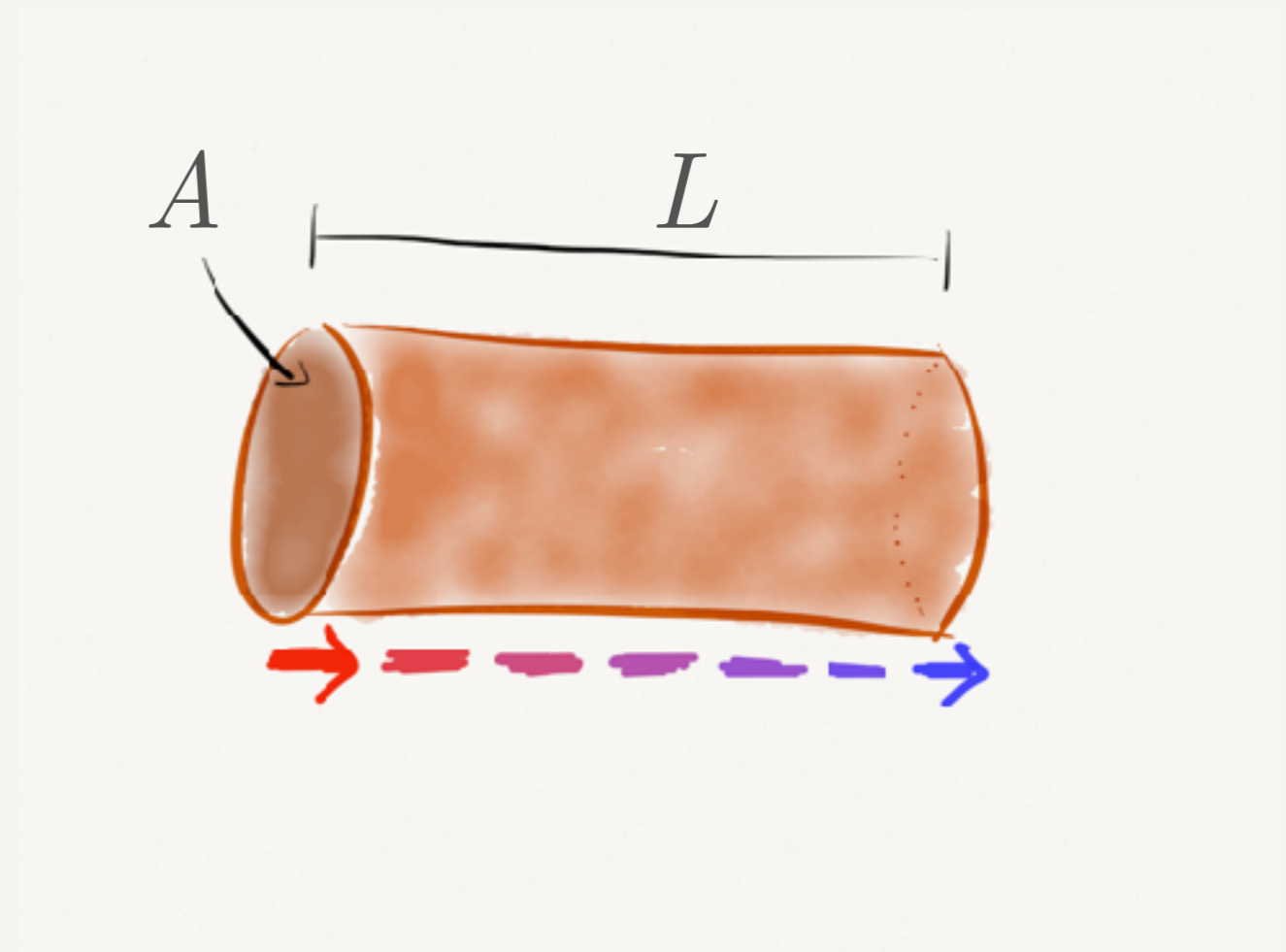
$$\dot{Q} = \dot{q}A$$

$$\dot{q} = -\lambda \nabla T$$



# Aufgabe

- Stellen Sie sich vor es handelt sich um ein isoliertes Rohr mit einem konvektionsfreien Fluid darin.
- Rechnen Sie die Wärmeleitung durch das Fluid für Luft und Wasser aus.
- Vergleichen Sie dies mit den Werten für Konvektion aus der vorherigen Aufgabe.



$$\dot{Q} = \dot{q}A$$

$$\dot{q} = -\lambda \nabla T$$

# Vergleich Konvektion - Konduktion

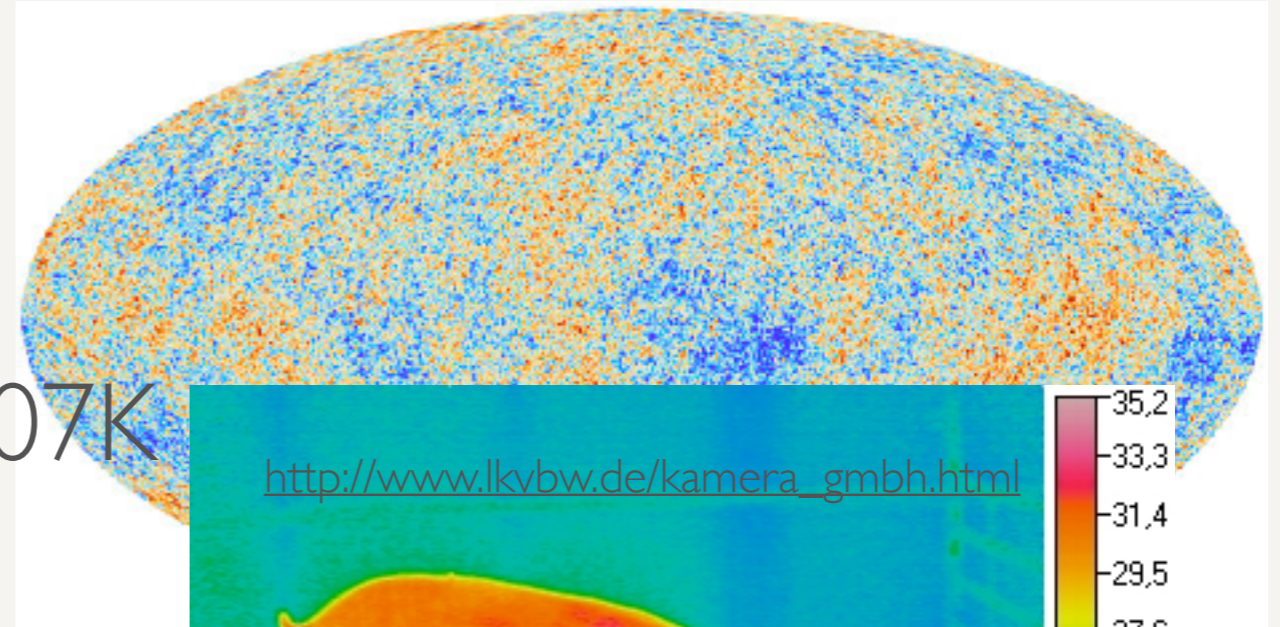
	<b>Luft</b>	<b>Wasser</b>	<b>Kupfer</b>
<b>Dichte (kg/m<sup>3</sup>)</b>	1.3	1000	8920
<b>Wärmekapazität (J/kg K)</b>	1	4.2	0.382
<b>Wärmeleitfähigkeit (W/K m)</b>	0.0262	0.56	401
<b>Wärmeleitung im Rohr</b>			
<b>Radius (m)</b>	0.01		
<b>Fläche (m<sup>2</sup>)</b>	3.14E-04		
<b>Länge (m)</b>	1.00		
<b>Massestrom (L / min)</b>	2.50		
<b>Massestrom (kg / s)</b>	5.42E-05	4.17E-02	
<b>grad T (K / m)</b>	5		
<b>Konduktion (W)</b>	4.12E-05	8.80E-04	0.63
<b>Konvektion (W)</b>	0.27	8.75E+02	

# Wärmestrahlung

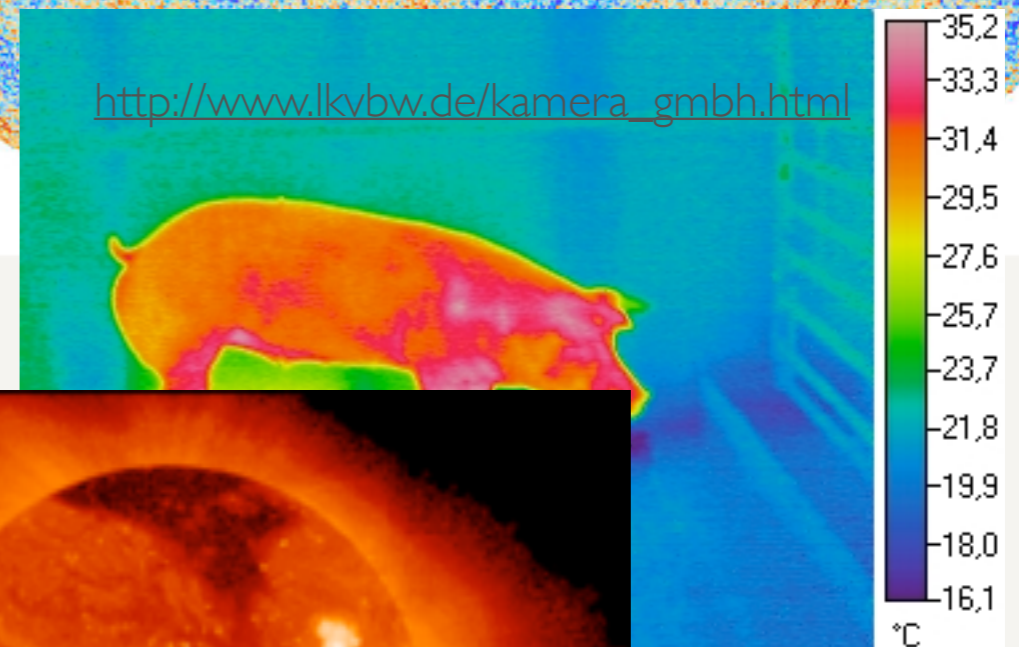
# Wärmestrahlung

Welt der Physik

$$T = 2.7\text{K}$$

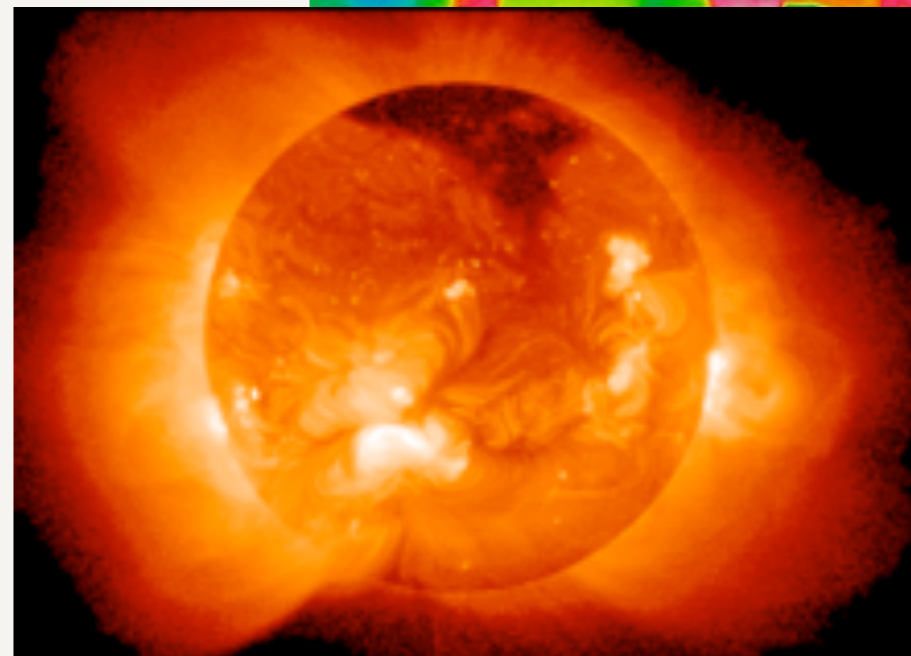


$$T = 307\text{K}$$



- Alles strahlt Wärmestrahlung ab!
- Alles: mit einer Temperatur oberhalb von absolut Null (also alles).

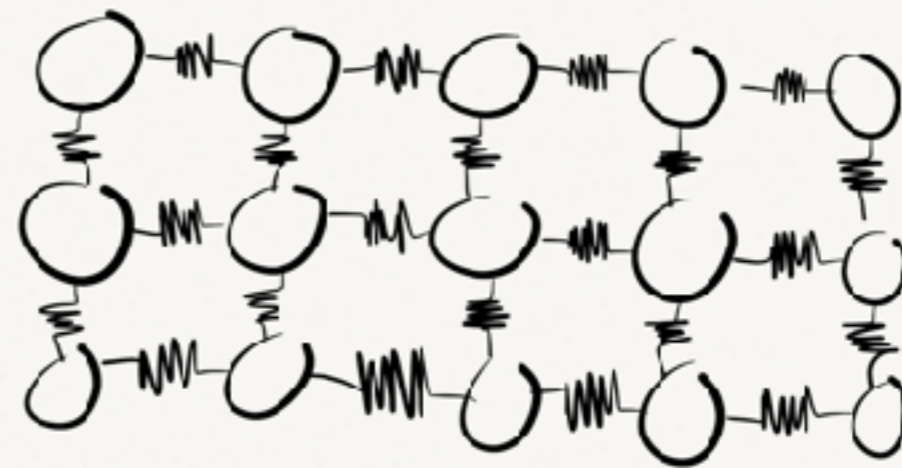
$$T = 5900\text{K}$$



# Wärmestrahlung

## Lichtentstehung

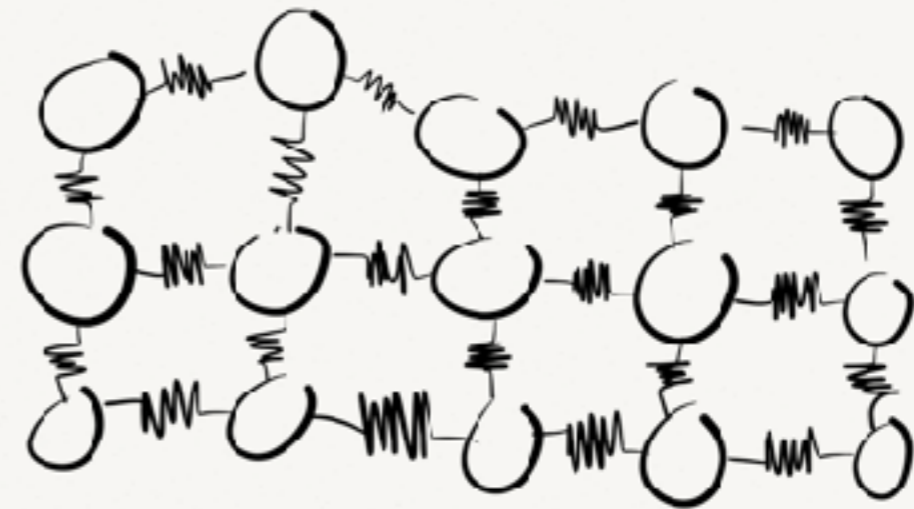
- Wärme ist Bewegung der Atome
- Im Festkörper ist die Bewegung Schwingung
- Diese Schwingungen können selber Photonen aufnehmen und abgeben



# Wärmestrahlung

## Lichtentstehung

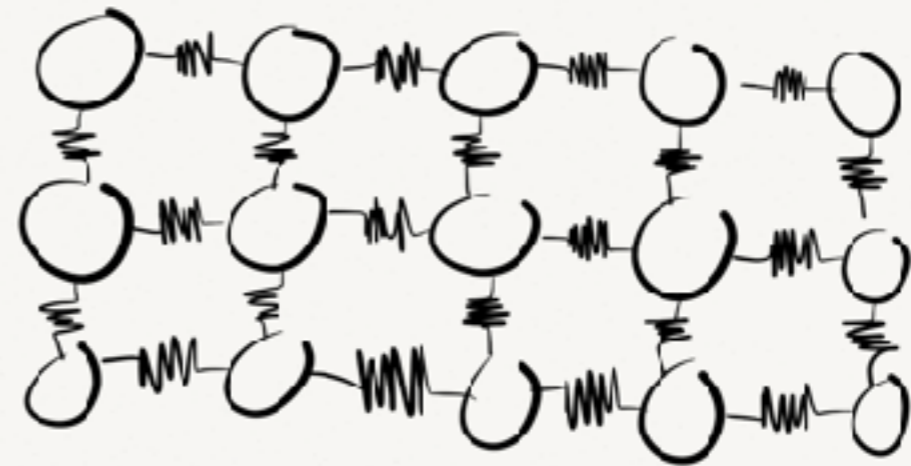
- Wärme ist Bewegung der Atome
- Im Festkörper ist die Bewegung Schwingung
- Diese Schwingungen können selber Photonen aufnehmen und abgeben



# Wärmestrahlung

## Lichtentstehung

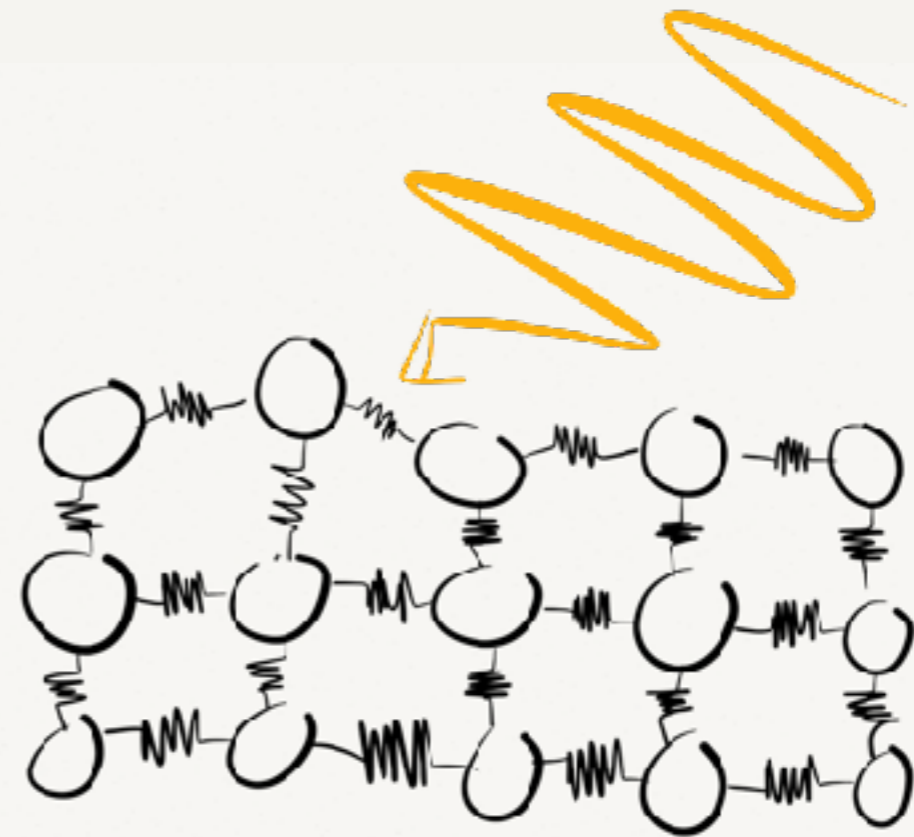
- Wärme ist Bewegung der Atome
- Im Festkörper ist die Bewegung Schwingung
- Diese Schwingungen können selber Photonen aufnehmen und abgeben



# Wärmestrahlung

## Lichtentstehung

- Wärme ist Bewegung der Atome
- Im Festkörper ist die Bewegung Schwingung
- Diese Schwingungen können selber Photonen aufnehmen und abgeben
- Schwingungsquanten heißen **Phononen**.

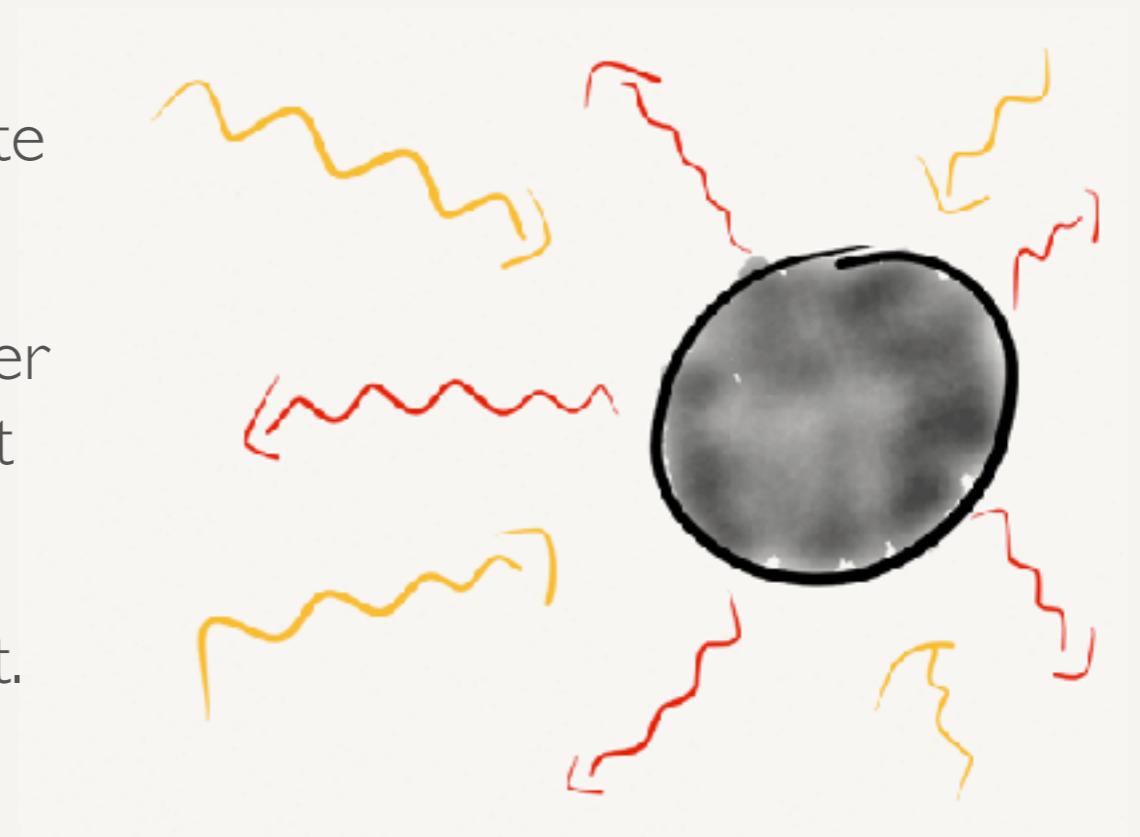




# Wärmestrahlung

## Schwarzer Strahler

- Idealisiertes System zur Berechnung der Eigenschaften von Wärmestrahlung.
- Ein schwarzer Strahler absorbiert *alle* eingestrahlte elektromagnetische Strahlung.
- Im thermischen Gleichgewicht strahlt er dann aber auch genau die gleiche Energie wieder ab, nur mit einem eigenen, charakteristischen Spektrum.
- Erstmals von Max Planck 1900 korrekt berechnet. Dabei ‚erfand‘ Planck die Quantentheorie.
- Das Modell deckt eine enorm große Bandbreite von Fällen ab.



# Wärmestrahlung

## Planck'sche Strahlungsformel

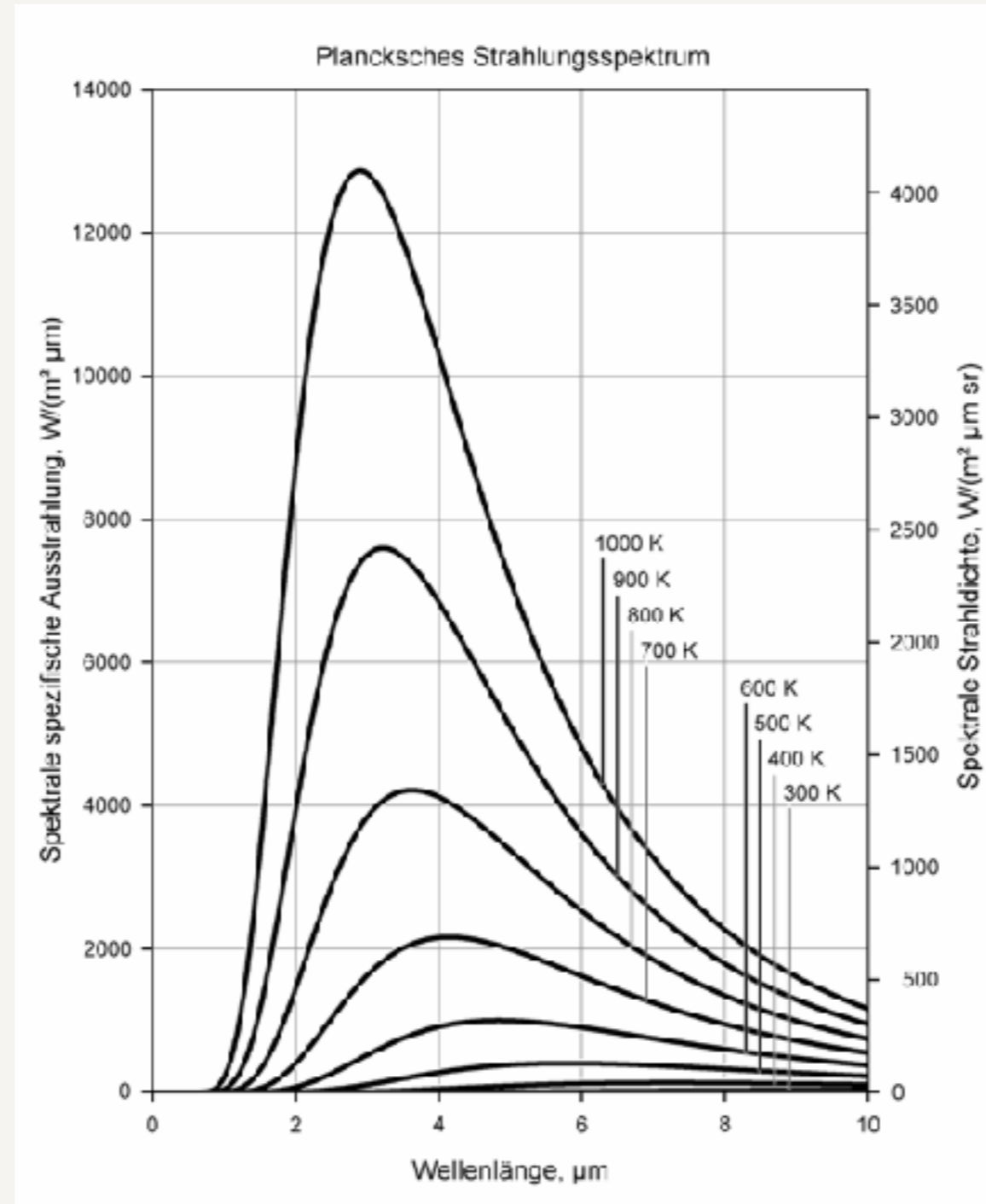
- Die Planck'sche Strahlungsformel beschreibt die spektrale Energiedichte eines schwarzen Strahlers, d.h. sein Spektrum:

$$U(\nu, T) = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \cdot \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1}$$

- Das Spektrum eines schwarzen Strahlers hängt nur von dessen Temperatur ab!

# Wärmestrahlung

## Spektrum des Schwarzen Strahlers



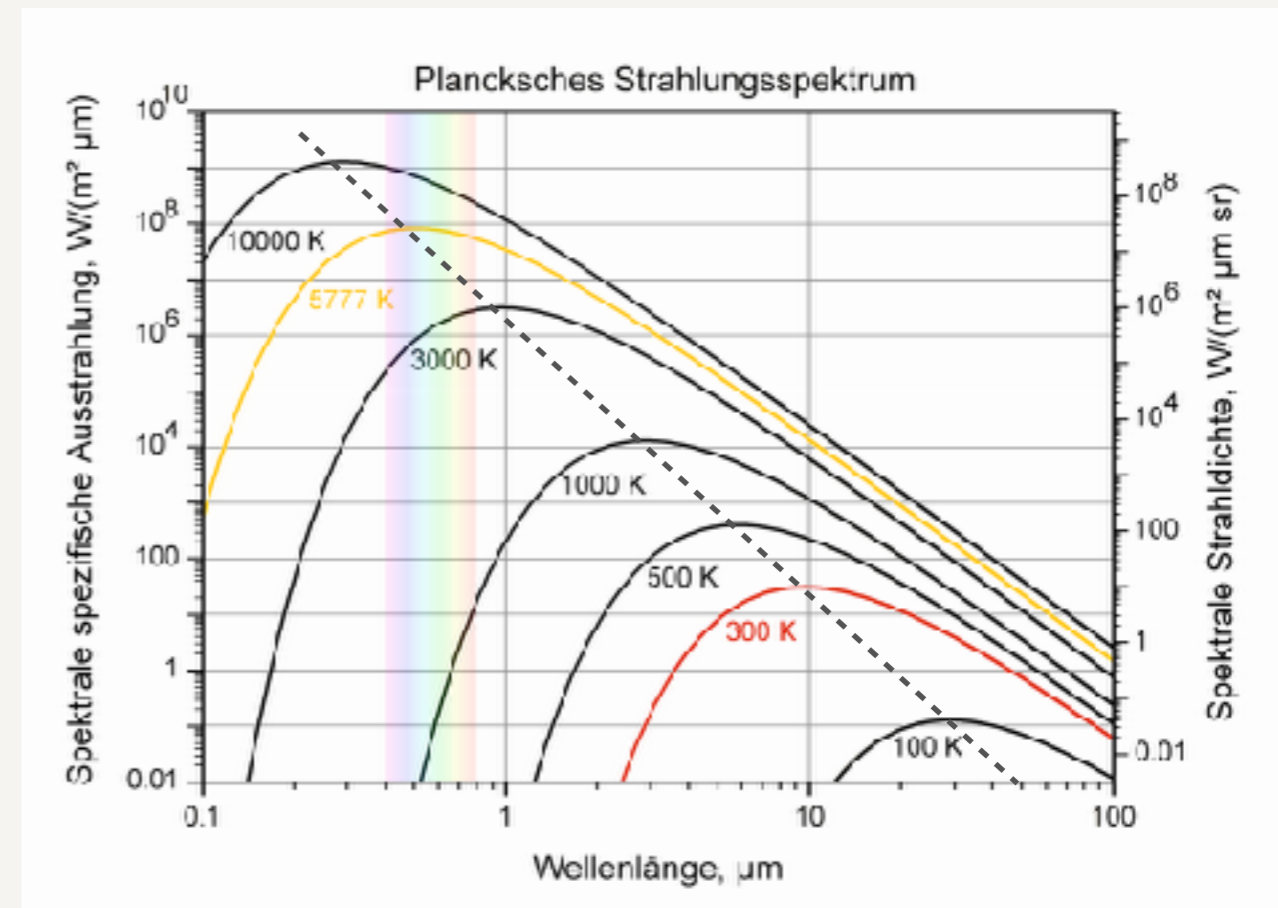
# Wärmestrahlung

## Strahlungsmaximum

- Das **Wien'sche Verschiebungsgesetz** beschreibt die Wellenlänge der Strahlungsmaximums:

$$\lambda_{max} \cdot T = \text{konst.} = 2898 \mu m K$$

- Die Wellenlänge des Strahlungsmaximums verschiebt sich mit steigender Temperatur zu kürzeren Wellenlängen.



# Aufgabe

- Berechnen Sie das Maximum der Strahlung für folgende Temperaturen:
  - ▶ 20°C (Raumtemperatur)
  - ▶ 37°C (Körpertemperatur Mensch)
  - ▶ 120°C (Stagnationstemperatur schlecht isolierter Solarkollektor)
  - ▶ 700°C (Dampftemperatur Kraftwerksturbine)
- Welcher Temperatur entspricht eine Wellenlänge von 2.5µm?

# Wärmestrahlung

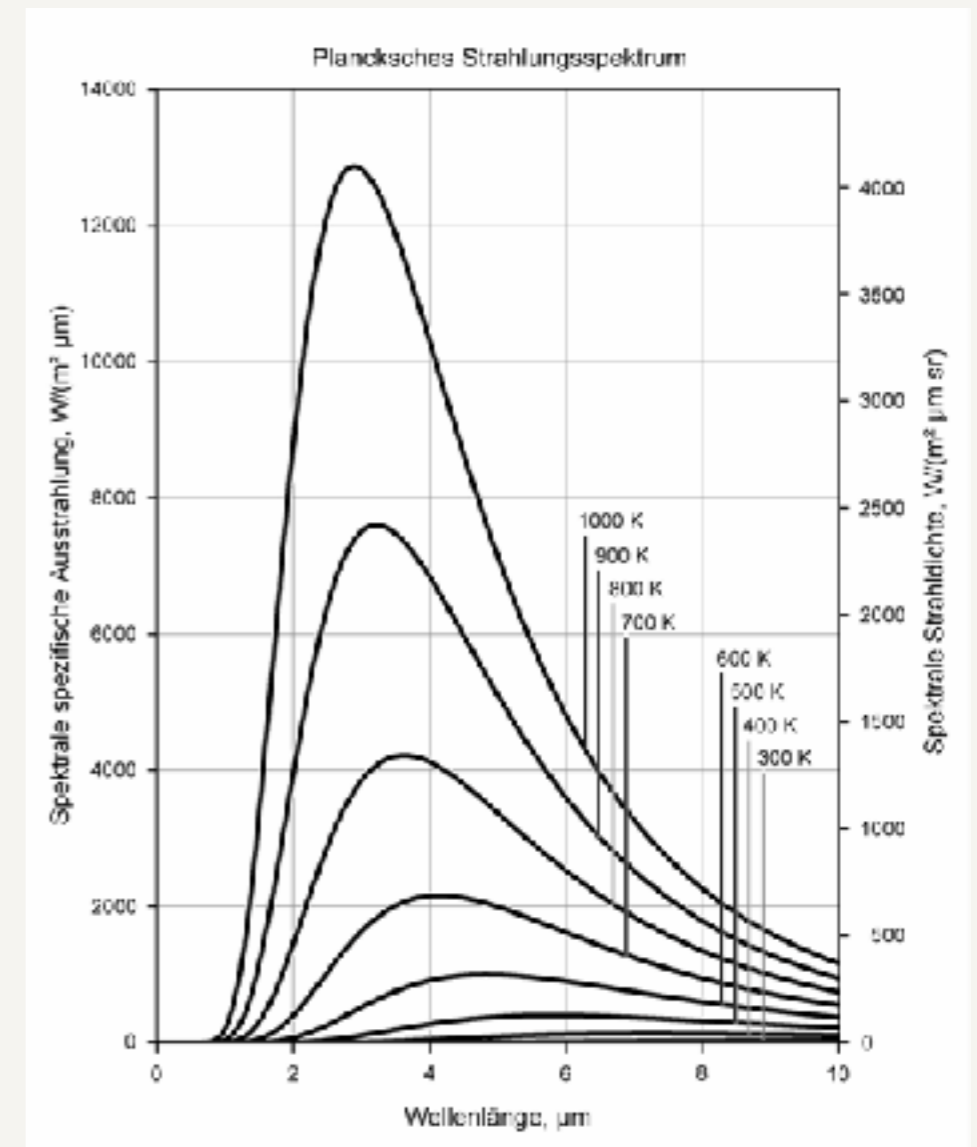
## Strahlungsleistung

- Integriert man das Spektrum auf erhält man die gesamte abgestrahlte Leistung.
- Die Leistung wird durch das **Stefan-Boltzmann-Gesetz** beschrieben:

$$P = \sigma \cdot A \cdot T^4$$

$\sigma$  Stefan-Boltzmann-Konstante

$A$  Abstrahlende Fläche

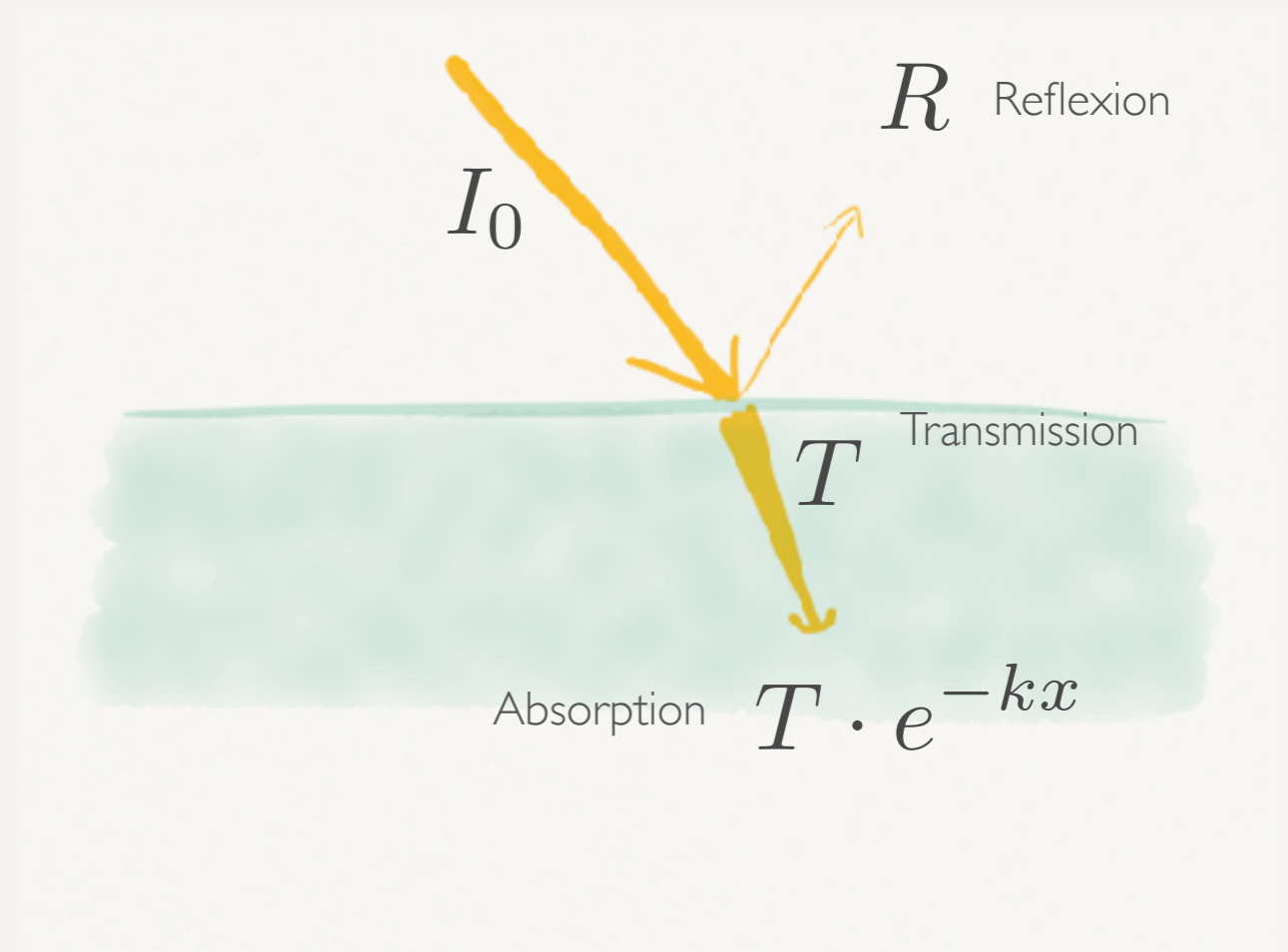


# Strahlungsbilanz

## Transparente Materialien

- Elektromagnetische Strahlung (Licht, Wärmestrahlung) kann reflektiert, transmittiert oder absorbiert werden, wenn es auf einen Gegenstand trifft.
- Unterscheidung zwischen transparenten und opaken (=undurchlässig) Materialien.
- Die Oberflächenstruktur ist für die Reflexion entscheidend.
- Reflexion und Transmission werden durch die Fresnel'schen Formeln beschrieben.
- Absorption wird durch das Lambert-Beer'sche Gesetz beschrieben.
- Die Energie bleibt erhalten!

Transparentes Material, glatte Oberfläche

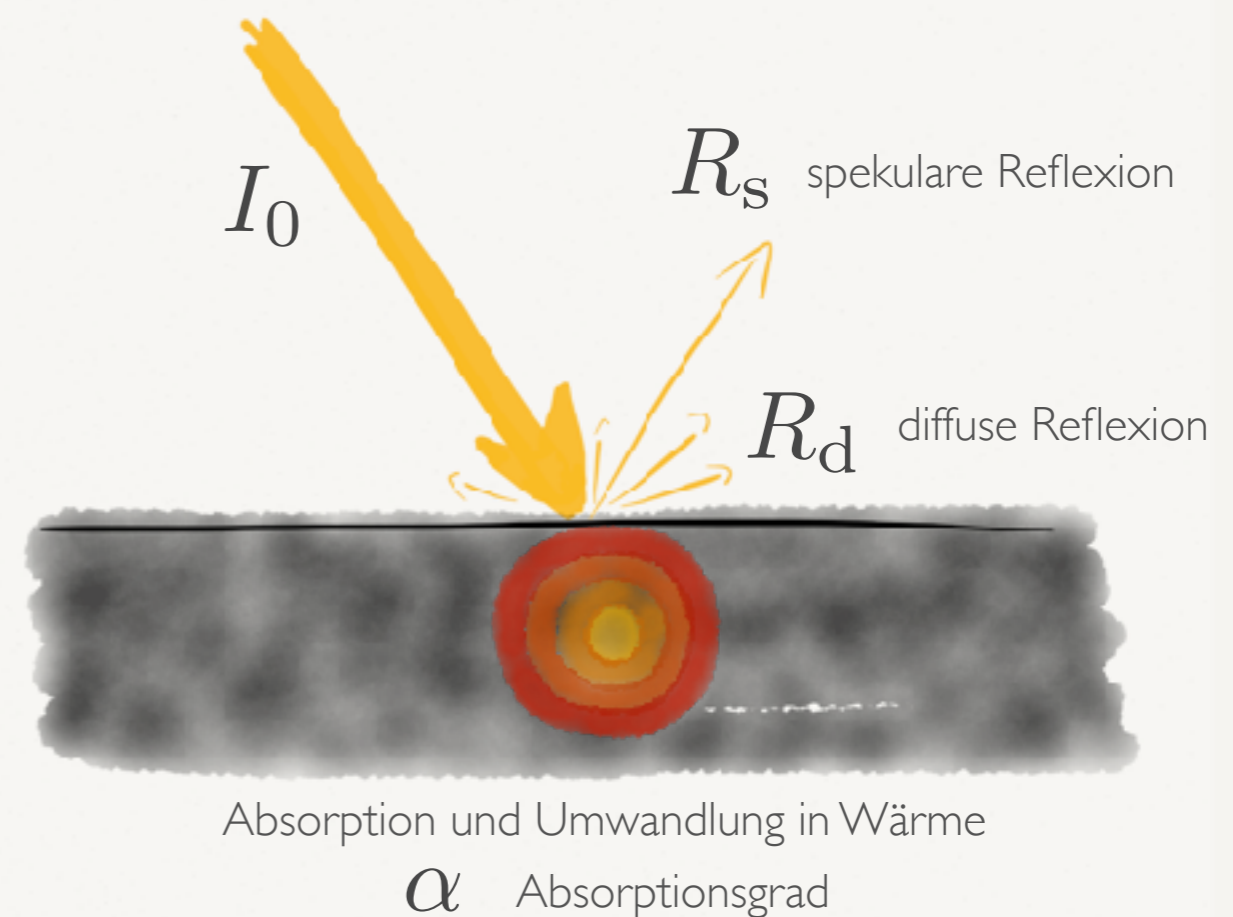


# Strahlungsbilanz

## Opake Materialien

- Elektromagnetische Strahlung (Licht, Wärmestrahlung) kann reflektiert, transmittiert oder absorbiert werden, wenn es auf einen Gegenstand trifft.
- Bei opaken Materialien wird die Transmission vernachlässigt.
- Die Strahlung wird entweder reflektiert oder absorbiert.
- Die Oberfläche ist oft nicht glatt, sondern diffus streuend.
- Reflexion ist i.A. kompliziert zu beschreiben. Es gibt einen spekularen (gerichtet) und einen diffusen Anteil.
- Absorption wird durch den Absorptionsgrad beschrieben.
- Die Energie bleibt erhalten!

Opakes Material, raue Oberfläche



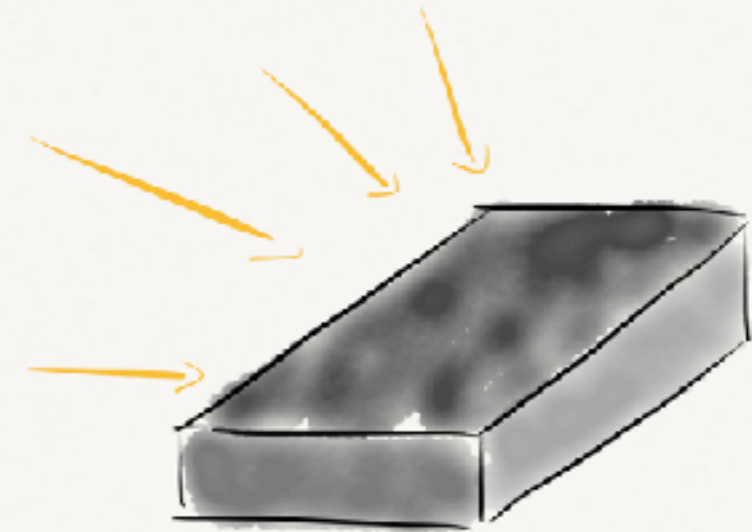


# Kirchhoff'sches Strahlungsgesetz

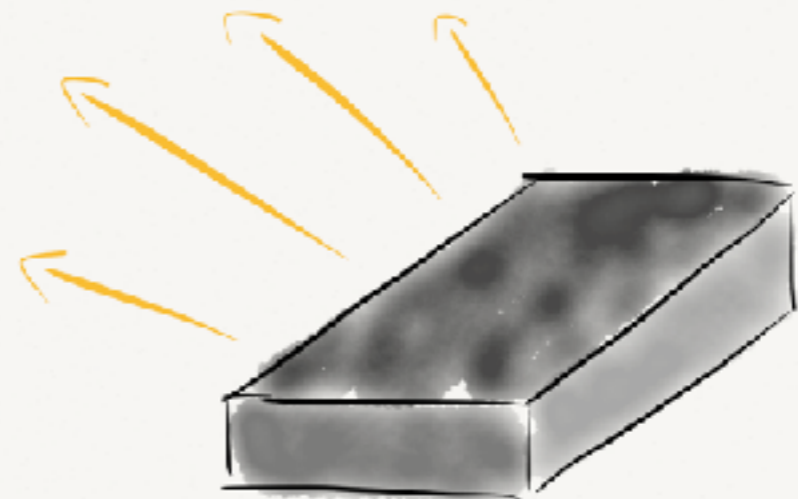
- Ein Körper, der gut Strahlung absorbiert, strahlt diese auch wieder gut ab (Emission).
- Im thermodynamischen Gleichgewicht ist die absorbierte Energie gleich der emittierten:

$$\alpha(\lambda) = \varepsilon(\lambda)$$

- Deswegen kann kein Körper mehr Strahlung absorbieren oder emittieren als der ideale schwarze Körper!



Absorptionsgrad  $\alpha(\lambda)$

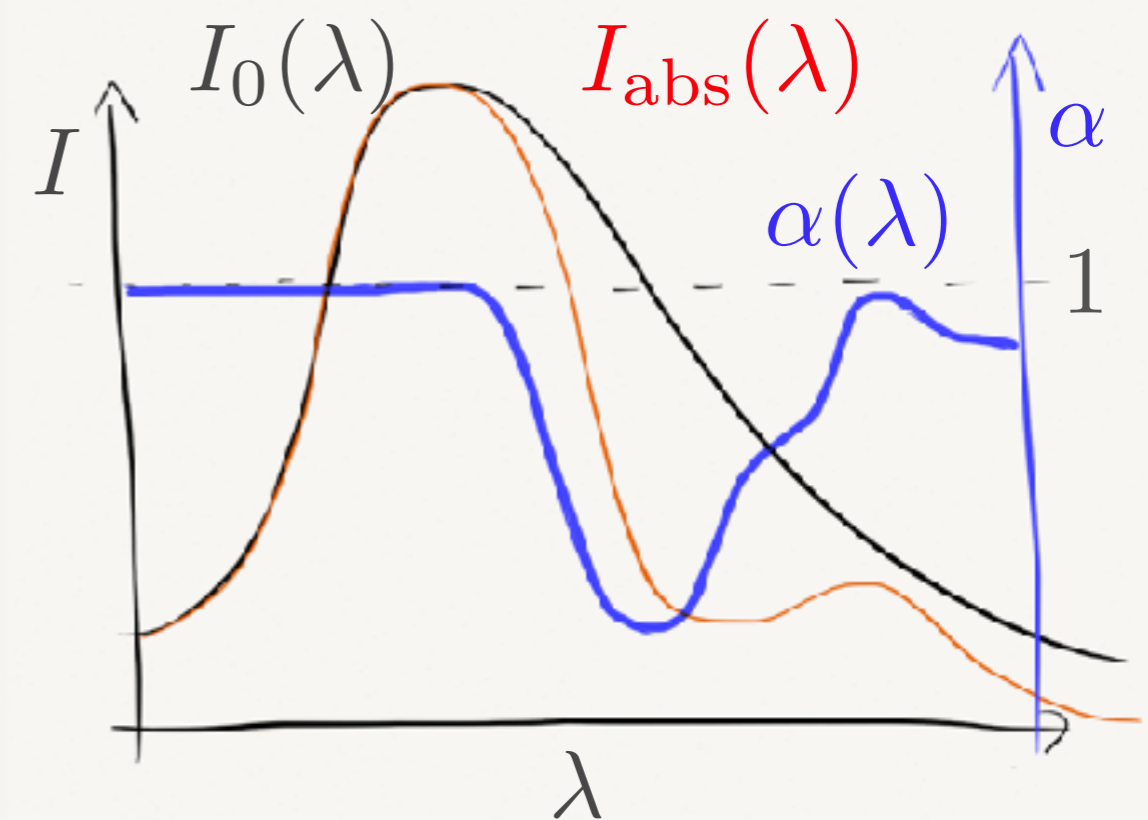


Emissionsgrad  $\varepsilon(\lambda)$

# Absorptionsgrad

$$\alpha(\lambda) = \frac{I_{\text{abs}}(\lambda)}{I_0(\lambda)}$$

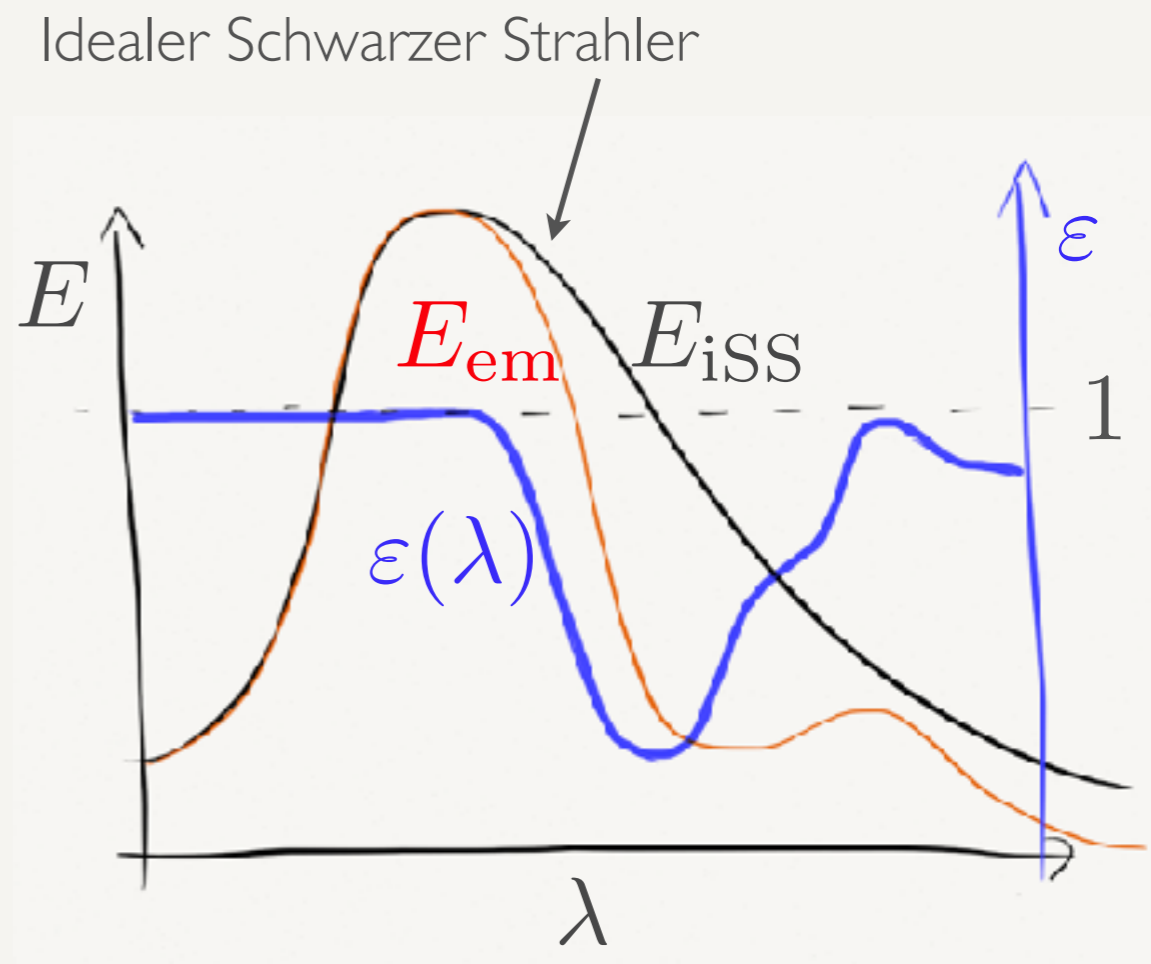
- Verhältnis zwischen **eingestrahelter** und **absorbierter** Strahlungsleistung.
- Zahl bzw. Kurve zwischen 0 und 1
- Wellenlängenabhängig
- Allgemein: Richtungsabhängig
- Hier: Spektraler Absorptionsgrad



# Emissionsgrad

$$\varepsilon(\lambda) = \frac{E_{em}(\lambda)}{E_{iSS}(\lambda)}$$

- Verhältnis zwischen abgestrahlter Leistung und der Strahlungsleistung eines schwarzen Strahlers der gleichen Temperatur.
- Kein Material kann mehr emittieren als ein schwarzer Körper: Zahl bzw. Kurve zwischen 0 und 1.
- Wellenlängenabhängig.



# Grauer Strahler

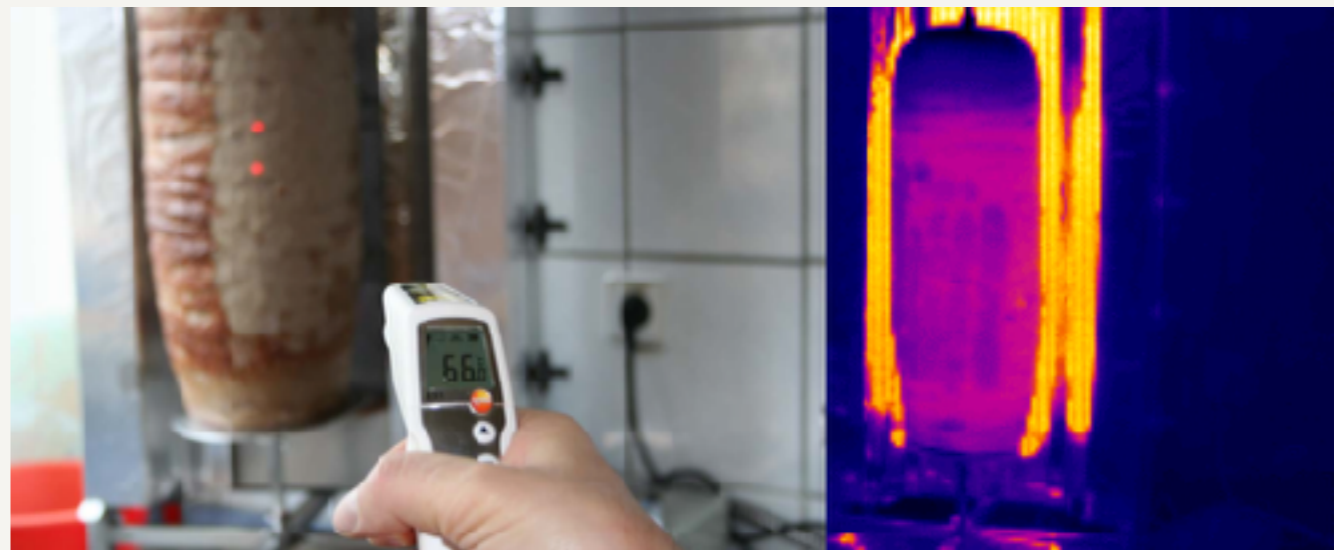
- Im Allgemeinen weichen alle Materialien irgendwie vom Ideal des Planck'schen Strahlers ab.
- Der Absorptions- bzw. Emissionsgrad weicht also von eins ab.
- Je nach Ausprägung und Einsatz wird von grauen Strahlern gesprochen (da diese Materialien im sichtbaren grau wirken).
- Das Stefan-Boltzmann-Gesetz wird dann einfach mit dem Emissionsfaktor multipliziert:

$$P = \varepsilon(\lambda) \cdot \sigma \cdot A \cdot T^4$$

# Aufgabe

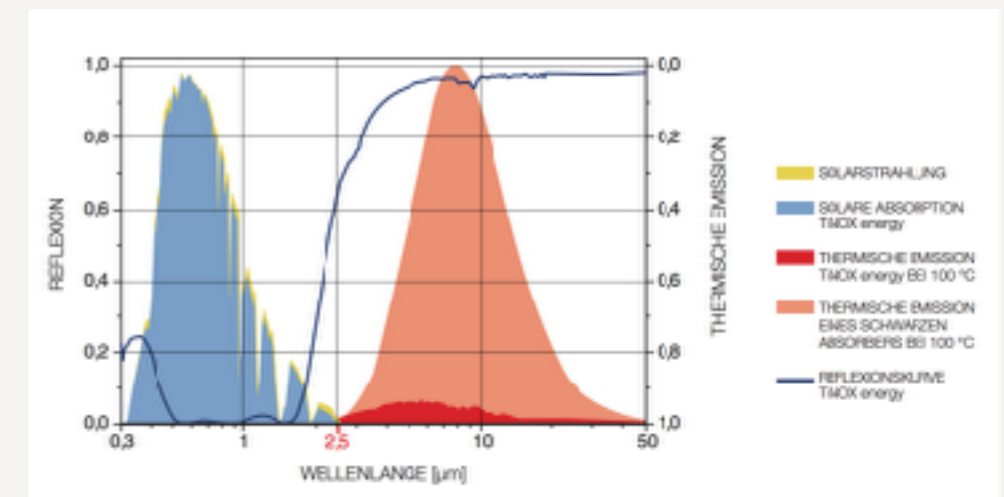
- Berechnen Sie die effektive Oberflächentemperatur der Sonne. Nehmen Sie die Sonne als idealen Strahler an.
- Ihr frisch gekaufter Döner hat im Mittel eine Temperatur von  $50^{\circ}\text{C}$ . Nehmen Sie im IR-Bereich einen grauen Strahler mit  $\epsilon = 0.5$  an. Welche Strahlungsleistung gibt er ab?

$$P = \epsilon(\lambda) \cdot \sigma \cdot A \cdot T^4$$

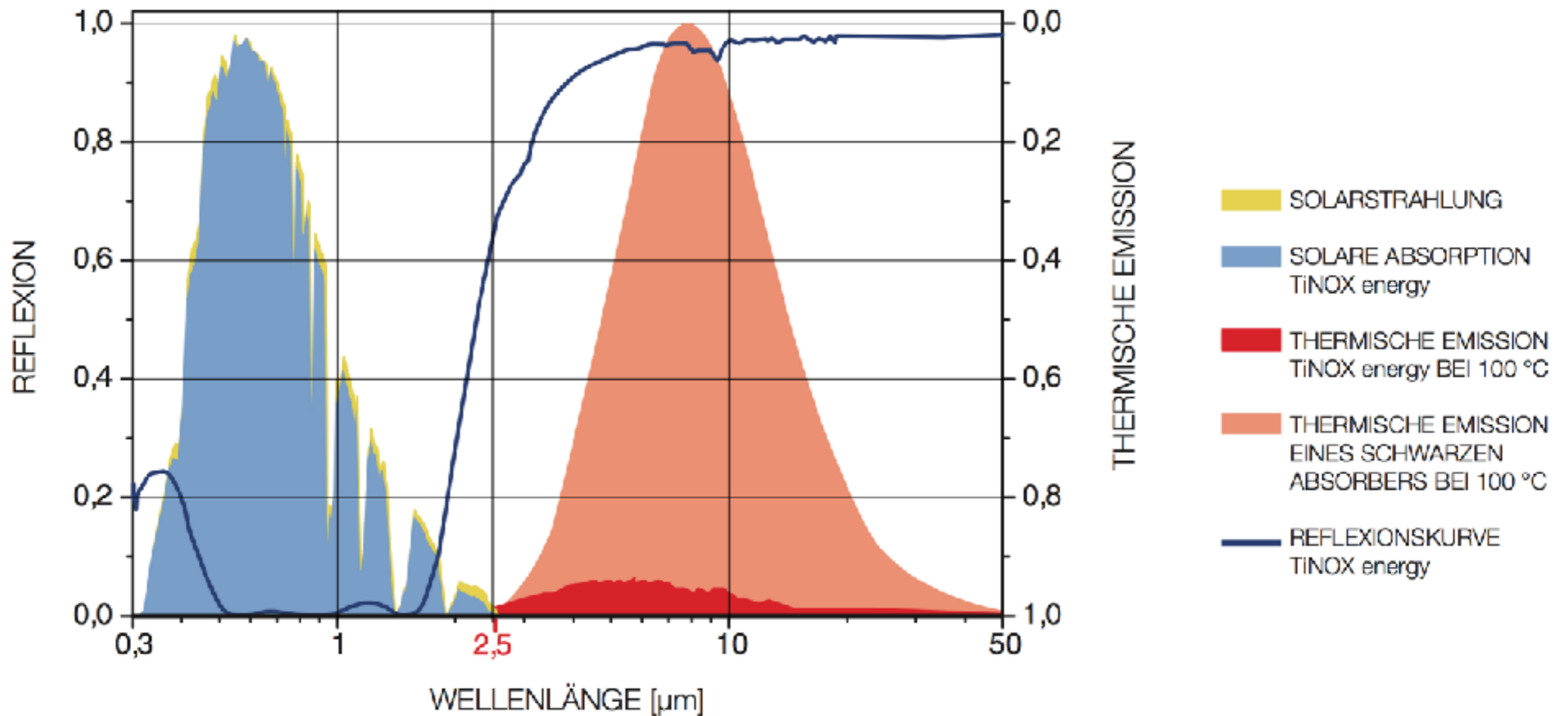


# Selektive Absorption

- Sonnenstrahlung fast ausschließlich  $< 2.5\mu\text{m}$
- Wärmestrahlung des Kollektors bei  $100^\circ\text{C}$  fast ausschließlich  $> 2.5\mu\text{m}$ .
- Suche ein Material, dass gut die Sonnenstrahlung absorbiert und schlecht Wärmestrahlung emittiert.



# Selektive Absorption

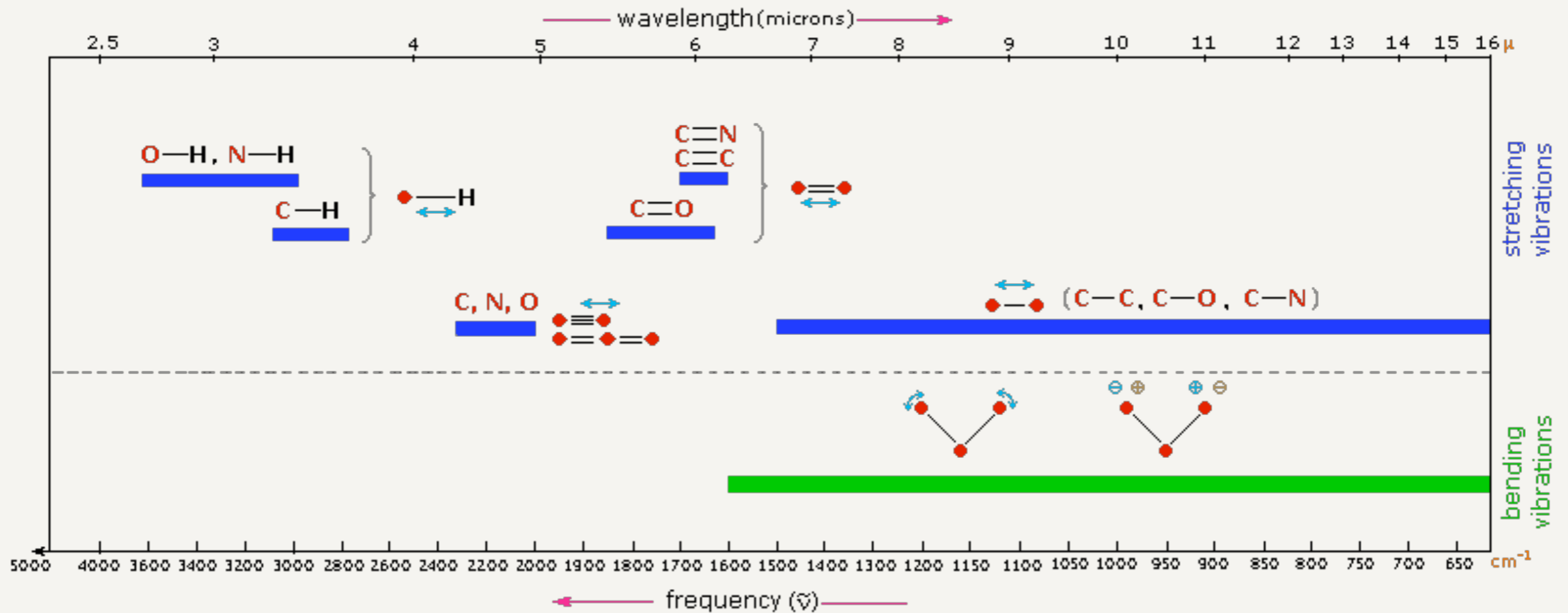


Quelle: [http://www.almecosolar.com/Brochure/tinox\\_energy\\_new\\_de.pdf](http://www.almecosolar.com/Brochure/tinox_energy_new_de.pdf)

# Boltzmann-Statistik

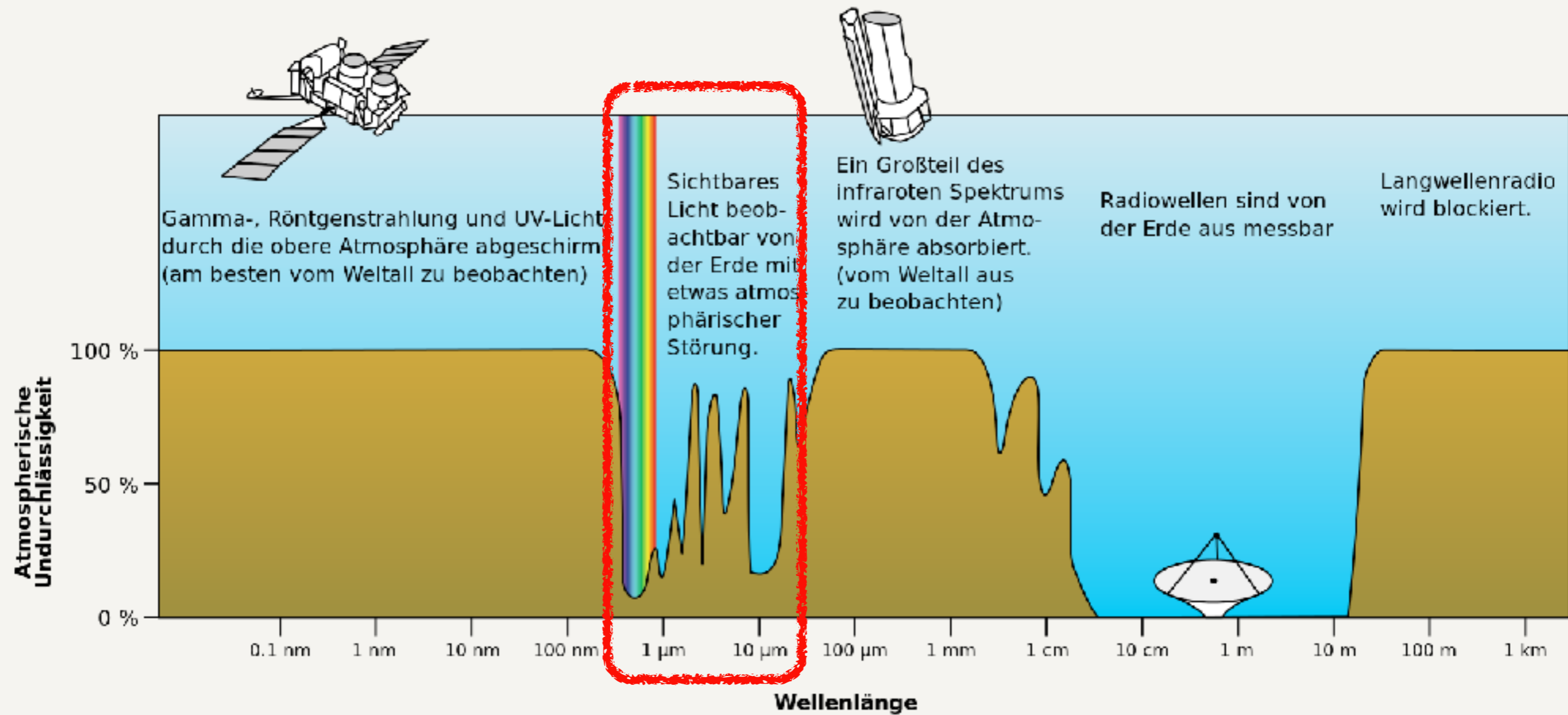



# Spektrum der Schwingungen



<http://www2.chemistry.msu.edu/faculty/reusch/VirtTxtJml/Spectrpy/InfraRed/infrared.htm#ir1>

# Absorption in der Atmosphäre



Quelle: 

# Aufgabe

- Ermitteln Sie aus der Wellenlänge der ausgesandten Strahlung die Frequenz der Schwingung für
  - ▶ Die Schwingung eines Wasserstoff-Atoms im Wasser-Moleküls
  - ▶ Die Schwingung des Stickstoff-Moleküls
- Ermitteln Sie mit der Frequenz die Energie der Schwingung nach

$$E = hf = \hbar\omega$$

# Aufgabe

## Anregungswahrscheinlichkeit der Schwingungen

- Bei Raumtemperatur sind die Freiheitsgrade der Schwingung bei mehratomigen Molekülen noch „eingefroren“.
- Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dass eine Molekülschwingung angeregt ist.

$$p \sim e^{-\frac{\Delta E}{k_B T}}$$

Welche Energie nehmen Sie an?

Welche Temperatur nehmen Sie an?

# Aufgabe

## Anregungswahrscheinlichkeit der Schwingungen

$$\lambda = 5 \mu\text{m} \quad \text{s. Spektrum der Schwingungen}$$

$$\begin{aligned}\Delta E &= hf \\ &= h \frac{c}{\lambda} \\ &= 6.626 \cdot 10^{-34} \text{Js} \cdot \frac{3 \cdot 10^8 \text{m/s}}{5 \cdot 10^{-6} \text{m}} \\ &\approx 4 \cdot 10^{-20} \text{J}\end{aligned}$$

- Bei Raumtemperatur sind die Freiheitsgrade der Schwingung bei mehratomigen Molekülen noch „eingefroren“.
- Welche Temperatur wird benötigt um die Freiheitsgrade „aufzutauen“?

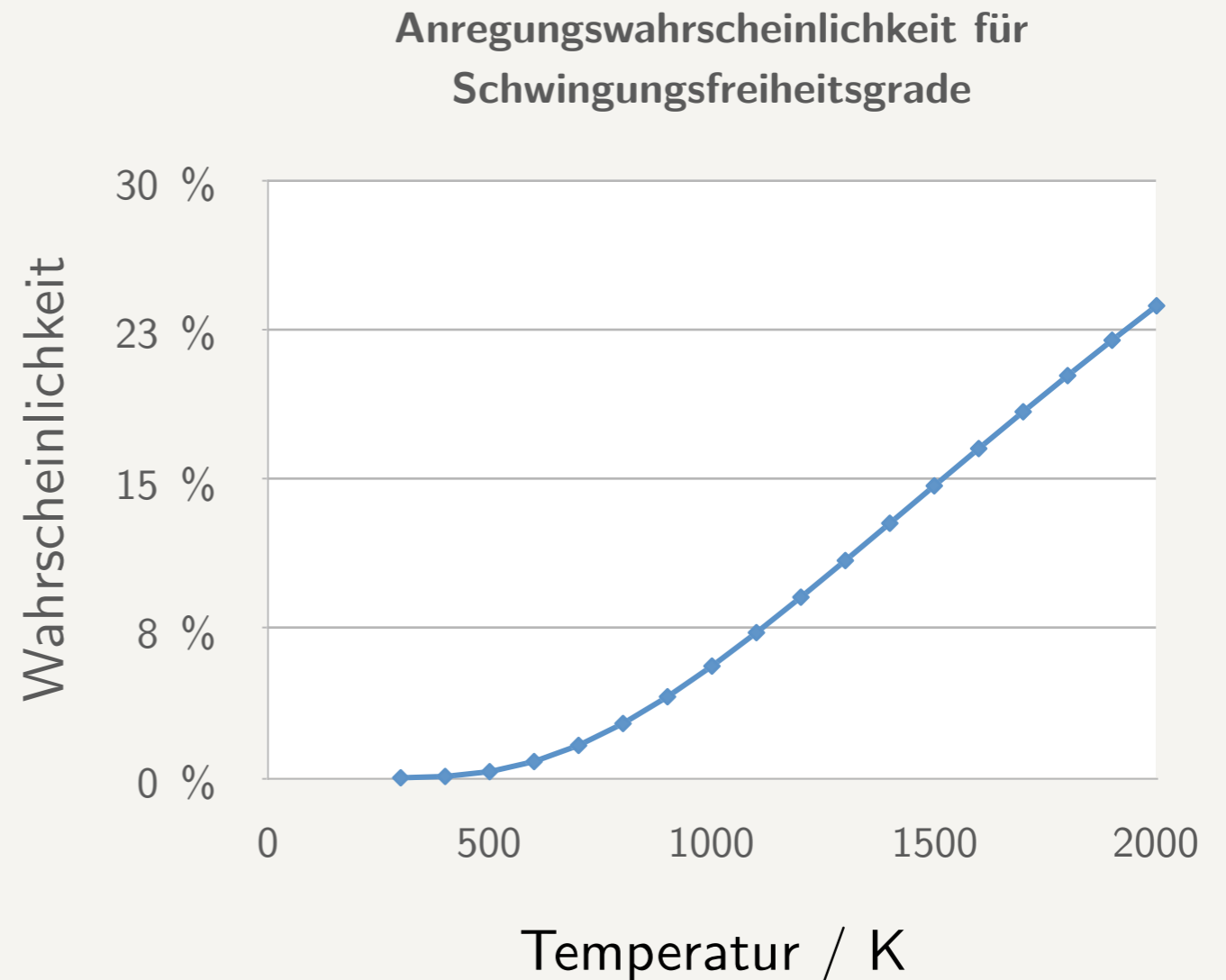
$$\begin{aligned}k_B T &= 1.38 \cdot 10^{-23} \text{J/K} \cdot 300 \text{K} \\ &\approx 4 \cdot 10^{-21} \text{J}\end{aligned}$$

$$e^{-10} \approx 4.5 \cdot 10^{-5} = 0.0045\%$$

# Aufgabe

## Anregungswahrscheinlichkeit der Schwingungen

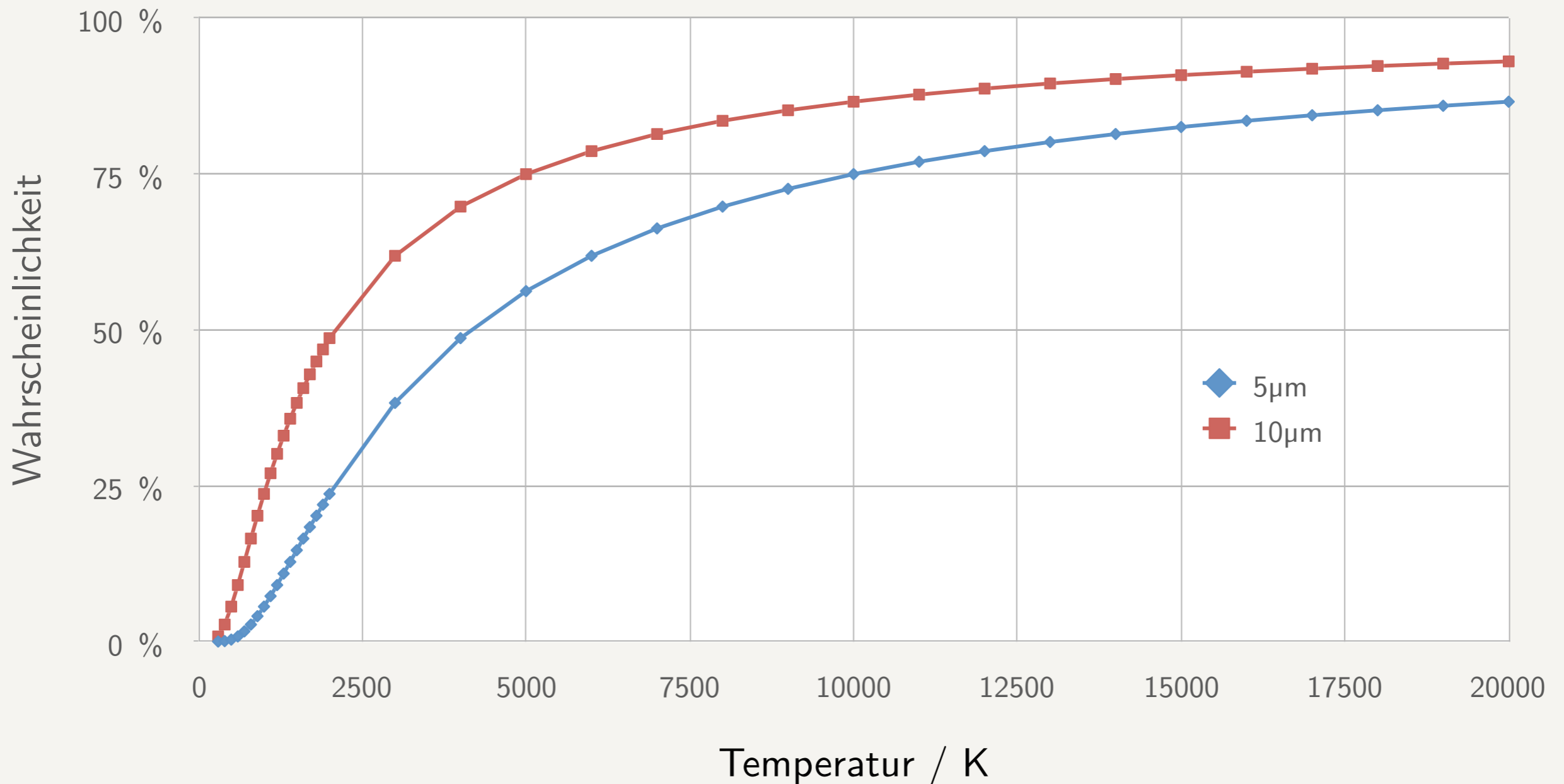
- Bei Raumtemperatur sind die Freiheitsgrade der Schwingung bei mehratomigen Molekülen noch „eingefroren“.
- Welche Temperatur wird benötigt um die Freiheitsgrade „aufzutauen“?



$$p \sim e^{-\frac{\Delta E}{k_B T}}$$

# Anregungswahrscheinlichkeiten bei hohen Temperaturen

Anregungswahrscheinlichkeit für Schwingungsfreiheitsgrade



# Aufgabe

- Vergleichen Sie das Ergebnis mit dem Bandabstand von Silizium und mit der Energie von Sonnenlicht.
- Rechnen Sie dazu bei 300K die Wahrscheinlichkeit der Anregung zu den entsprechenden Energien aus.

$$\Delta E_{\text{Si}} = 1.1 \text{ eV}$$

$$\lambda_{\text{Sonne}} = 500 \text{ nm}$$

$$p_{300 \text{ K}} = ?$$



# Äquipartitionstheorem

- Zuvor: Temperatur ist Energie pro Freiheitsgrad.
- Genauere Definition: das **Äquipartitionstheorem**.
- Im thermischen Gleichgewicht entfällt auf jeden Freiheitsgrad des Systems die gleiche Energie.
- Dieses  $E$  ist grade unsere innere Energie!

$$\langle E \rangle = \frac{1}{2} k_B T$$

# Äquipartitionstheorem

## Beispiel Gas

- Das ideale, einatomige Gas hat nur die drei Freiheitsgrade der Translation.
- Schwingung und Rotation kann es nicht vollführen.

$$f = 3$$

$$\Rightarrow \langle E \rangle = \frac{3}{2} k_B T$$

# Aufgabe

- Welche innere Energie hat gasförmiger Stickstoff?
- Welche innere Energie hat gasförmiges Wasser?

# Äquipartitionstheorem

## Beispiel Festkörper

- Jedes Atom im Kristallgitter kann in drei Raumrichtungen schwingen.
- Diese Schwingung kann durch den harmonischen Oszillator genähert werden.
- Dadurch kann jede der Schwingungen als Freiheitsgrad des Äquipartitionstheorems betrachtet werden.
- Es seien  $N$  Atome in dem Festkörper.

# Literatur

1. Stieglitz, Heinzel: Thermische Solarenergie, Springer (2008)
2. U. Sauer et al: Technologischer Überblick zur Speicherung von Elektrizität, SEFEP (2012). Übersetzung der englischen Originalversion. Siehe [www.sefep.eu](http://www.sefep.eu).
3. Weigand, Köhler, v. Wolfersdorf: Thermodynamik kompakt, Springer-Vieweg (2013)