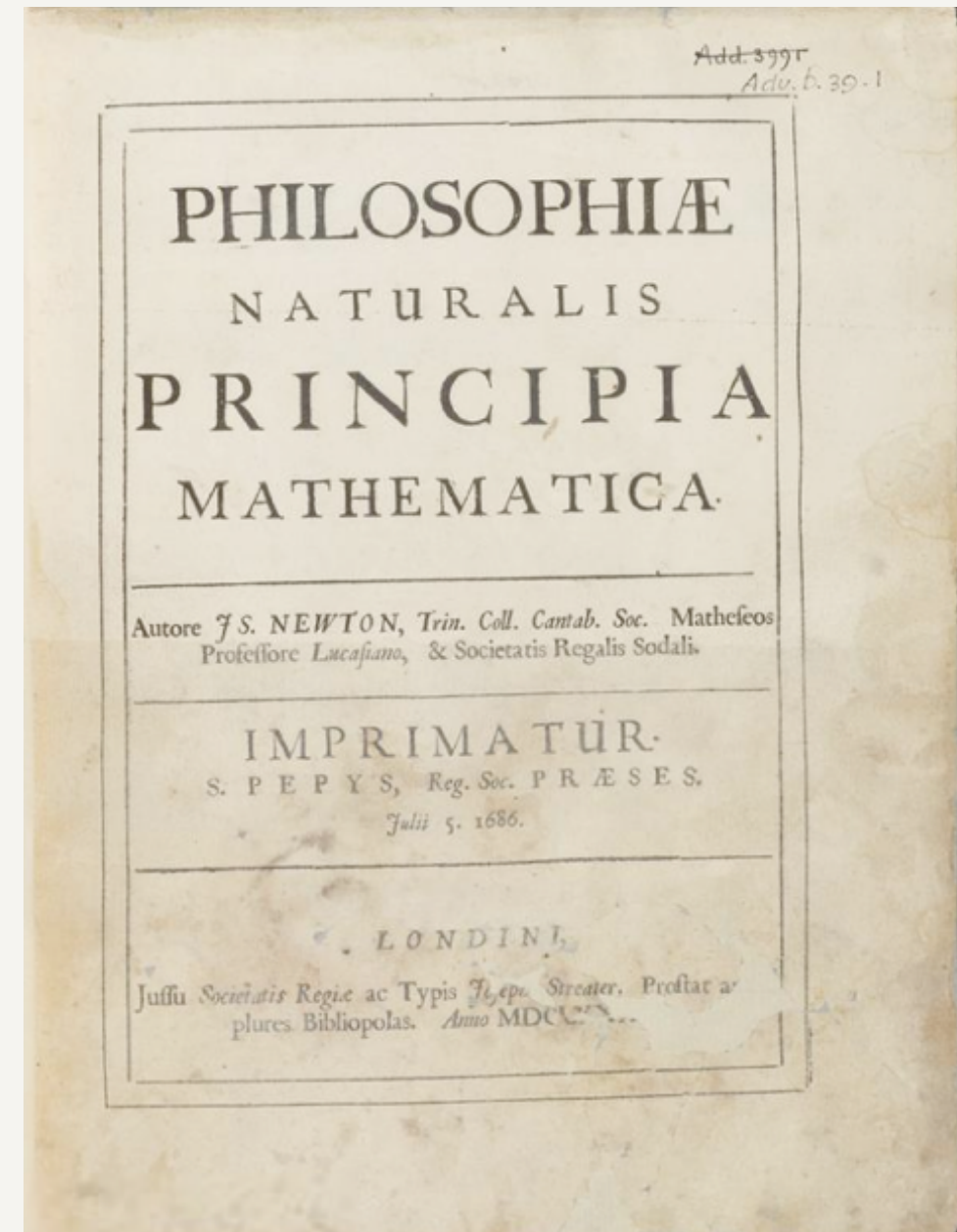


[http://de.wikipedia.org/wiki/Philosophiæ\\_Naturalis\\_Principia\\_Mathematica](http://de.wikipedia.org/wiki/Philosophiæ_Naturalis_Principia_Mathematica)



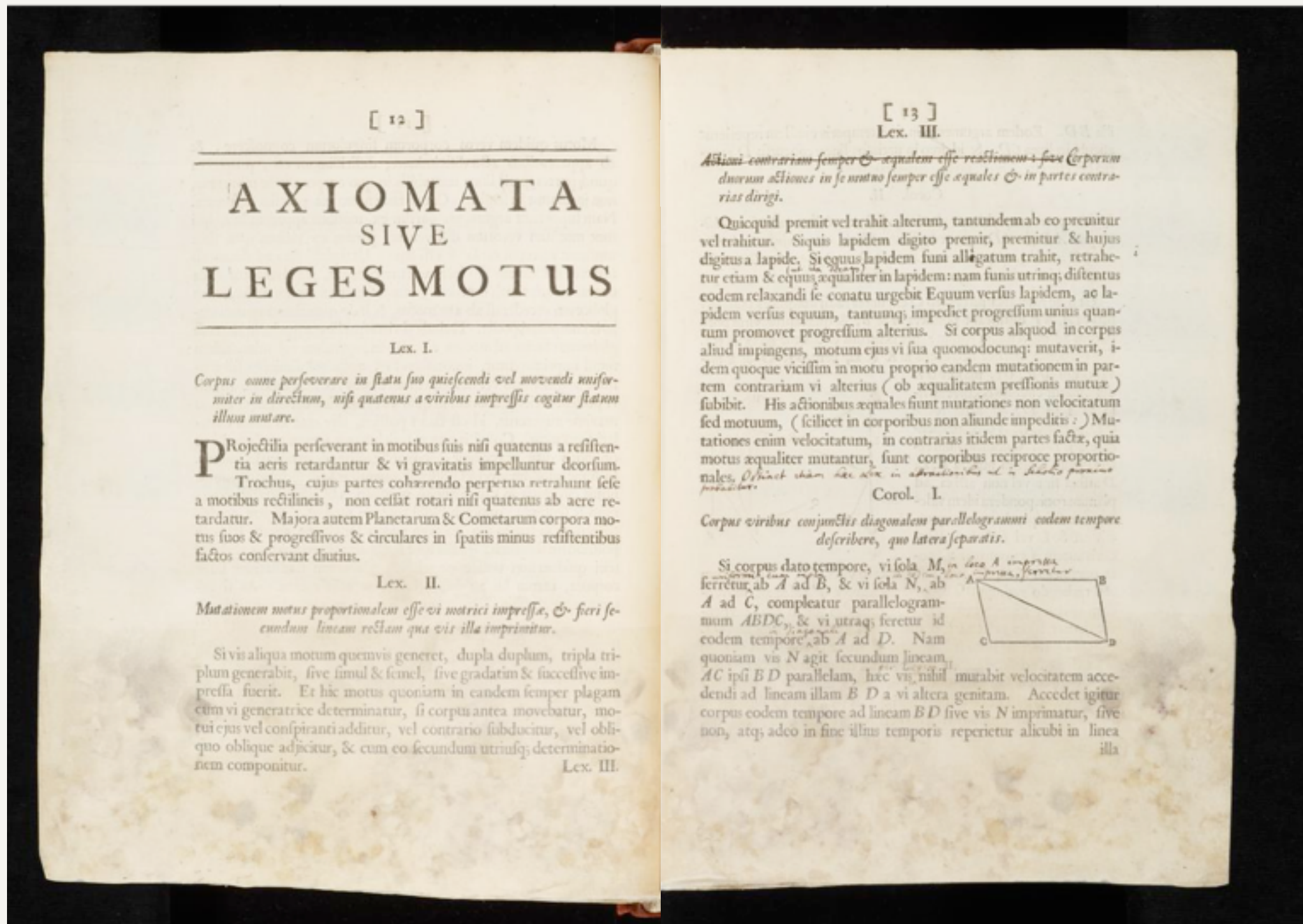
# Philosophiae Naturalis Principia Mathematica

- Mathematische Prinzipien der Naturphilosophie
- Im Sprachgebrauch einfach die *Principia*.
- Erstveröffentlichung: 5. Juli 1687
- Erfindung der Infinitesimalrechnung
- Newton'sche Gesetze



[http://de.wikipedia.org/wiki/Philosophiæ\\_Naturalis\\_Principia\\_Mathematica](http://de.wikipedia.org/wiki/Philosophiæ_Naturalis_Principia_Mathematica)

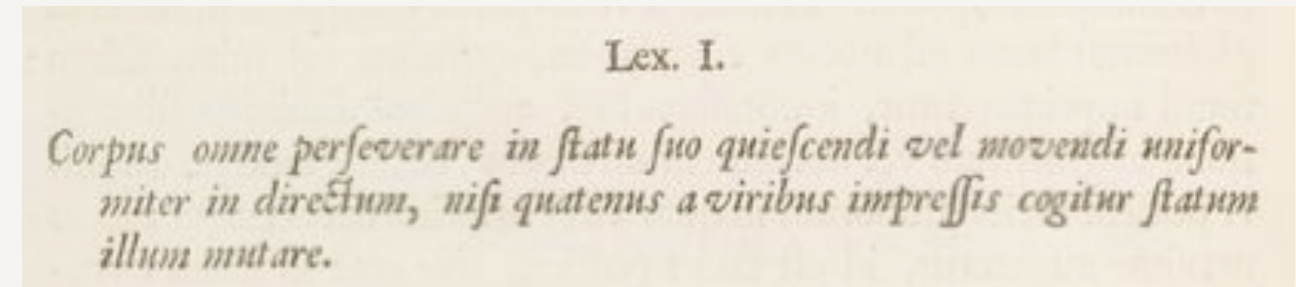
# Die Newton'schen Gesetze



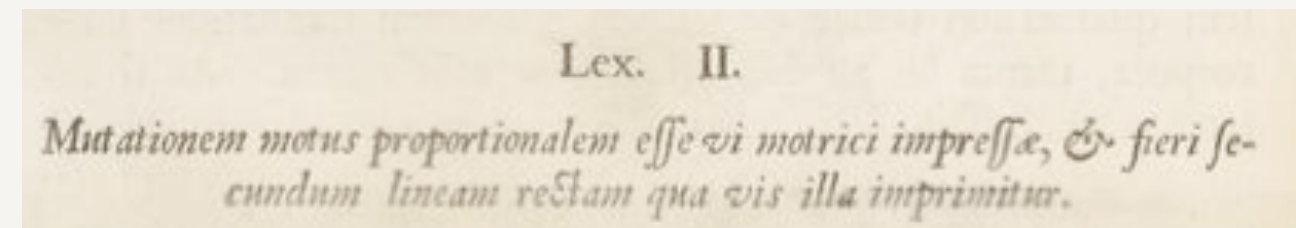


# Die Newton'schen Gesetze

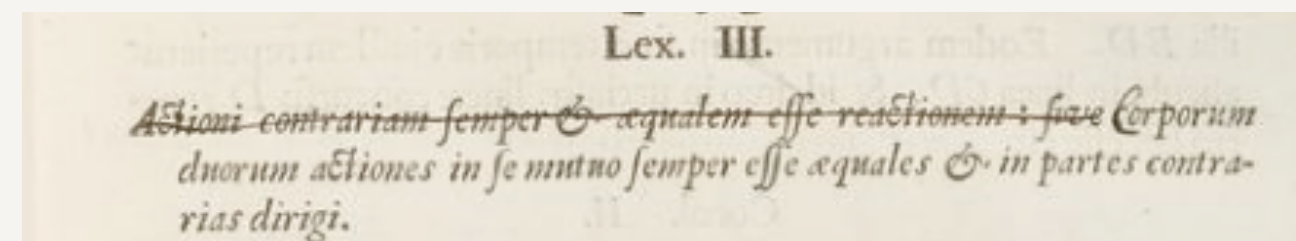
Ein Körper verharrt im Zustand der Ruhe oder der gleichförmigen Translation, sofern er nicht durch einwirkende Kräfte zur Änderung seines Zustands gezwungen wird.



Die Änderung der Bewegung ist der Einwirkung der bewegenden Kraft proportional und geschieht nach der Richtung derjenigen geraden Linie, nach welcher jene Kraft wirkt.



Kräfte treten immer paarweise auf. Übt ein Körper A auf einen anderen Körper B eine Kraft aus (actio), so wirkt eine gleich große, aber entgegen gerichtete Kraft von Körper B auf Körper A (reactio).“



# Die Newton'schen Gesetze

Ein Körper verharrt im Zustand der Ruhe oder der gleichförmigen Translation, sofern er nicht durch einwirkende Kräfte zur Änderung seines Zustands gezwungen wird.

Lex. I.  
*Corpus omne perseverare in statu suo quiescendi vel movendi uniformiter in directum, nisi quatenus a viribus impressis cogitur statum illum mutare.*

Die Änderung der Bewegung ist der Einwirkung der bewegenden Kraft proportional und geschieht nach der Richtung derjenigen geraden Linie, nach welcher jene Kraft wirkt.

Lex. II.  
*Mutationem motus proportionalem esse vi motrici impressæ, & fieri secundum lineam rectam qua vis illa imprimitur.*

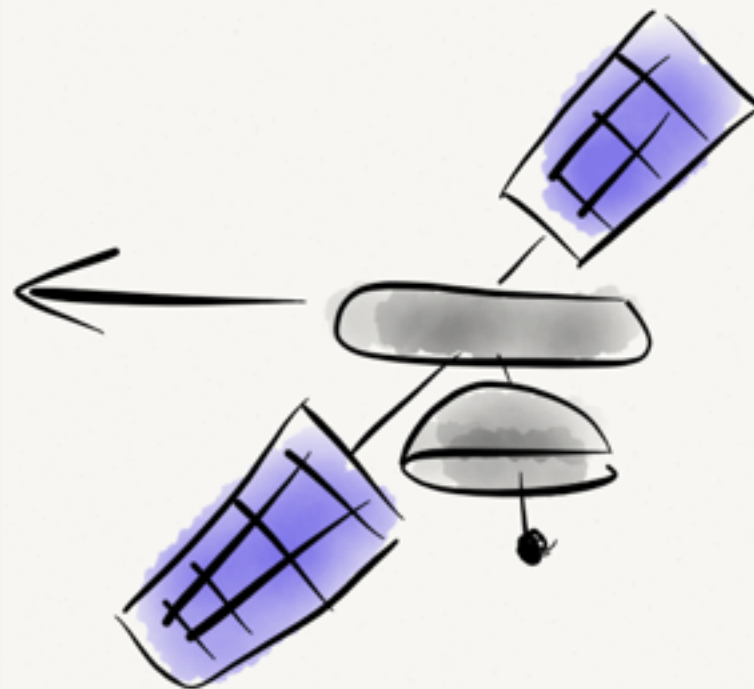
Kräfte treten immer paarweise auf. Übt ein Körper A auf einen anderen Körper B eine Kraft aus (actio), so wirkt eine gleich große, aber entgegen gerichtete Kraft von Körper B auf Körper A (reactio).“

Lex. III.  
*Actiōni contrariam semper & æqualem esse reactionem: sive Corporum duorum actiōnes in se mutuo semper esse æquales & in partes contrarias dirigi.*

# I. Newton'sches Gesetz

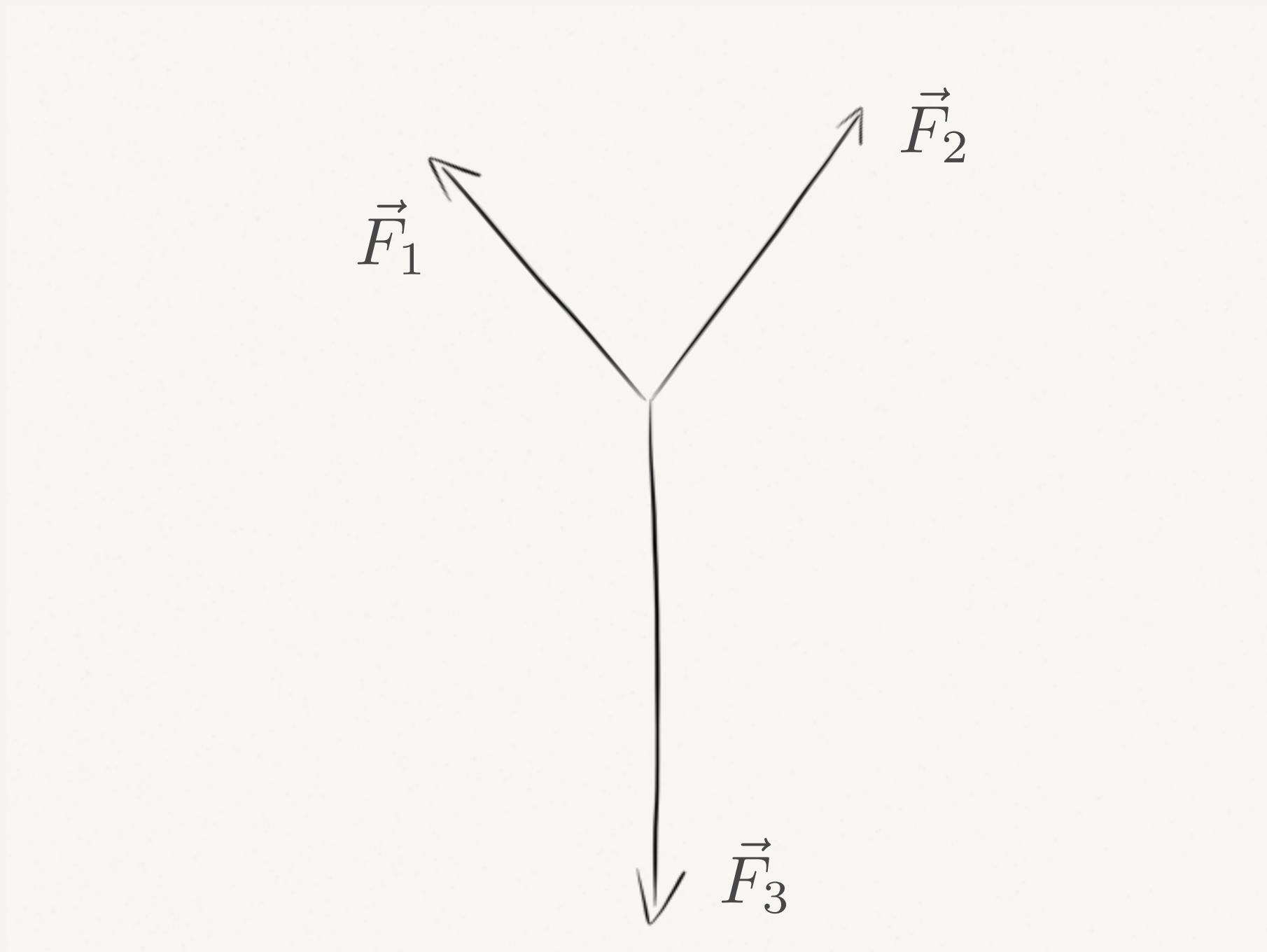
## Trägheitsgesetz

*Ein Körper verharrt im Zustand der Ruhe oder der gleichförmigen Translation, sofern er nicht durch einwirkende Kräfte zur Änderung seines Zustands gezwungen wird.*



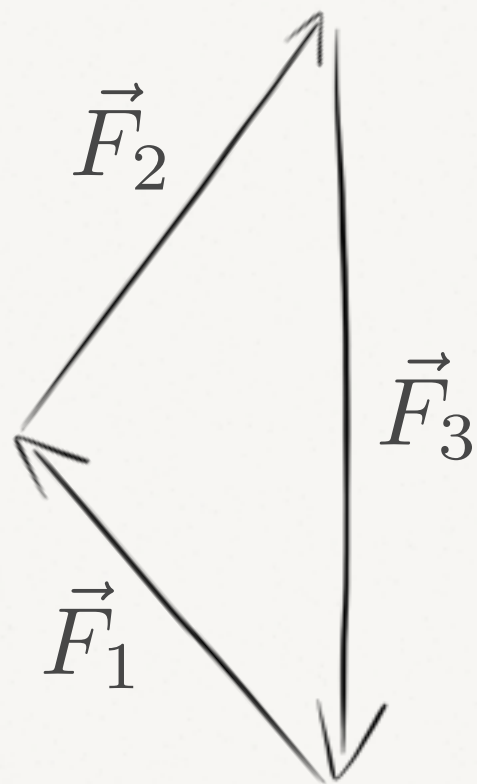
Auf den Satelliten wirkt keine Kraft mehr (bzw. eine vernachlässigbar kleine). Er fliegt einfach immer die selbe Richtung weiter.

# Addition von Kräften





# Addition von Kräften

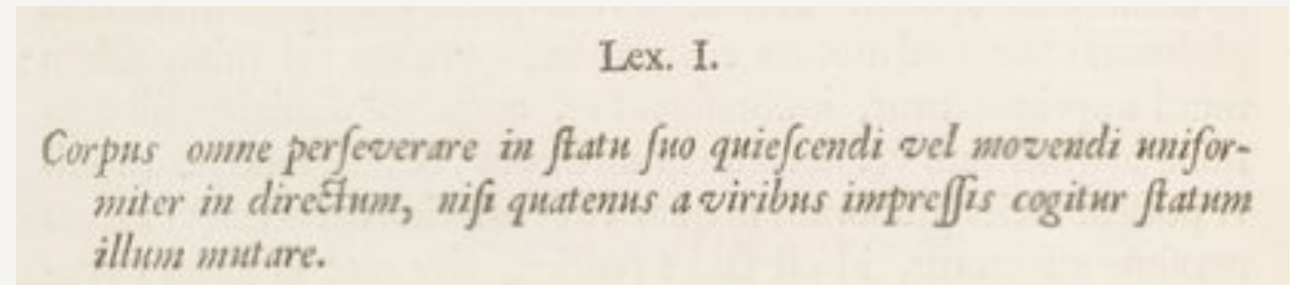


Ein Körper verharrt im Zustand der Ruhe oder der gleichförmigen Translation, sofern er nicht durch einwirkende Kräfte zur Änderung seines Zustands gezwungen wird, **oder wenn die Summe der Kräfte Null ist, und die Kräfte sich ausgleichen.**

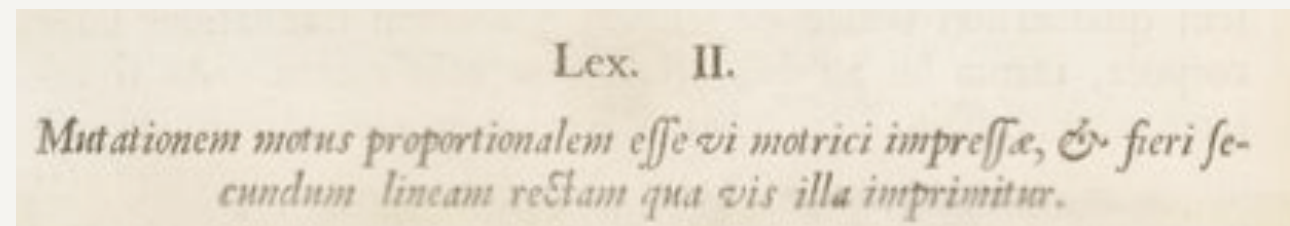
$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \sum_{i=1}^3 \vec{F}_i = 0$$

# Die Newton'schen Gesetze

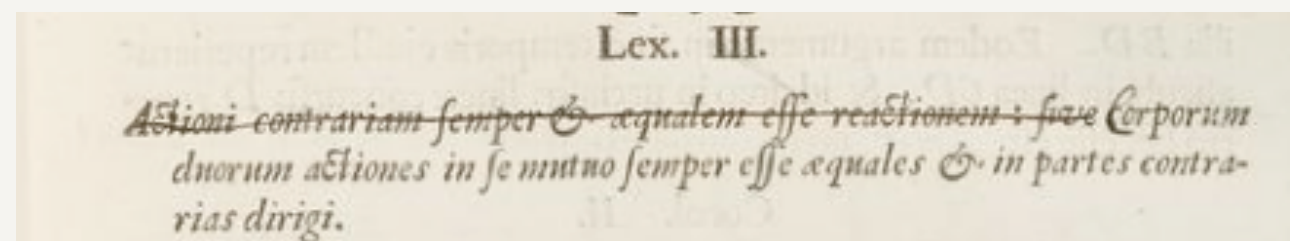
Ein Körper verharrt im Zustand der Ruhe oder der gleichförmigen Translation, sofern er nicht durch einwirkende Kräfte zur Änderung seines Zustands gezwungen wird.



Die Änderung der Bewegung ist der Einwirkung der bewegenden Kraft proportional und geschieht nach der Richtung derjenigen geraden Linie, nach welcher jene Kraft wirkt.



Kräfte treten immer paarweise auf. Übt ein Körper A auf einen anderen Körper B eine Kraft aus (actio), so wirkt eine gleich große, aber entgegen gerichtete Kraft von Körper B auf Körper A (reactio).“



## 2. Newton'sches Gesetz

$$\vec{a} \propto \vec{F}$$

Die Beschleunigung ist proportional zur Kraft.



# 2. Newton'sches Gesetz

## Trägheit der Masse

- Die Masse setzt der Kraft einen ‚Widerstand‘ entgegen, sie ist *träge*.
- Die Beschleunigung ist umgekehrt proportional zur Masse des Objektes.
- Die Masse ist die Proportionalitätskonstante zwischen Kraft und Beschleunigung.

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$$

# 2. Newton'sches Gesetz

## Grundgleichung der Mechanik

Kraft = Masse x Beschleunigung

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

# 2. Newton'sches Gesetz

## Differentialgleichung

$$\vec{F} = m \cdot \frac{d^2 \vec{x}}{dt^2}$$

↑  
Kann eine Funktion  
von  $x$  sein

↑  
Ableitung von  $x$



# 2. Newton'sches Gesetz

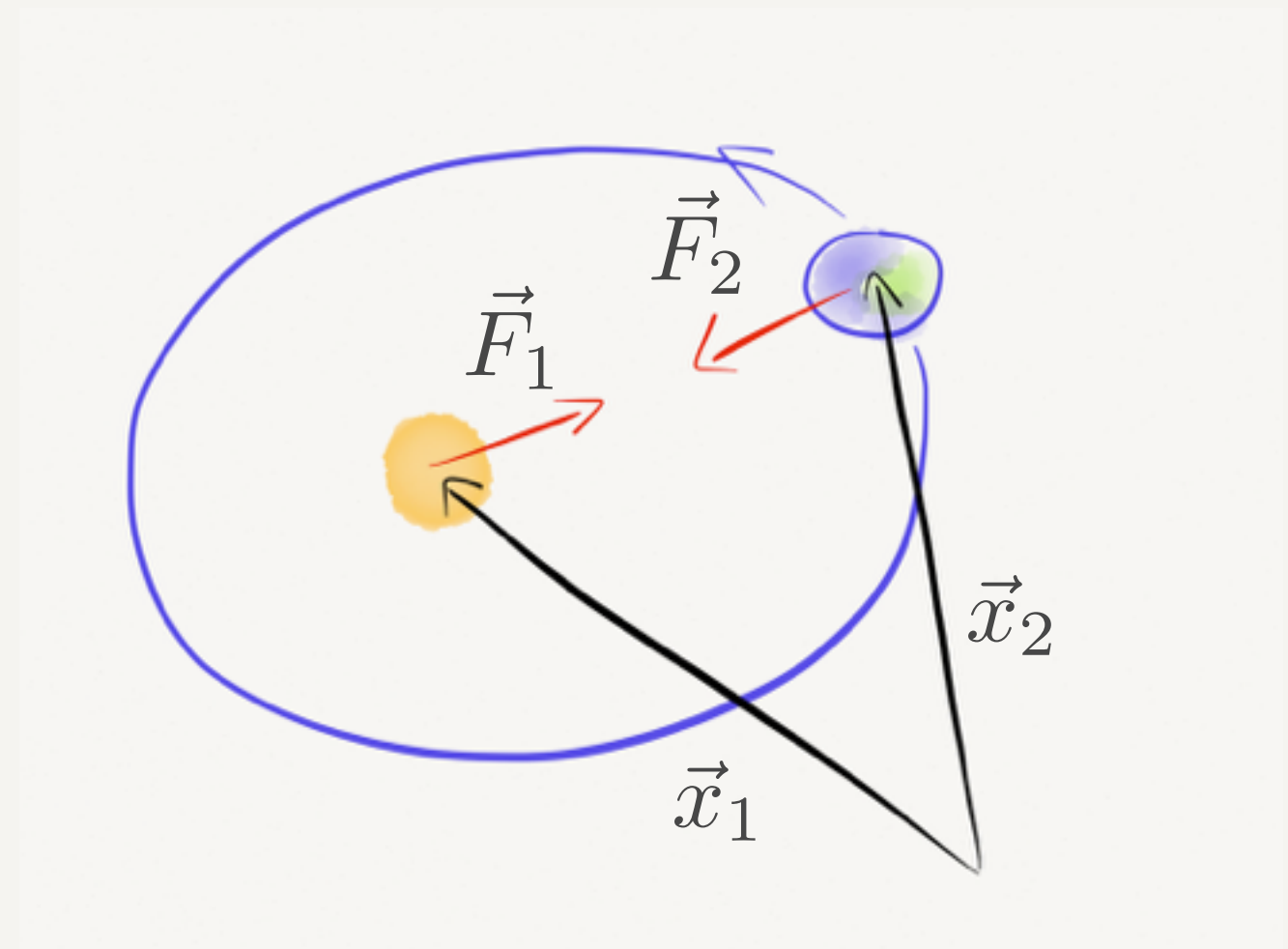
## Differentialgleichung - Erdumlaufbahn

$$\vec{F} = m \cdot \frac{d^2 \vec{x}}{dt^2}$$

$$\vec{F} = \vec{F}(\vec{x}_1, \vec{x}_2, t)$$

$$m_1 \cdot \frac{d^2 \vec{x}_1}{dt^2} = \vec{F}_1(\vec{x}_1, \vec{x}_2, t)$$

$$m_2 \cdot \frac{d^2 \vec{x}_2}{dt^2} = \vec{F}_2(\vec{x}_1, \vec{x}_2, t)$$

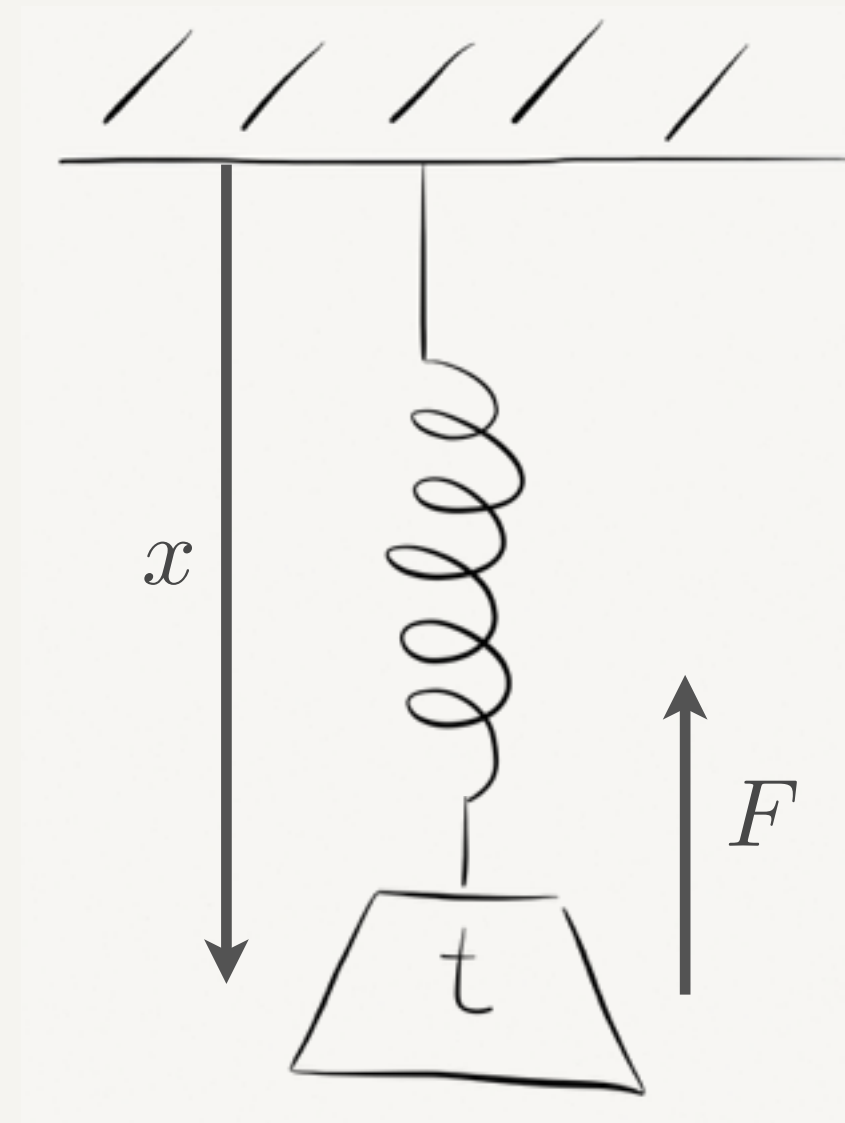


# 2. Newton'sches Gesetz

## Differentialgleichung - Hooke'sches Gesetz

$$F \propto x$$

- Die Kraft ist proportional zur Auslenkung eines Federsystems.
- Es kann ein beliebiges Material sein - z.B. eine Eisenstange.
- Die Linearität ist i.A. nicht für große Auslenkungen gültig.



## 2. Newton'sches Gesetz

### Differentialgleichung - Hooke'sches Gesetz

- Die Kraft ist proportional zur Auslenkung eines Federsystems.
- Hier: eindimensional gerechnet.
- Proportionalitätskonstante  $k$  heisst Federkonstante.
- Einsetzen in das 2. Newton'sche Gesetz liefert eine Differentialgleichung.
- Dies ist die Gleichung für den **harmonischen Oszillator**.

$$F \propto x$$

Kraft zeigt entgegen der Auslenkung

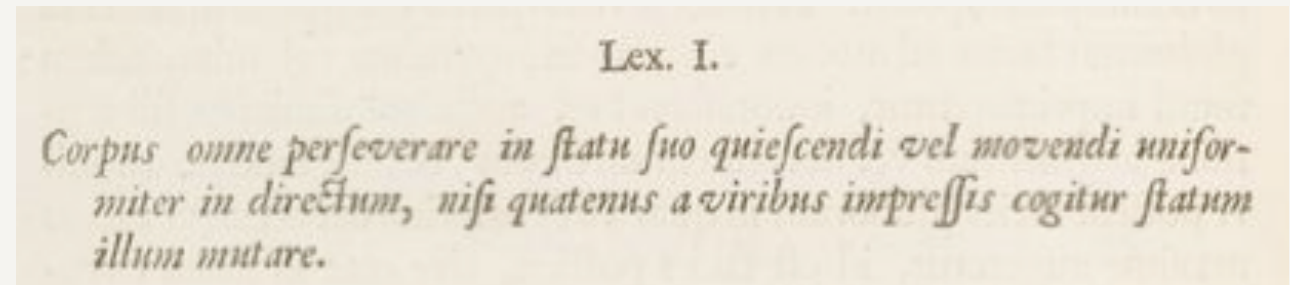
$$F = -k \cdot x$$

$$m \cdot \frac{d^2 x}{dt^2} + k \cdot x = 0$$

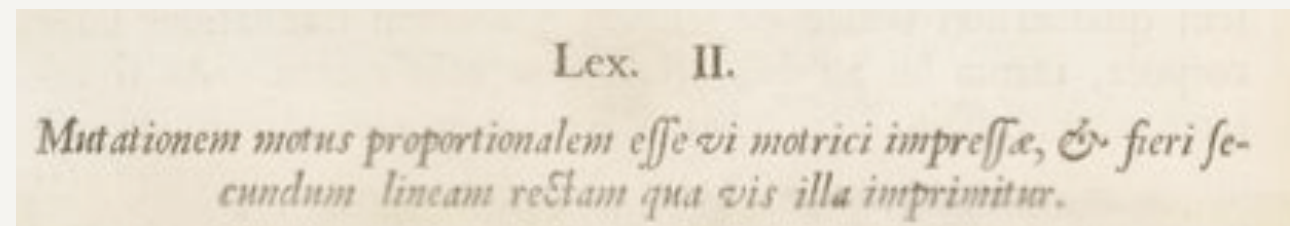


# Die Newton'schen Gesetze

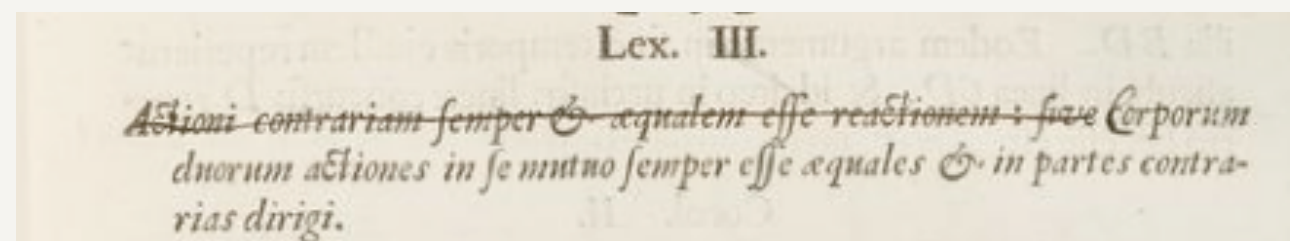
Ein Körper verharrt im Zustand der Ruhe oder der gleichförmigen Translation, sofern er nicht durch einwirkende Kräfte zur Änderung seines Zustands gezwungen wird.



Die Änderung der Bewegung ist der Einwirkung der bewegenden Kraft proportional und geschieht nach der Richtung derjenigen geraden Linie, nach welcher jene Kraft wirkt.



Kräfte treten immer paarweise auf. Übt ein Körper A auf einen anderen Körper B eine Kraft aus (actio), so wirkt eine gleich große, aber entgegen gerichtete Kraft von Körper B auf Körper A (reactio).“



# 3. Newton'sches Gesetz

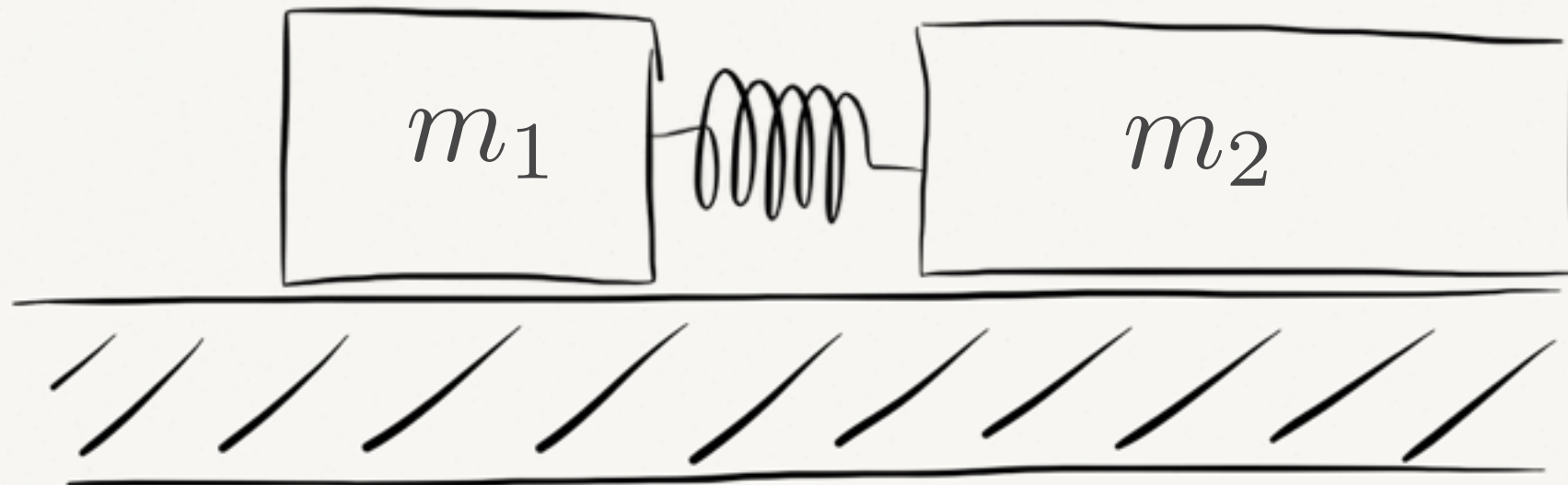
## Actio = Reactio

*Kräfte treten immer paarweise auf. Übt ein Körper A auf einen anderen Körper B eine Kraft aus (actio), so wirkt eine gleich große, aber entgegen gerichtete Kraft von Körper B auf Körper A (reactio).“*

$$\vec{F}_{\text{actio}} = -\vec{F}_{\text{reactio}}$$

# „Kräfte treten immer paarweise auf“

$$\vec{F}_{\text{actio}} = m_1 \cdot \vec{a}_1 \quad \vec{F}_{\text{reactio}} = -m_2 \cdot \vec{a}_2$$

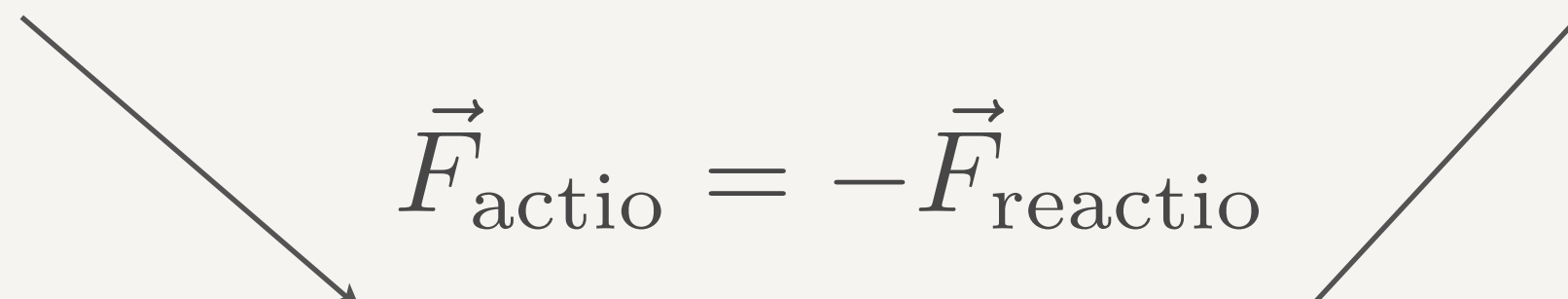




# Luftkissenbahn

$$\vec{F}_{\text{actio}} = m_1 \cdot \vec{a}_1$$

$$\vec{F}_{\text{reactio}} = -m_2 \cdot \vec{a}_2$$


$$\vec{F}_{\text{actio}} = -\vec{F}_{\text{reactio}}$$

$$\Rightarrow m_1 \cdot \vec{a}_1 = -m_2 \cdot \vec{a}_2$$

$$\Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = -\frac{|\vec{a}_2|}{|\vec{a}_1|}$$

Die Beschleunigung sind im Verhältnis der Massen unterschiedlich im Betrag.

# Raketenantrieb

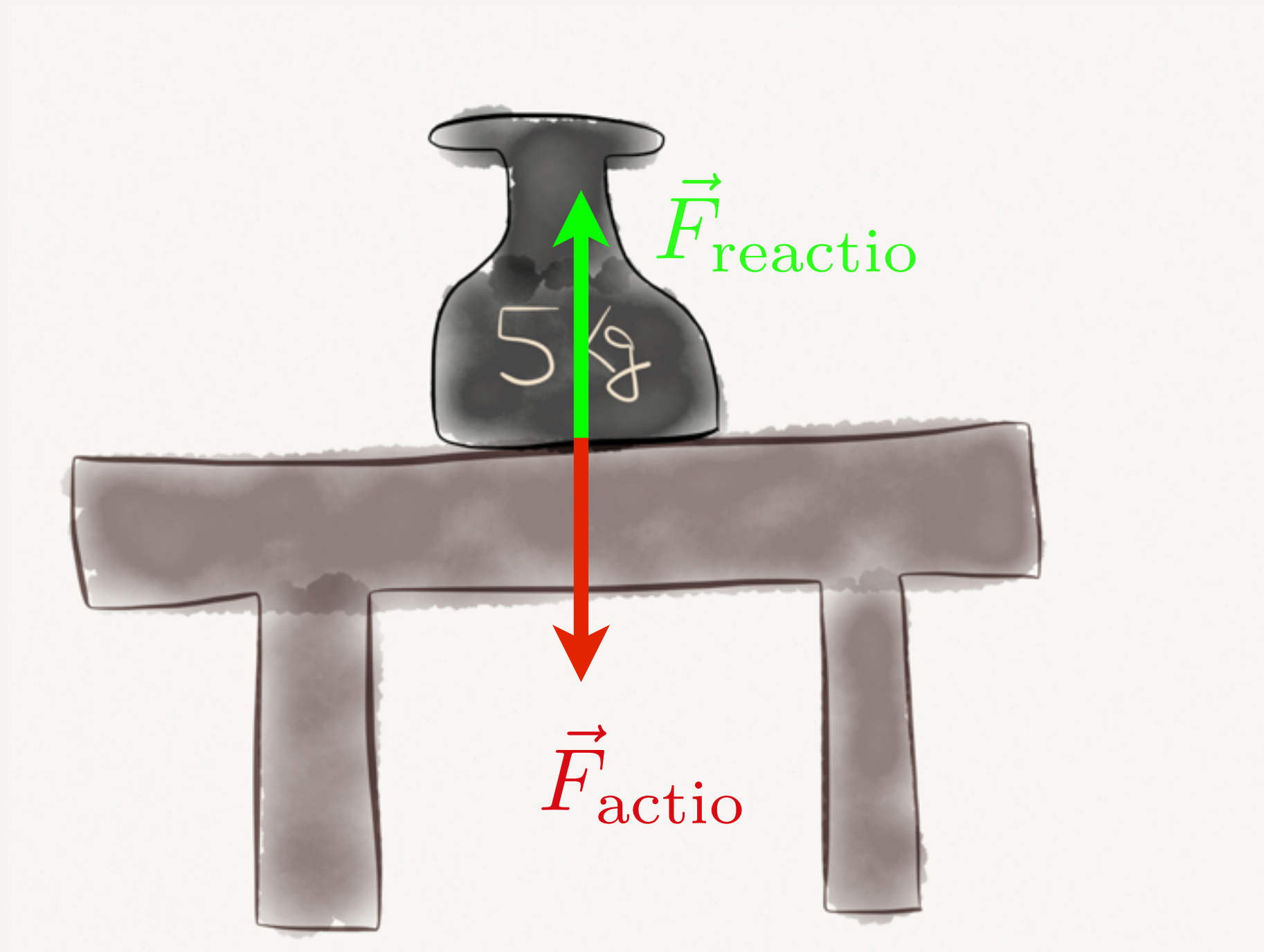
- Der Raketenantrieb ist die direkte Umsetzung des 3. Newton'sches Gesetzes.
- Im Vakuum kann man sich gegen nichts abstoßen.
- Es wird Materie innerhalb der Rakete beschleunigt und mit hoher Geschwindigkeit ausgestoßen.

$\vec{F}_{\text{reactio}}$

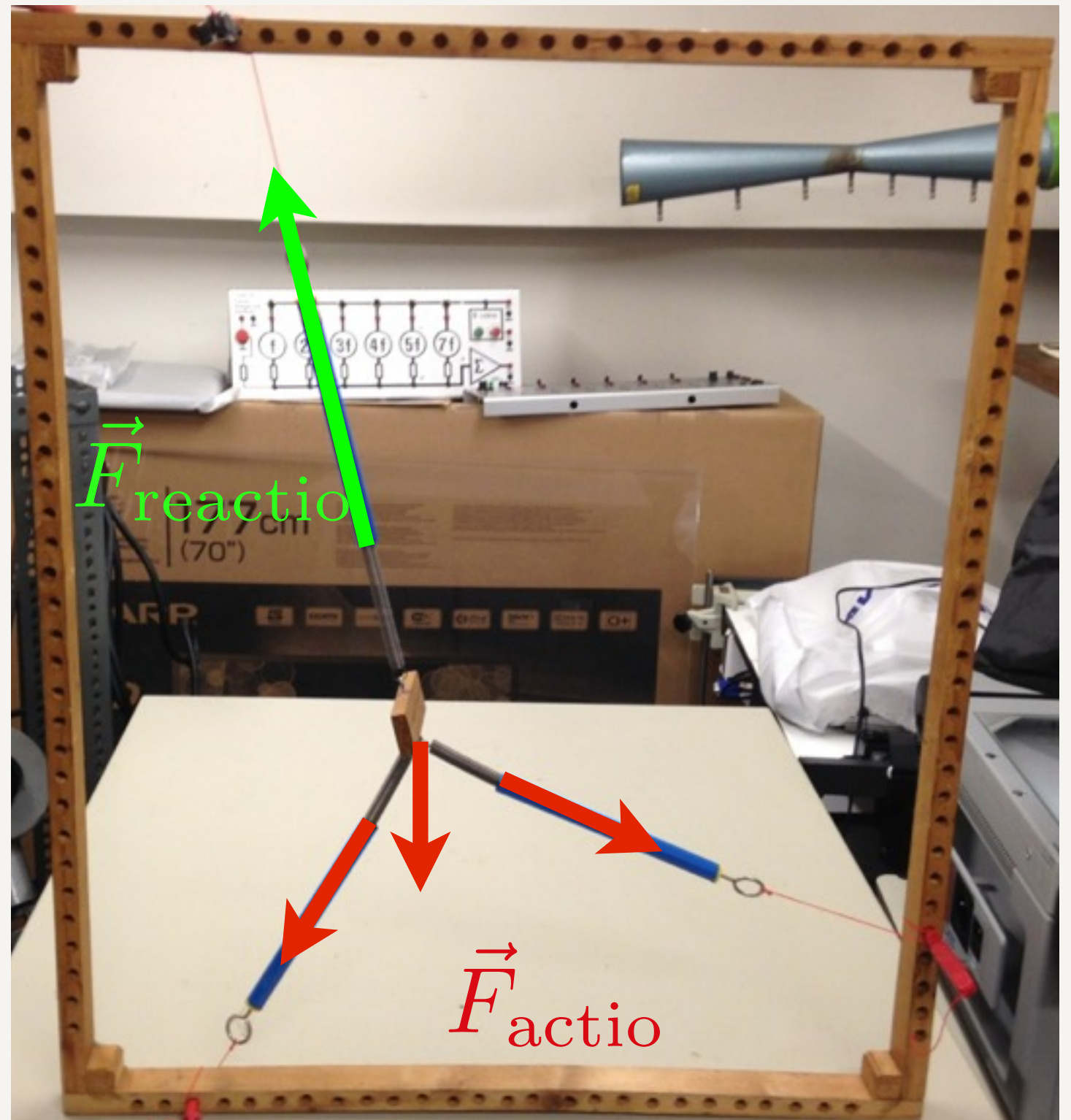
$\vec{F}_{\text{actio}}$



# Gewichtskraft



# Gewichtskraft

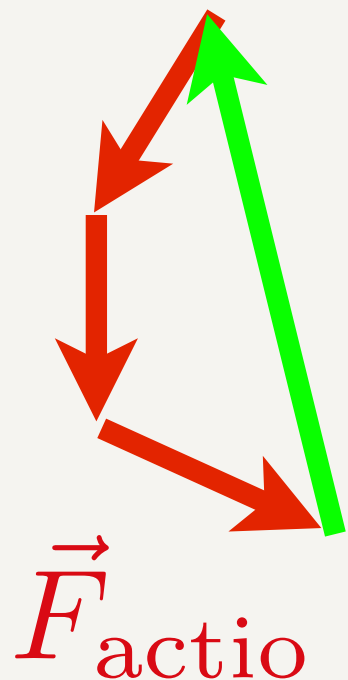




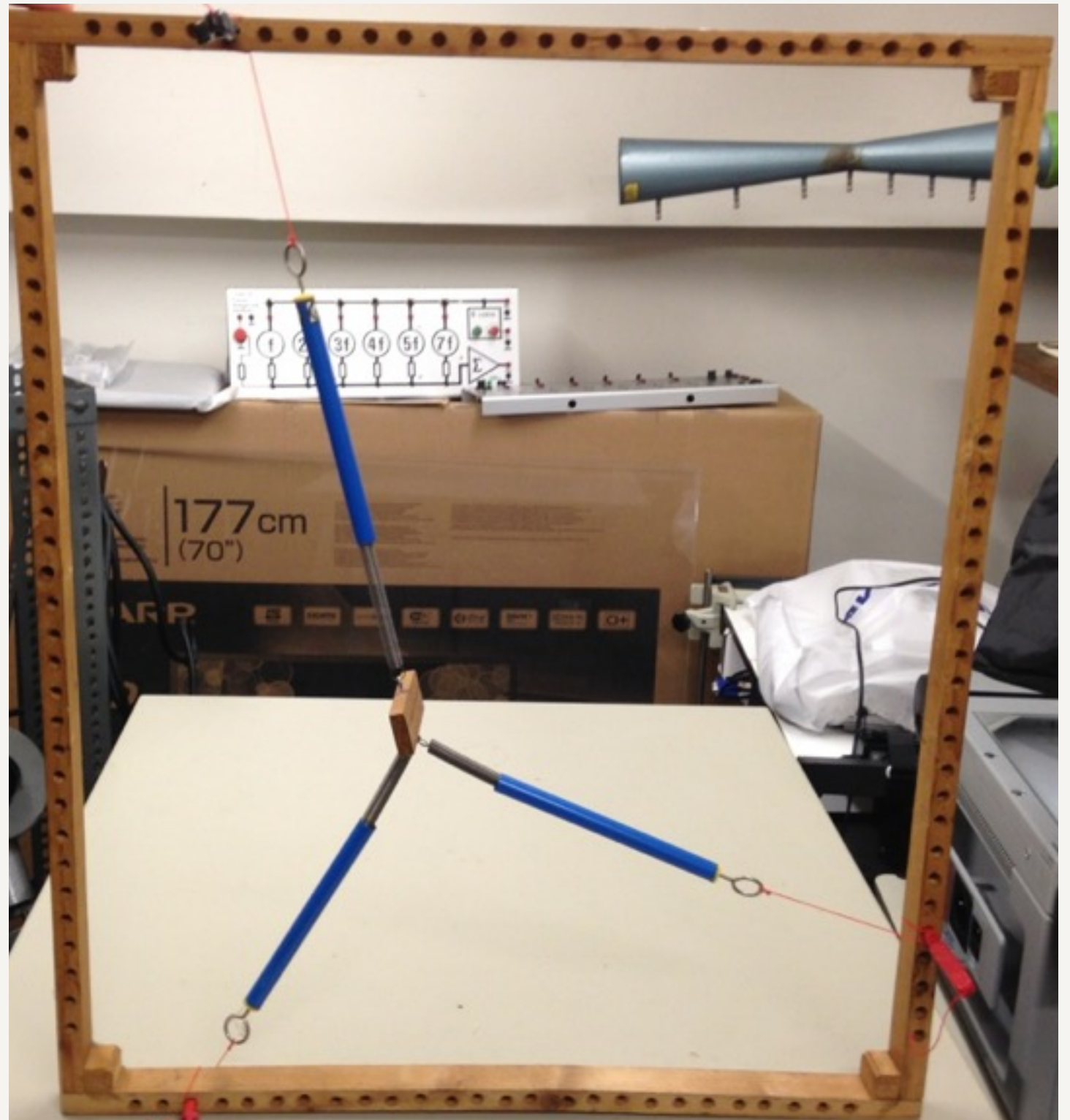
# Gewichtskraft

Hooke'sches Gesetz

$$F = -k \cdot x$$



$\vec{F}_{\text{reactio}}$



# Zusammenfassung aller drei Gesetze

Lex. I.

*Corpus omne perseverare in statu suo quiescendi vel movendi uniformiter in directum, nisi quatenus a viribus impressis cogitur statum illum mutare.*

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \sum_{i=1}^3 \vec{F}_i = 0$$

Lex. II.

*Mutationem motus proportionalem esse vi motrici impressæ, & fieri secundum lineam rectam qua vis illa imprimitur.*

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

Lex. III.

*Actiōi contrariam semper & æqualem esse reactionem: sive Corporum duorum actiones in se mutuo semper esse æquales & in partes contrarias dirigi.*

$$\vec{F}_{\text{actio}} = -\vec{F}_{\text{reactio}}$$



# Schiefe Ebene



# Schiefe Ebene

