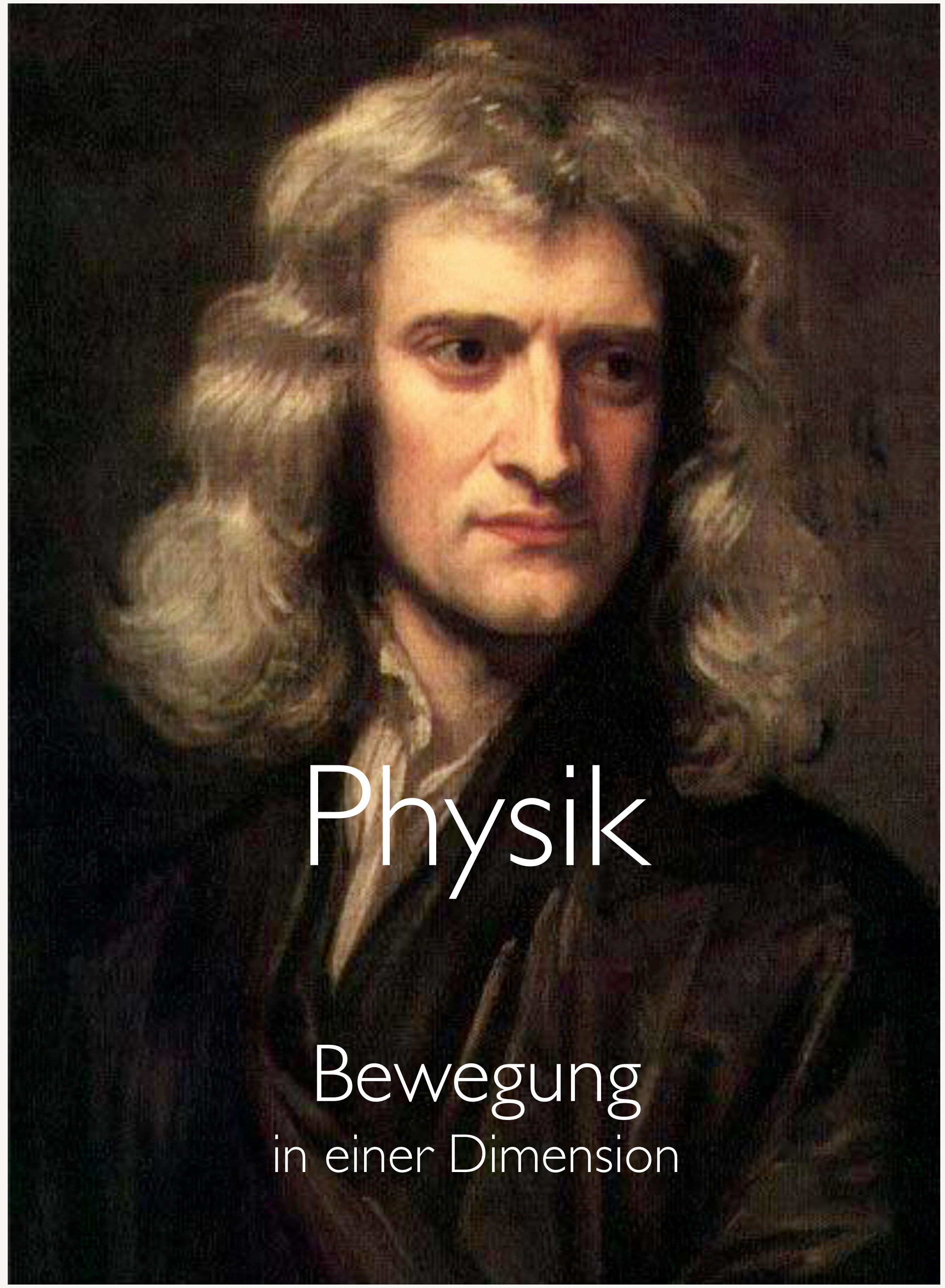
Hochschule Düsseldorf
University of Applied Sciences

22. Oktober 2015



Überblick für heute

2. Semester Mathe wird das richtig gemacht!

- Differenzieren (Ableitung)
- Integration

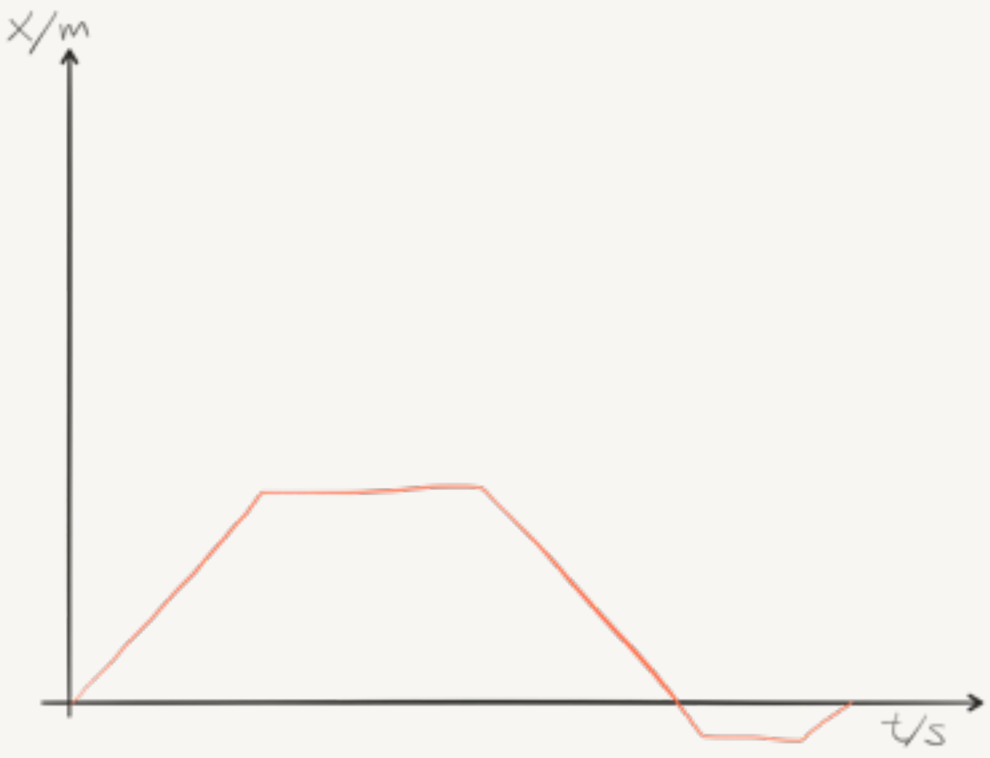
- Strecke
- Geschwindigkeit
- Beschleunigung

- Integrieren und differenzieren ist vom Konzept nicht schwierig.
- Schwierig ist die Bilder im Kopf mit der Mathe zu verbinden und die Rechenregeln zu begreifen.

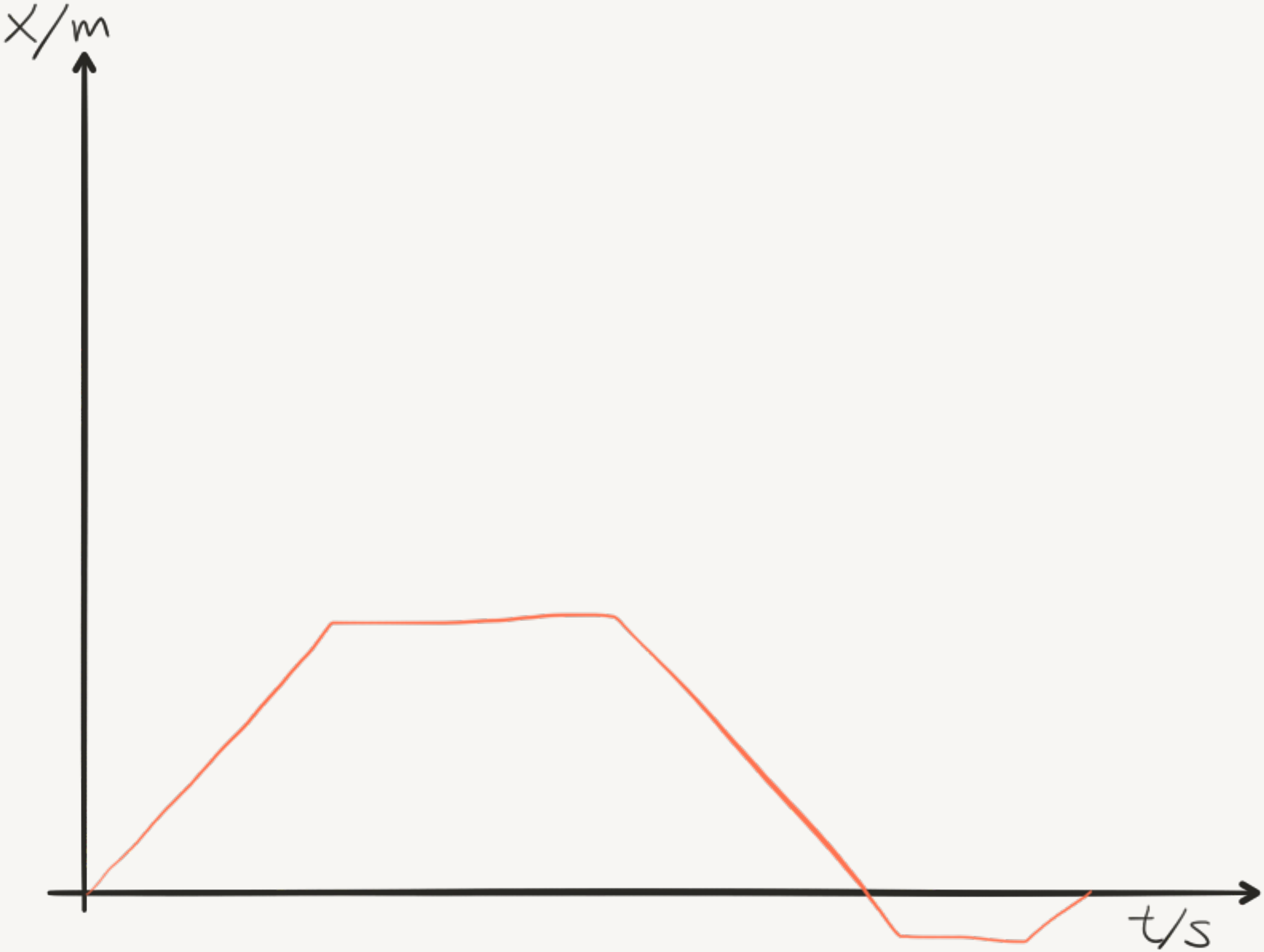
Graphen

Was bedeutet ein Graph?

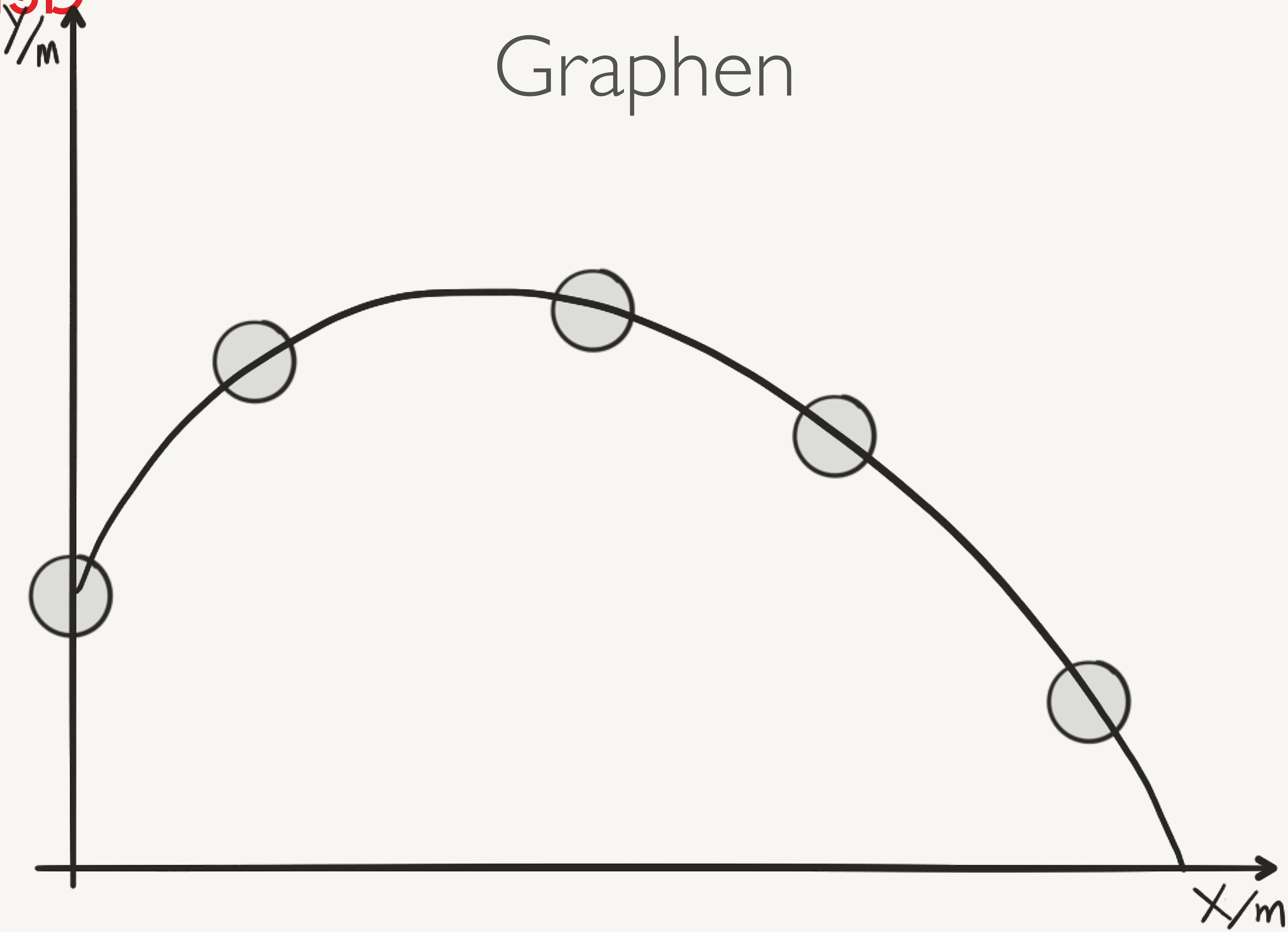
- Ein Graph zeigt in einem Bild den Zusammenhang zwischen zwei physikalischen Größen.
- Das können **Messdaten** sein.
- Oder ein Graph visualisiert ein mathematisches **Modell**.



Graphen



Graphen



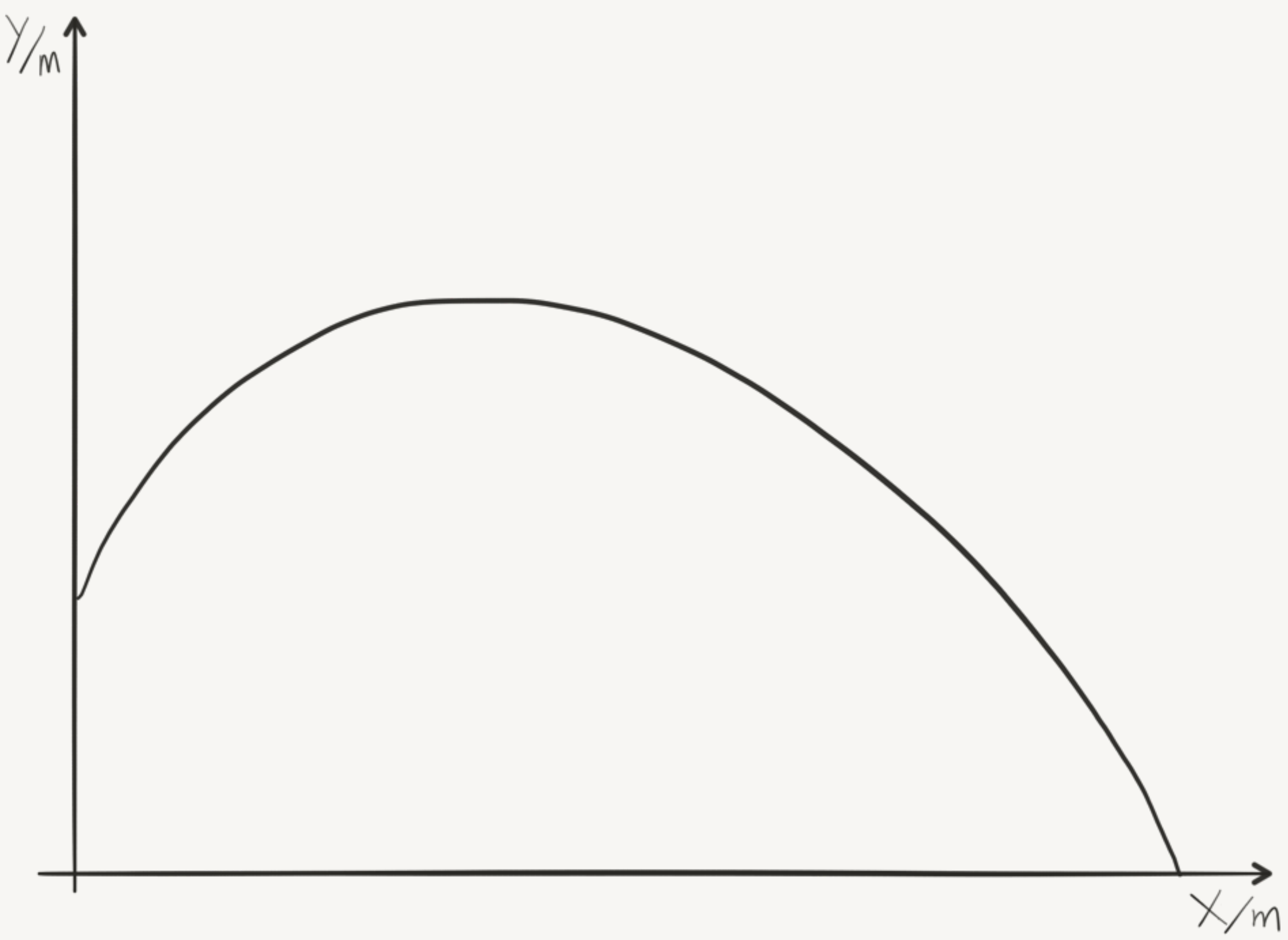
Differenzieren

Ableitung

Differenzieren

Ableitung

- Konzept: wie stark ändert sich etwas?
- Wie stark hat sich mein Ort pro Zeit geändert?
- Wie stark hat sich meine Position im Raum verändert?



Differenzieren

Ableitung

- „Strich" als Ableitung werden wir selten gebrauchen.
- Meist haben wir zeitliche Ableitungen, bei denen ein Punkt über die Variable gesetzt wird.
- Das ist typisch für Physik, und wird stellenweise in Mathe oder GET anders dargestellt.

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} f(x) = f'(x)$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} x(t) = \dot{x}(t)$$

Differenzieren

Ableitung

- Wir benötigen Ableitungsregeln für Polynome und einzelne Sonderfunktionen:
  - Euler-Funktion e
  - Logarithmus $\ln$
  - Sinus und Kosinus

Ableitung

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}x^n = n \cdot x^{n-1}$$

Kettenregel

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}g(f(x)) = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}f(x) \cdot \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}f}g(f)$$

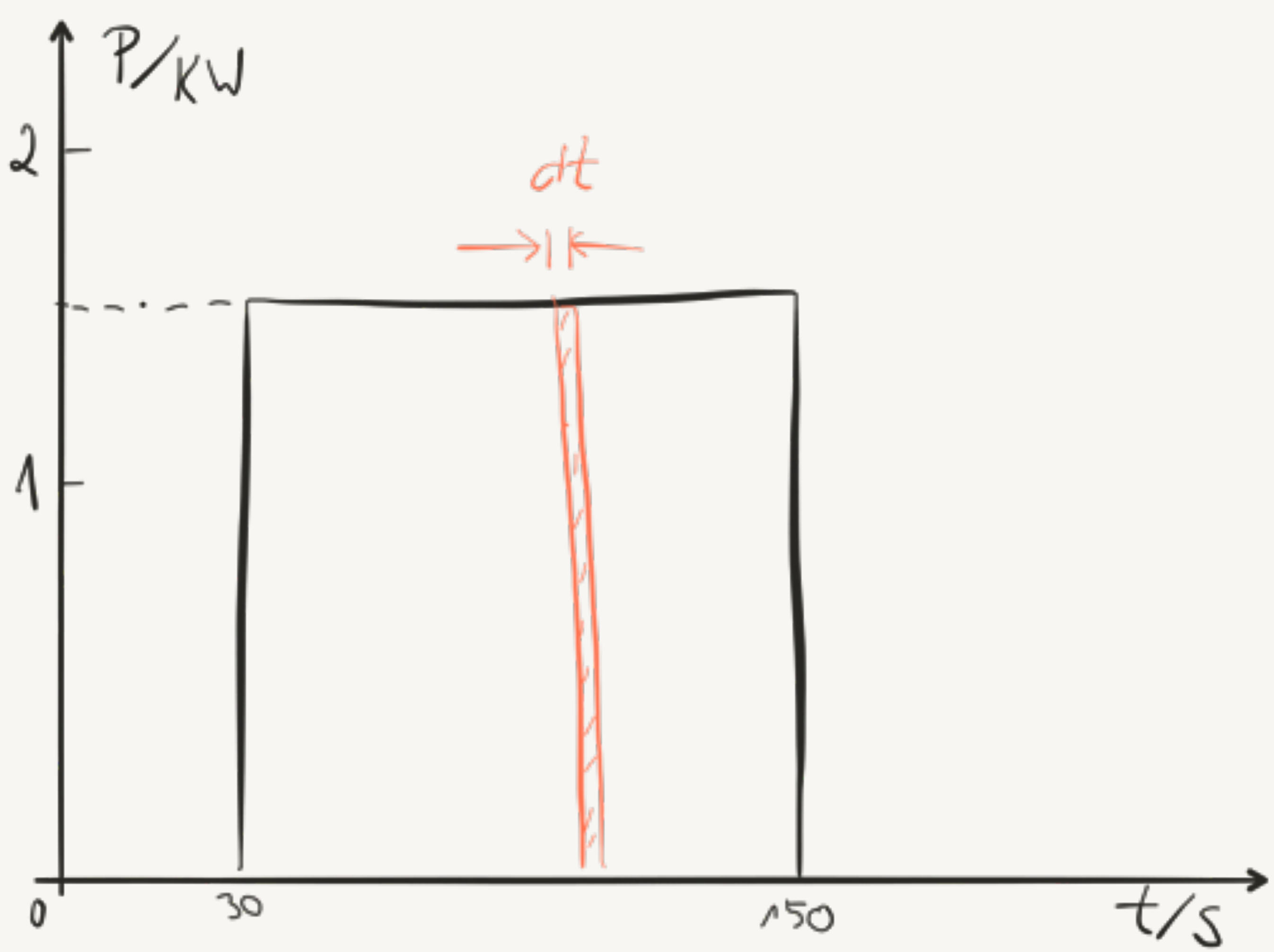
„innere" Ableitung

„äußere" Ableitung

Integration

Integrieren

- Frage: wie groß ist die Fläche unter einer gegebenen Kurve?
- Idee: Ich zerlege eine Fläche in viele kleine Teile und addiere alle Teile zusammen.
- Bedeutung: schauen Sie sich die Einheiten an!



Integrieren

- In dieser Vorlesung werden nur einfache Polynome integriert.
- Bessere Methoden für viele andere Integrale lernen Sie in Mathe.

$$f(x) = x^n \Rightarrow F(x) = \frac{1}{n+1}x^{n+1} + c$$

Funktion Stammfunktion

Strecke
Geschwindigkeit
Beschleunigung

Strecke, Geschwindigkeit und Beschleunigung

- Ein Auto fährt eine Strecke von 50km. Hierfür braucht es 1 Stunde. Das sind 50km/h.
- An der Ampel in der Stadt beschleunigt das Auto von 0km/h auf 50km/h in 10s. Das sind 50km/h/10s.

$$v = \Delta s / \Delta t = 50\,\mathrm{km/h}$$
$$= 13.9\,\mathrm{m/s}$$

$$a = \Delta v / \Delta t = 50\,\mathrm{km/h/10s}$$
$$= 1.39\,\mathrm{m/s^2}$$

BR 05 002
Dampflok fährt 200 km/h

- Dampflok Baureihe 05
- Seriennummer 002
- Fährt am 11. Mai 1936 Weltrekordgeschwindigkeit
- 5km in < 90s = 200,4 km/h
- 558m in 10s = 200,9 km/h

http://www.youtube.com/watch?v=GLEnIJmI_0Q

http://de.wikipedia.org/wiki/DR-Baureihe_05

http://www.germansteam.co.uk/FastestLoco/fastestloco.html

Δx und dx

- dx ist eine mathematische Größe, ein **Differential.**
- Ein Differential ist ‚unendlich schmal'.
- Die Bedeutung von ‚unendlich schmal' wird in der Infinitesimalrechnung erläutert.
- Δx ist eine ‚echte' Differenz.

$$\mathrm{d}x = \lim_{\Delta \to 0} \Delta x$$

Beschleunigung und Geschwindigkeit
Wann wird welche Formel angewandt?

- Im Allgemeinen sind immer die Ableitungen und Integrale die richtigen Formeln.
- Wir werden zwei Spezialfälle behandelt:
  - Konstante Geschwindigkeit
  - Kontante Beschleunigung
- Hier vereinfacht sich die Formel.

Strecke, Geschwindigkeit und Beschleunigung

- Wir werden nur mit konstanten Beschleunigungen arbeiten.
- Daher müssen Sie sich nur eine einzige Formel merken.
- Diese erhalten Sie durch zweimalige Integration der Beschleunigungsgleichung.
- Hierbei dürfen die Integrationskonstanten nicht vergessen werden!

$$a(t) = \text{const} = a_0 .$$

$$\begin{aligned} v(t) &= \int a(t) \mathrm{d}t \\ &= \int a_0 \mathrm{d}t \\ &= a_0 t + v_0 \end{aligned}$$

$$x(t) = \frac{1}{2} a_0 t^2 + v_0 t + x_0$$

Konstante Geschwindigkeit

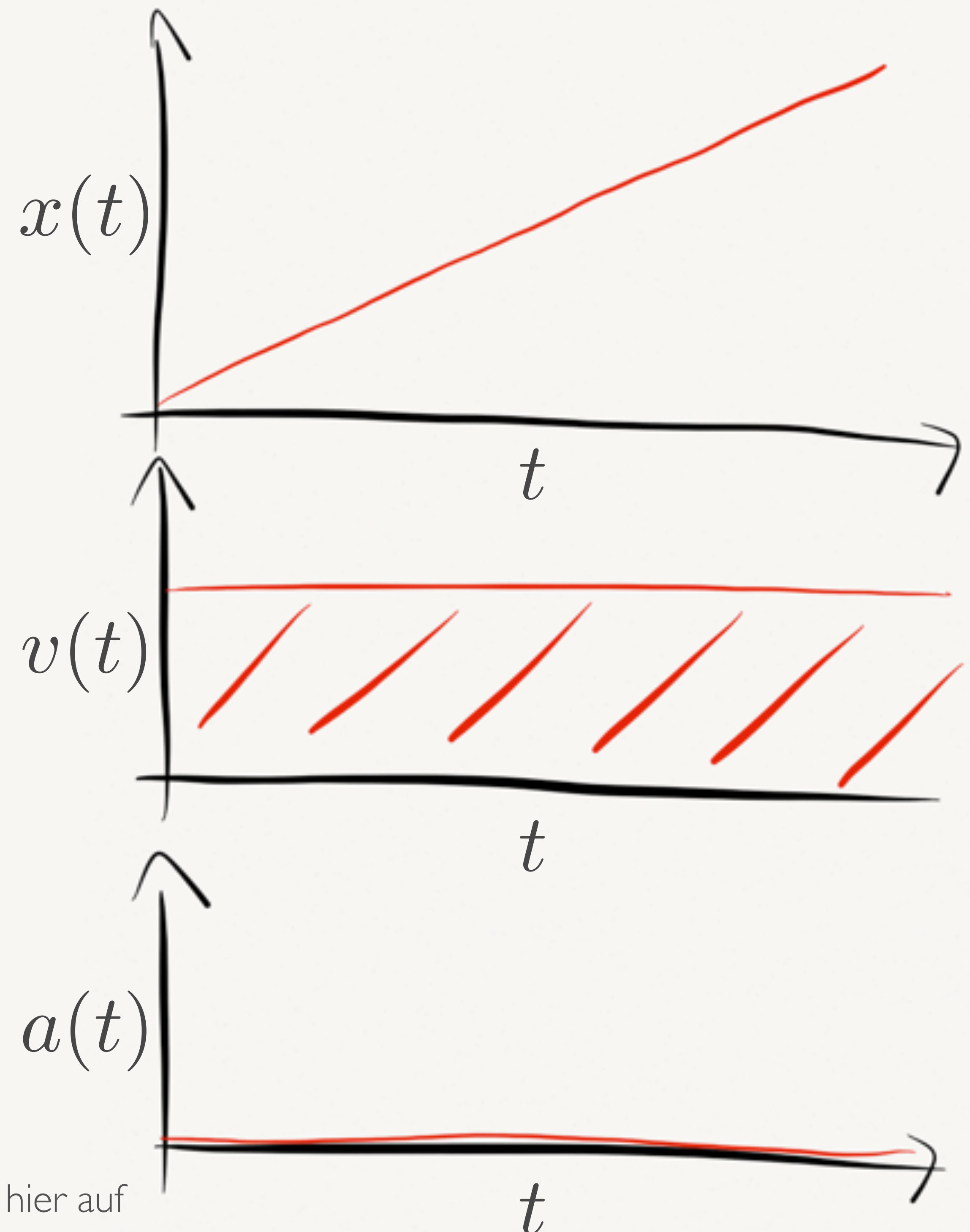
$$\frac{dx}{dt} = v(t) = \text{const.} = v_0$$

$$\frac{dv}{dt} = a(t) = 0 \Rightarrow v(t) = \text{const.}$$

Geschwindigkeit konstant

$$\boxed{x(t) = \cancel{\frac{1}{2}a_0t^2} + v_0t + \cancel{x_0}}$$

Nur hier auf
Null gesetzt



Konstante Beschleunigung

Geschwindigkeit

Integral

$$v(t) = \int a(t)dt$$

$$= a_0 \int dt$$

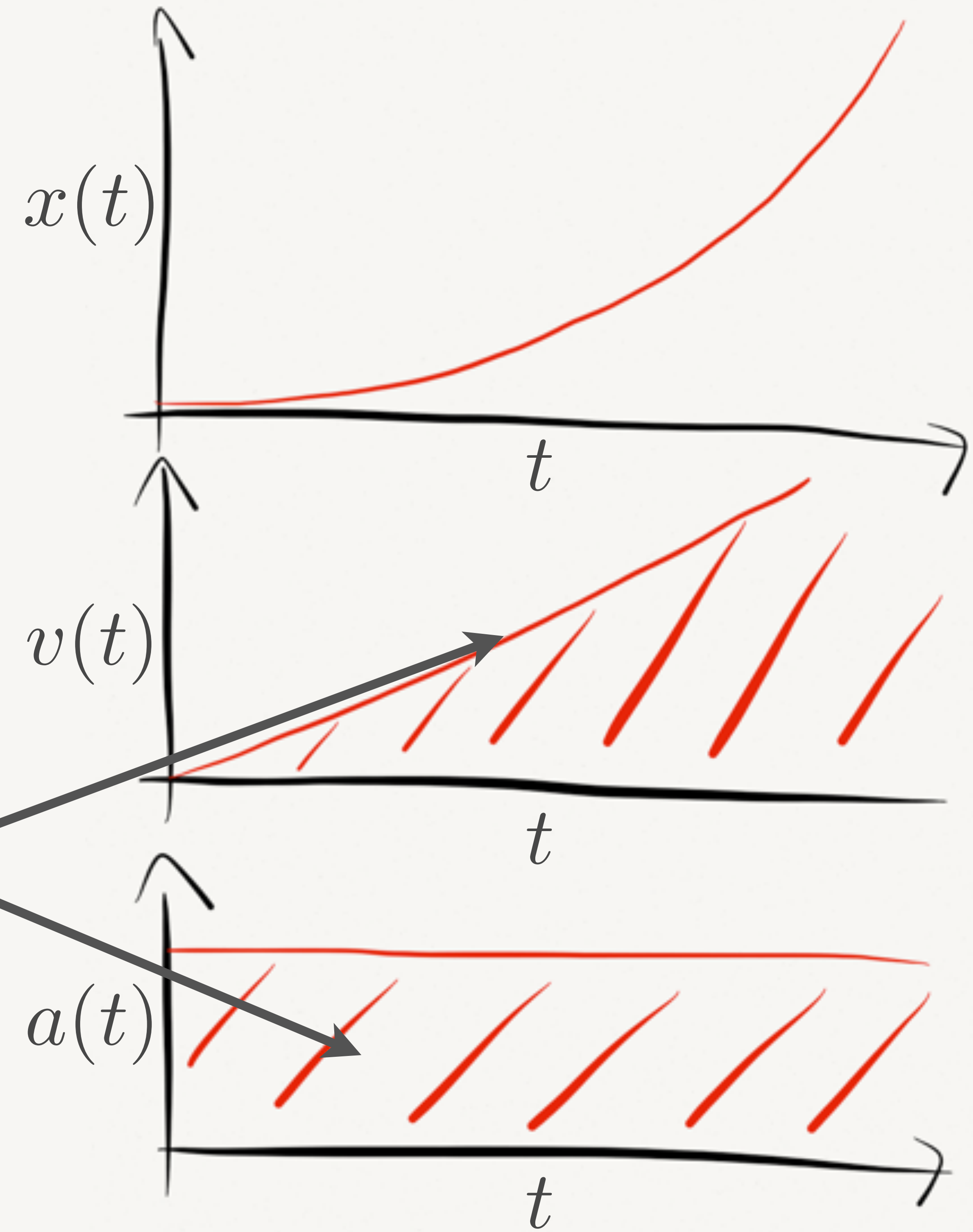
$$= a_0 \cdot t$$

Ableitung

$$\frac{dv}{dt} = a(t)$$

$$= \text{const.}$$

$$= a_0$$



Konstante Beschleunigung

Strecke

Integral

$$x(t) = \int v(t)dt$$

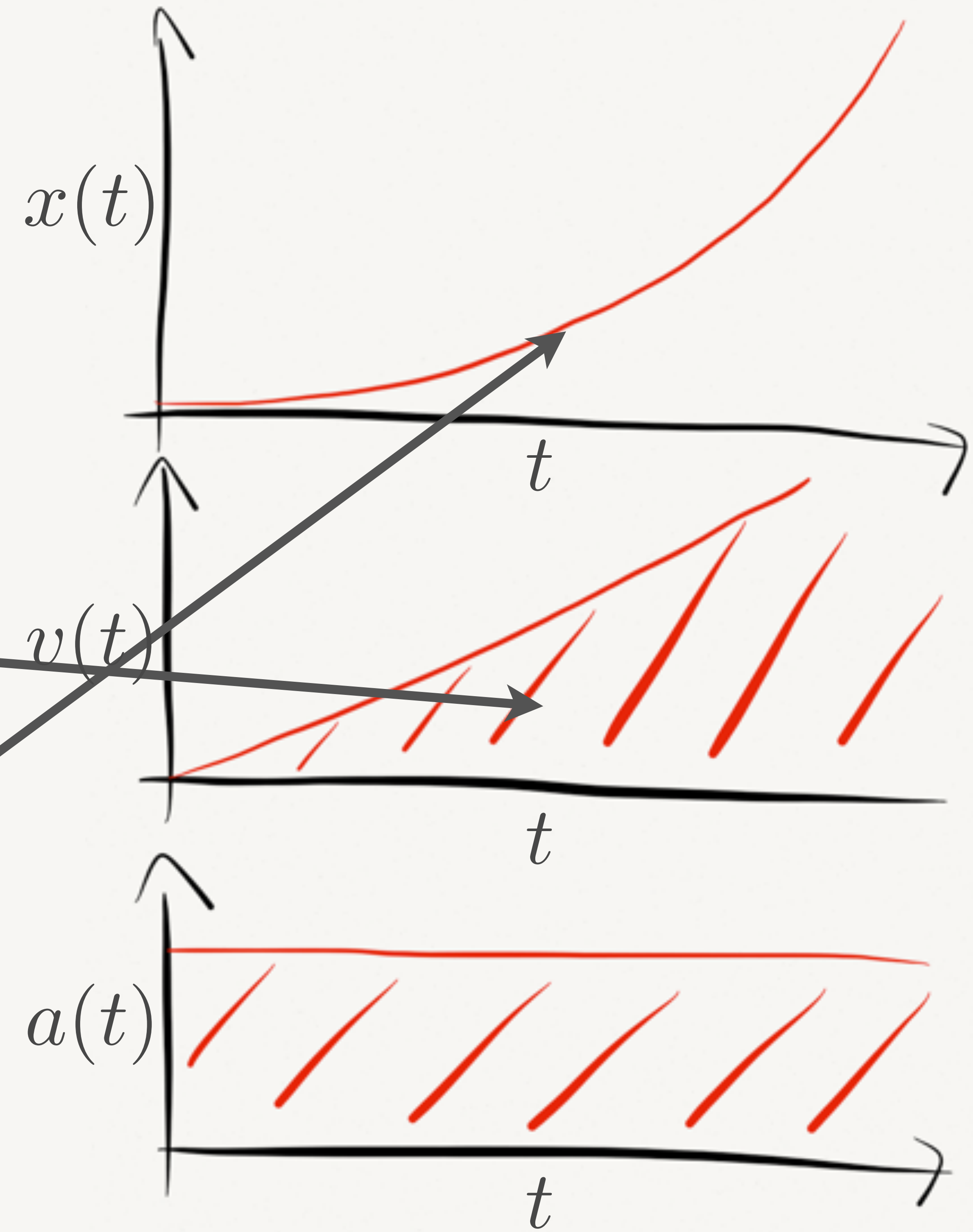
$$= \int a_0 t\, dt$$

$$= \frac{1}{2} a_0 \cdot t^2$$

Ableitung

$$\frac{dx}{dt} = v(t)$$

$$= a_0 \cdot t$$

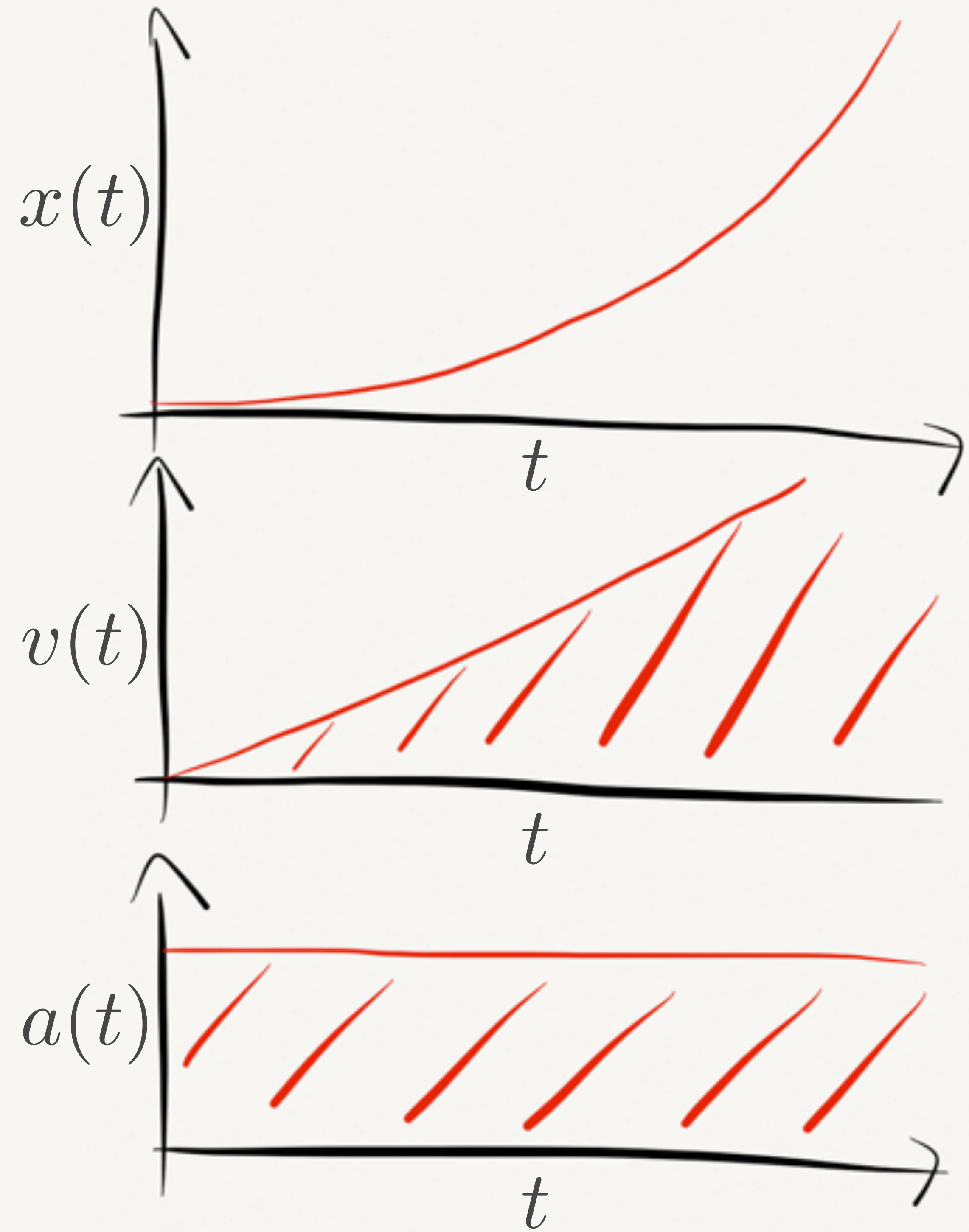


Konstante Beschleunigung

Beschleunigung konstant

$$x(t) = \frac{1}{2}a_0 t^2 + v_0 t + \cancel{x_0}$$

Nur hier auf
Null gesetzt



Integrationskonstanten

- Bei den bisherigen Rechnungen wurden die Integrationskonstanten alle gleich Null gesetzt.
- Im Allgemeinen ist das nicht richtig.

$$v(t) = \int a(t)\mathrm{d}t$$
$$= a_0 \cdot t + v_0$$

Integrationskonstante

$$a(t) = \text{const.}$$
$$= a_0$$

Zusammenfassung

	Geschwindigkeit konstant	Beschleunigung konstant
Strecke	$x(t) = v_0 t + x_0$	$x(t) = \frac{1}{2} a_0 t^2 + v_0 t + x_0$
Geschwindigkeit	$v = \text{const.}$ $= v_0$	$v = a_0 \cdot t + v_0$
Beschleunigung	$a = 0$	$a = \text{const.}$ $= a_0$