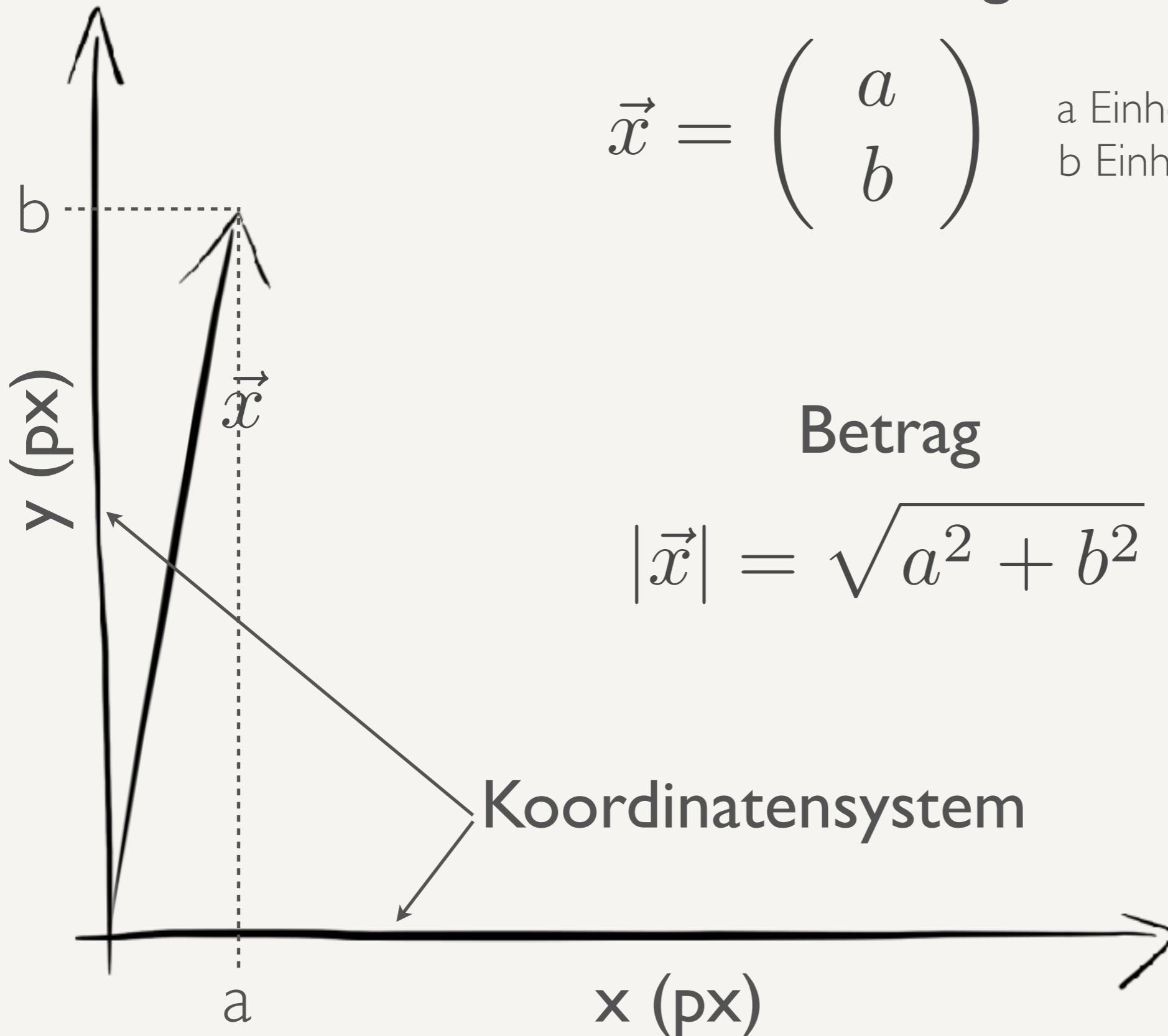


Spiele-Copyright: <http://www.andreasilliger.com/index.php>



Richtung

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$

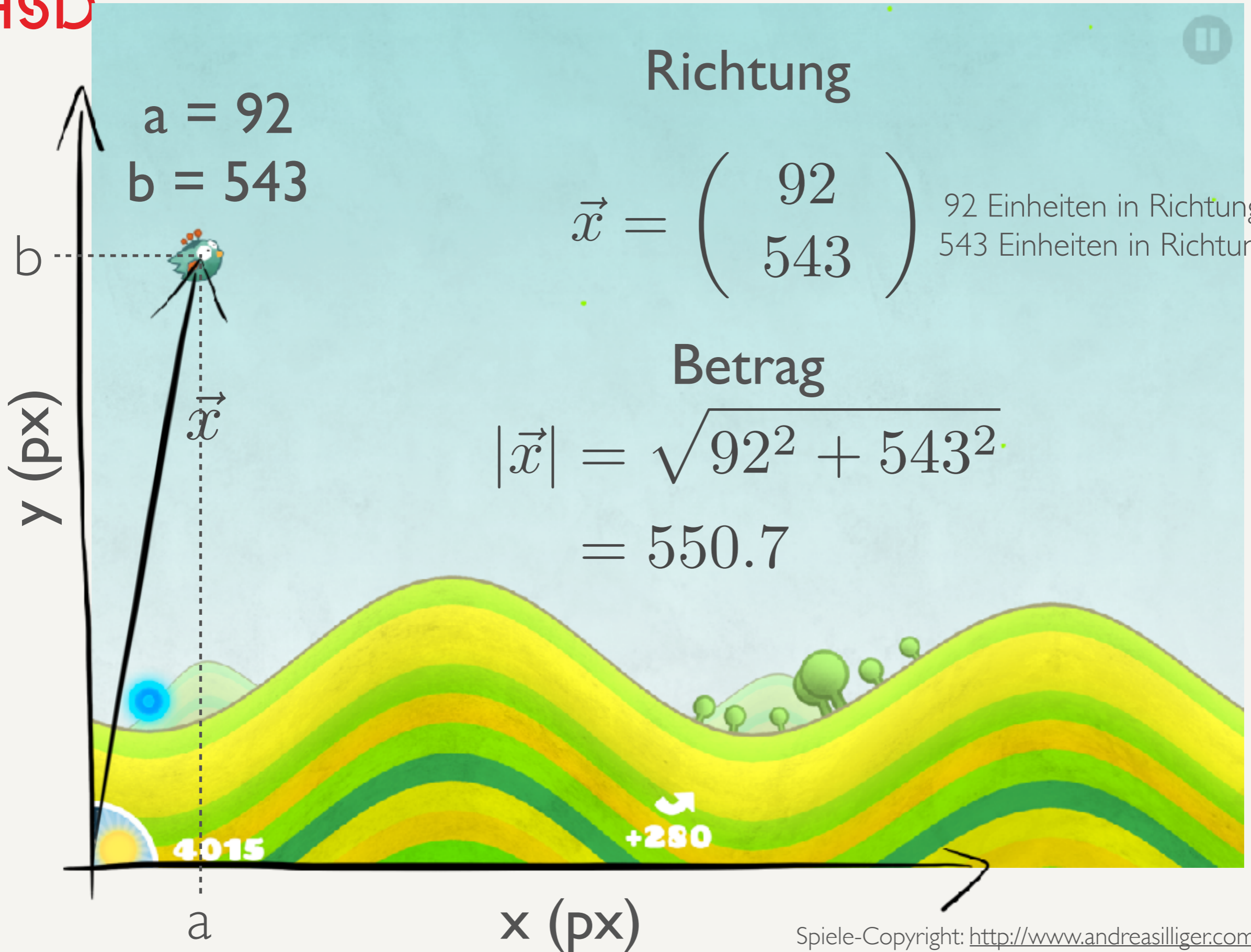
a Einheiten in Richtung x,
b Einheiten in Richtung y

Betrag

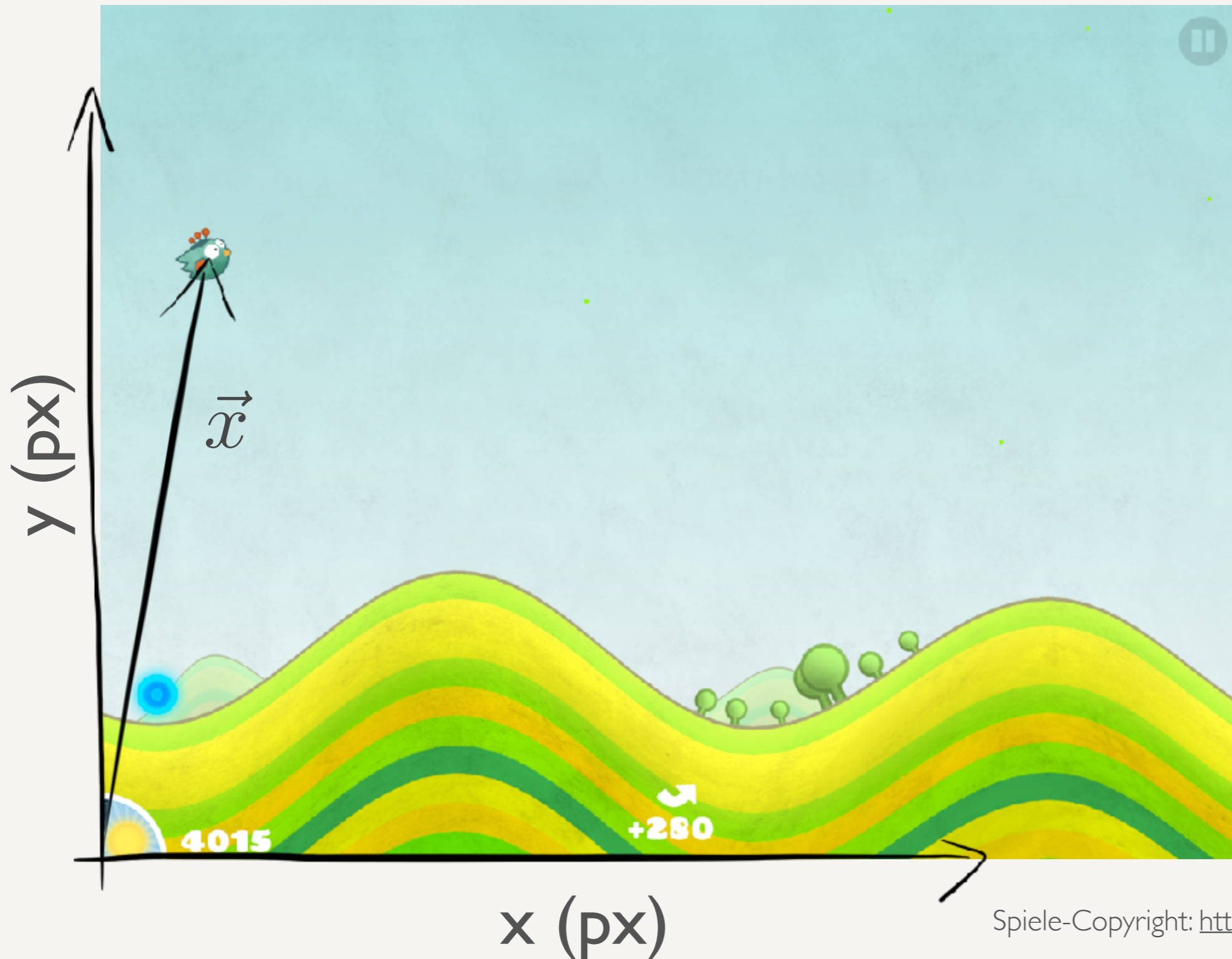
$$|\vec{x}| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

Pythagoras

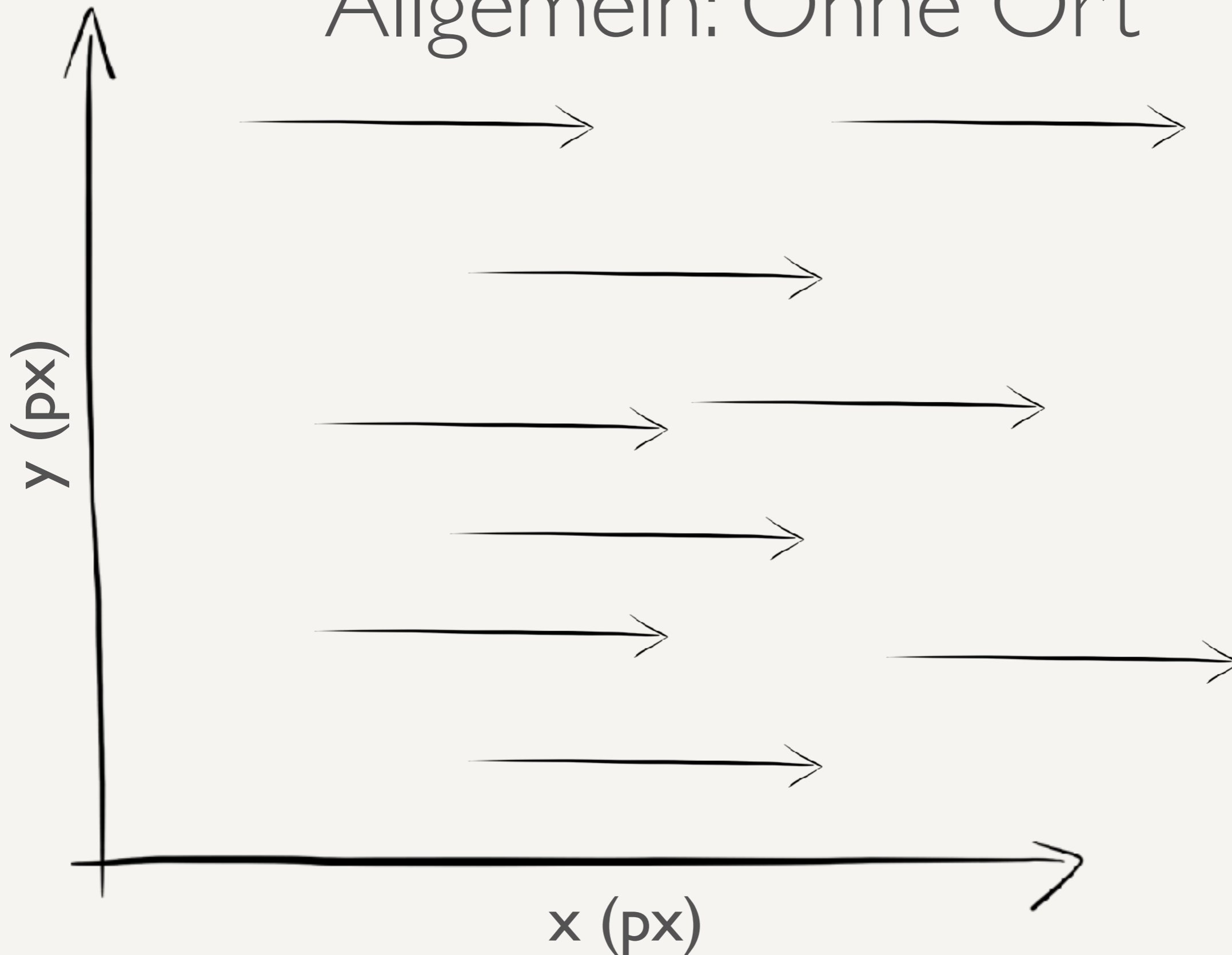
Koordinatensystem



Spezialfall Ortsvektor



Allgemein: Ohne Ort

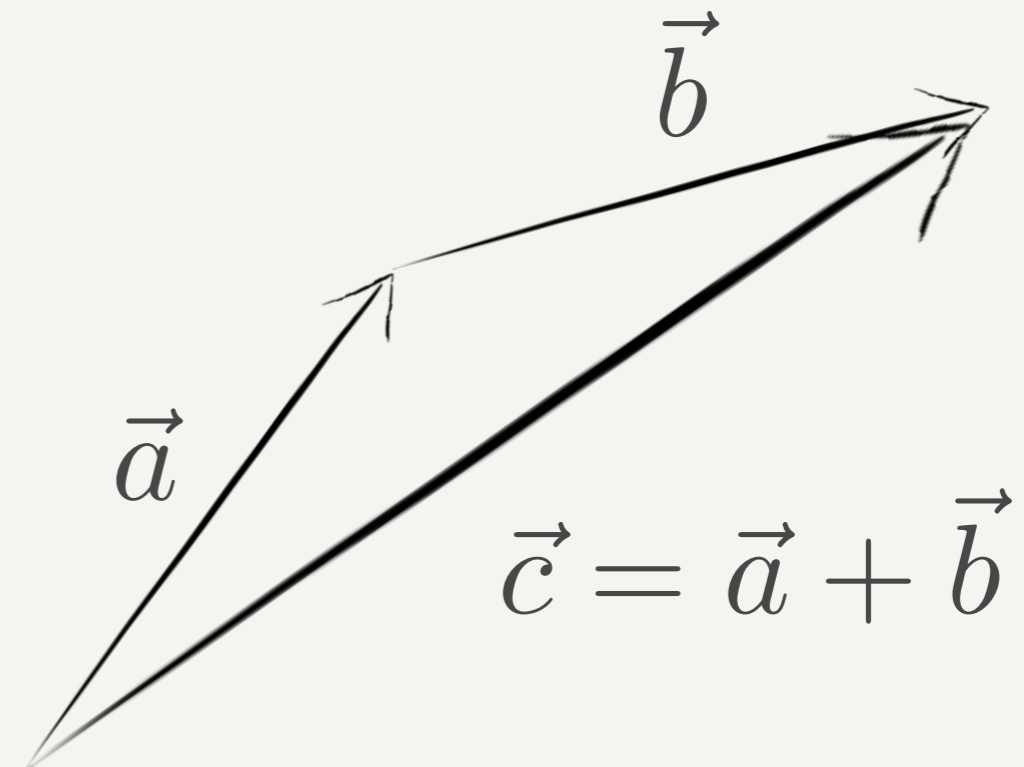


Rechenregeln

- Addition
- Subtraktion
- Multiplikation mit Skalar

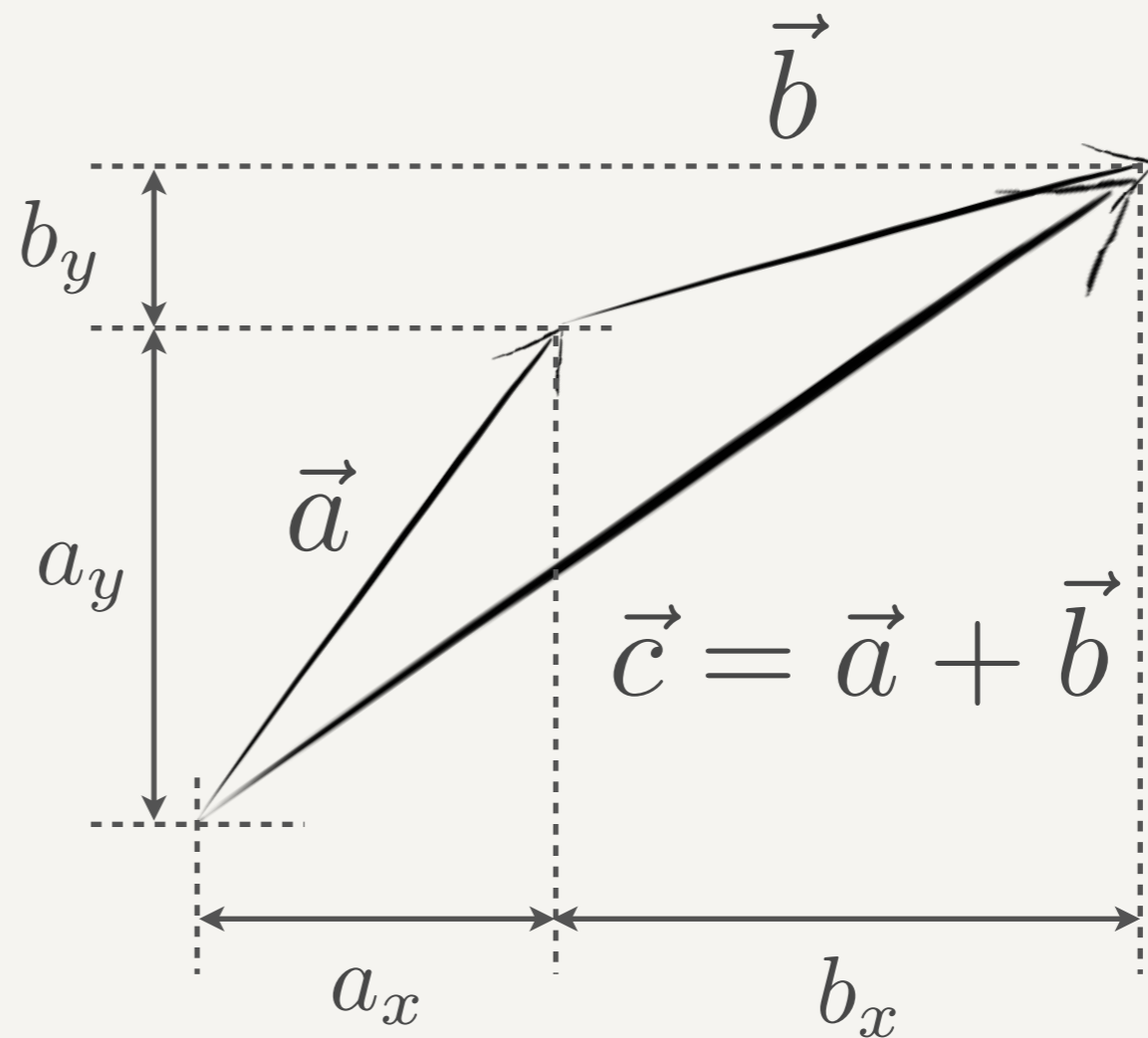
Addition

- Addition zweier Vektoren gibt wieder einen Vektor.
- **Anschaulich:** Die beiden Vektoren werden aneinander ‚gehängt‘.
- Der Summenvektor \vec{c} zeigt von der Basis von \vec{a} zur Spitze von \vec{b} .

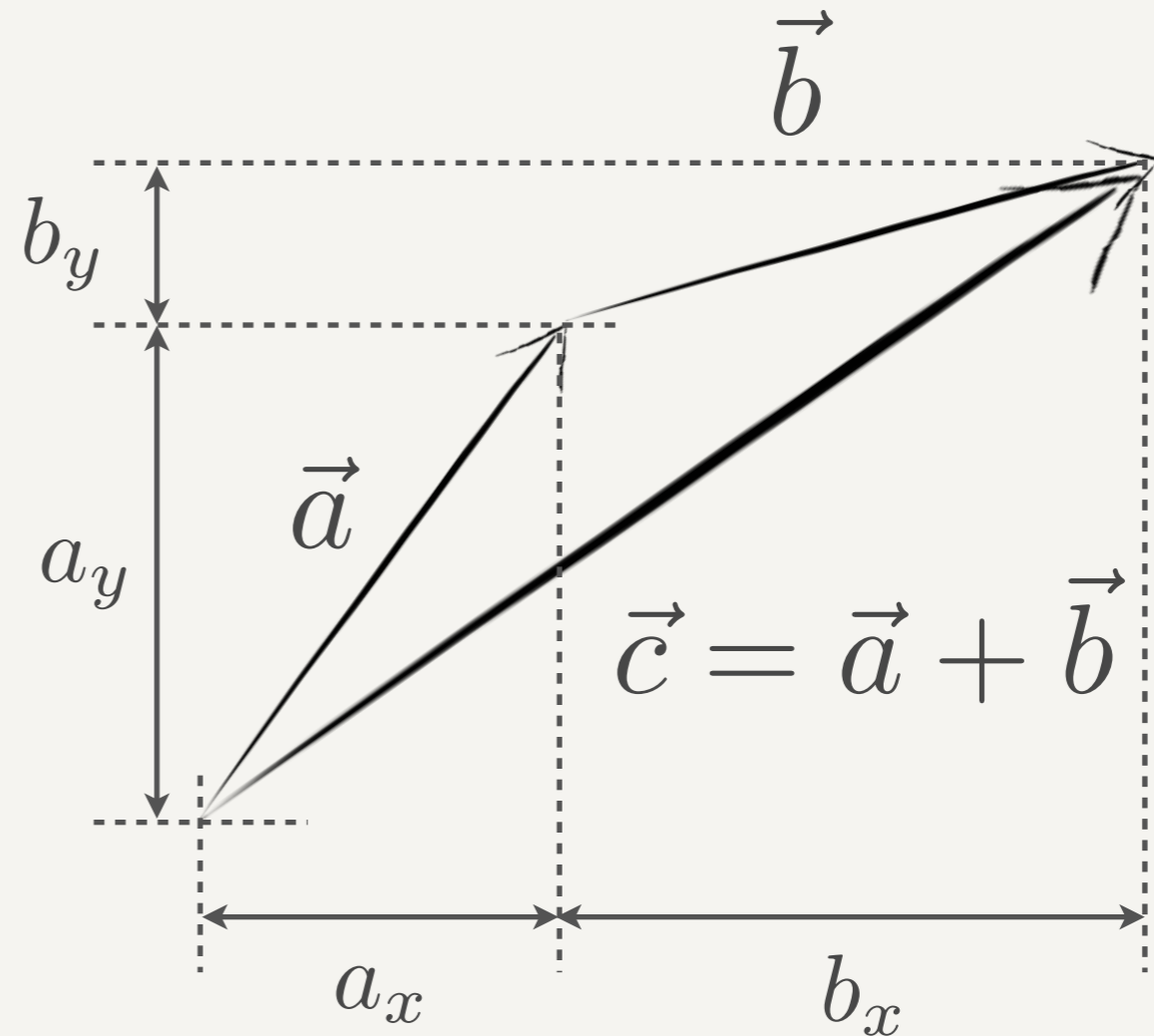


Addition

- Addition zweier Vektoren gibt wieder einen Vektor.
- **Formal:** die Komponenten der Vektoren werden addiert.



Addition



- Addition zweier Vektoren gibt wieder einen Vektor.
- **Formal:** die Komponenten der Vektoren werden addiert.

$$c_x = a_x + b_x$$

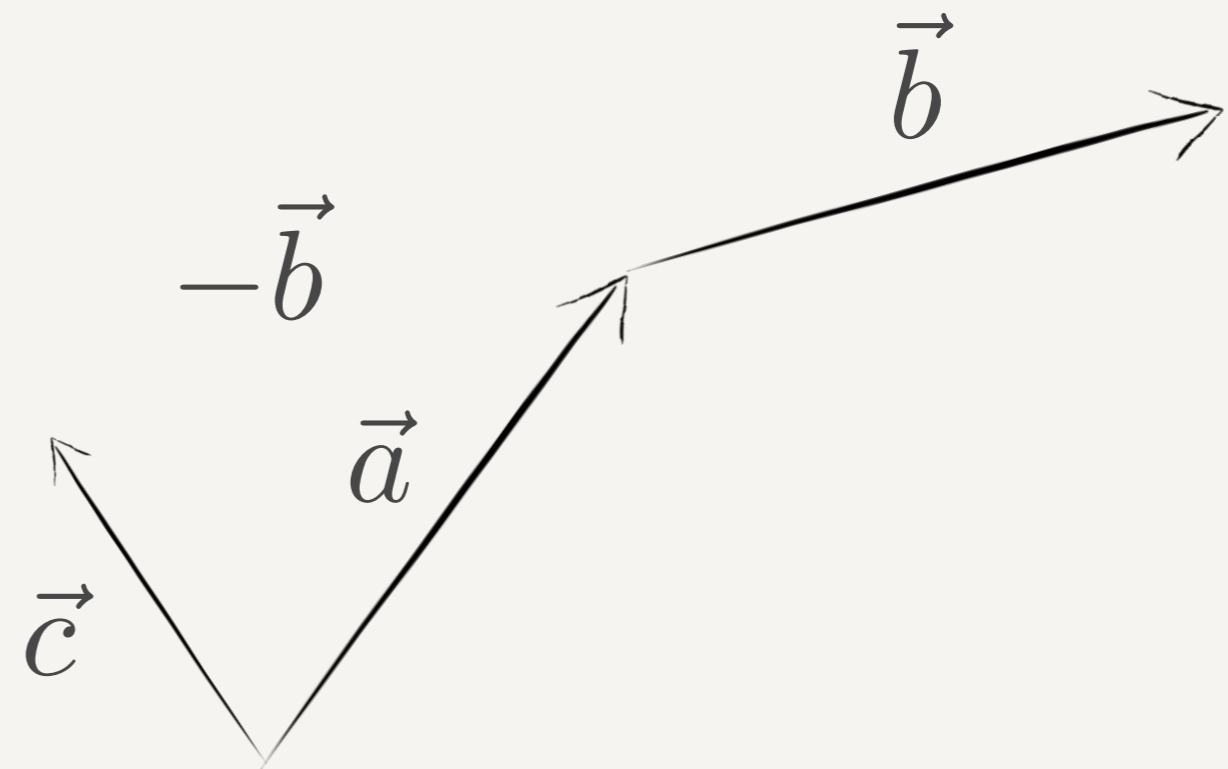
$$c_y = a_y + b_y$$

Subtraktion

- **Anschaulich:** b wird umgedreht, dann werden die beiden Vektoren aneinander ‚gehängt‘
- **Formal:** die Komponenten werden subtrahiert.

$$c_x = a_x - b_x$$

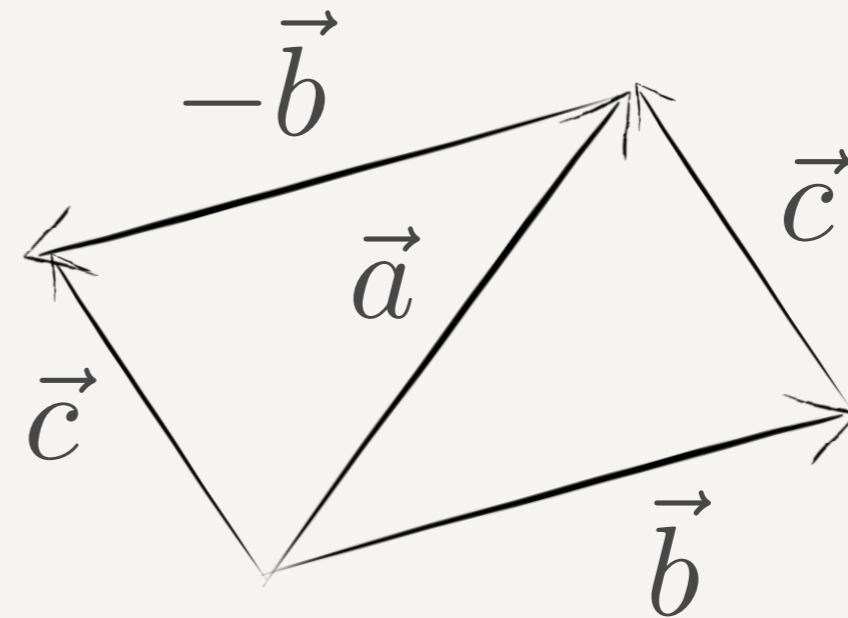
$$c_y = a_y - b_y$$



$$\vec{c} = \vec{a} - \vec{b}$$

Subtraktion

- **Alternativ:** a und b werden am gleichen Startpunkt abgetragen.
- Der Differenzvektor zeigt dann von der Spitze von \vec{b} zur Spitze von \vec{a} .
- Diese Darstellung spielt bei Bewegungen eine Rolle.

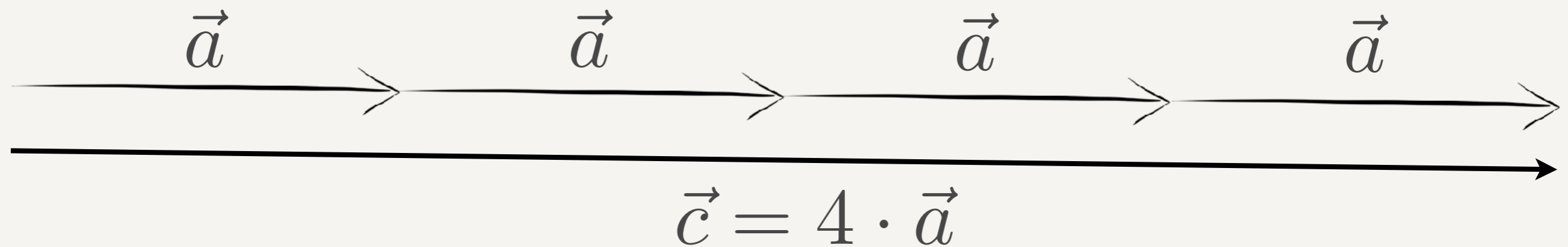


$$c_x = a_x - b_x$$

$$c_y = a_y - b_y$$

$$\vec{c} = \vec{a} - \vec{b}$$

Multiplikation mit einem Skalar



- Ein Vektor multipliziert mit einem Skalar ist wieder ein Vektor.

$$\vec{c} = s \cdot \vec{a}$$

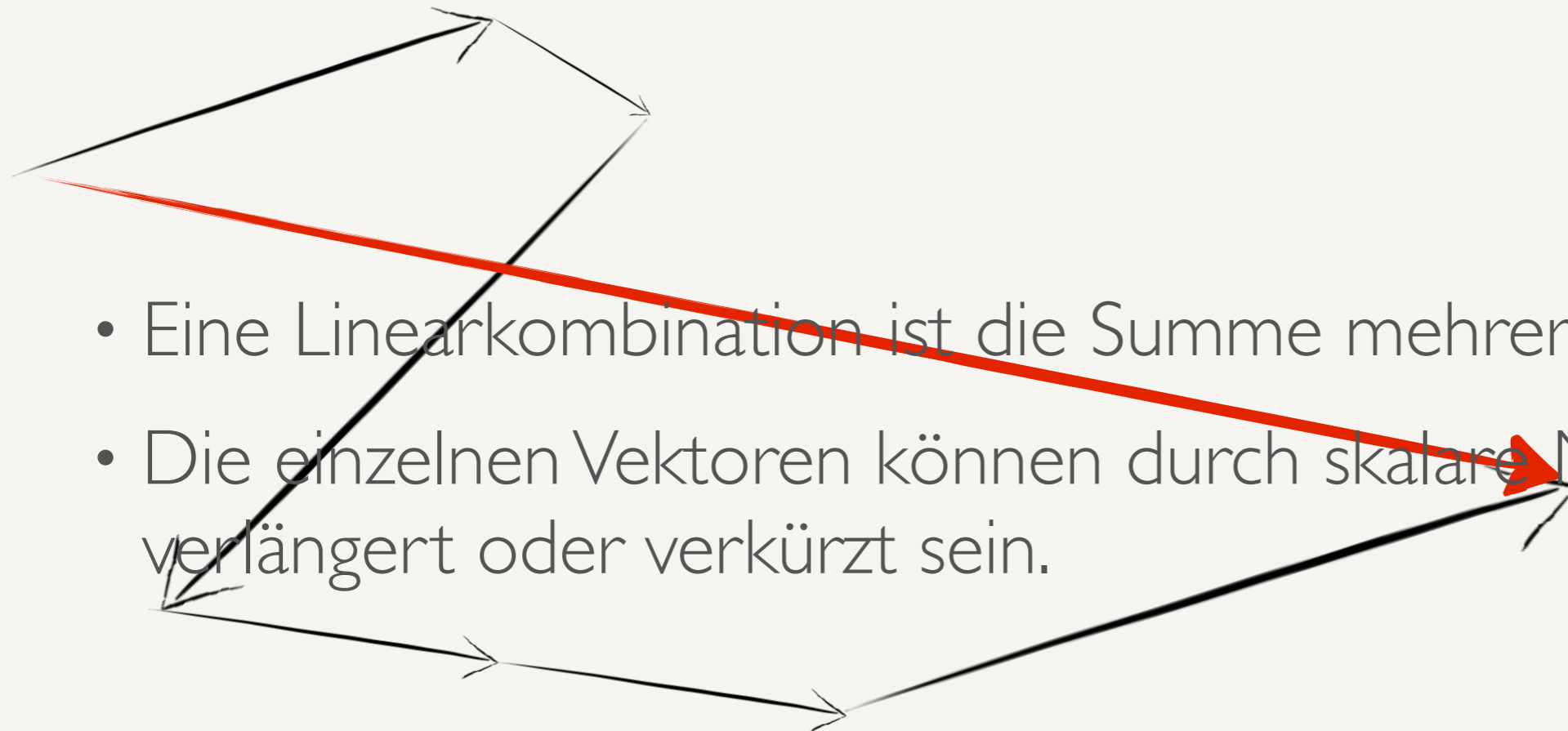
- **Anschaulich:** ein Vektor wird mehrfach an sich selber gehängt.

- **Formal:** die Komponenten werden mit dem Skalar multipliziert.

$$c_x = s \cdot a_x$$

$$c_y = s \cdot a_y$$

Linearkombination



- Eine Linearkombination ist die Summe mehrere Vektoren
- Die einzelnen Vektoren können durch skalare Multiplikation verlängert oder verkürzt sein.

$$\vec{a} = c_1 \cdot \vec{x}_1 + c_2 \cdot \vec{x}_2 + c_3 \cdot \vec{x}_3 + \dots$$

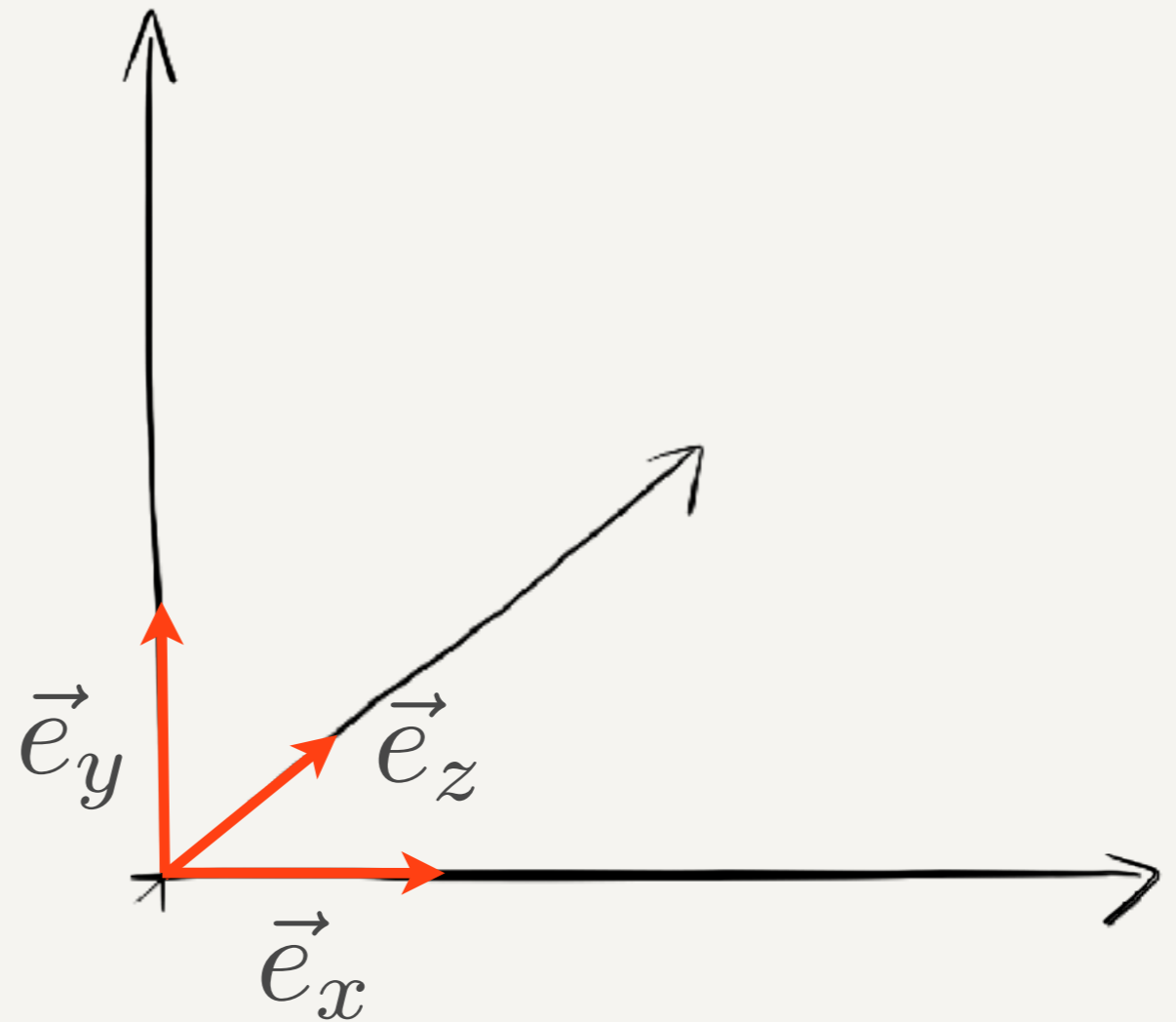
Einheitsvektoren

- Für jede Raumrichtung gibt es einen Einheitsvektor.
- Er hat die Richtung der jeweiligen Achse.
- Sein Betrag ist Eins.



René Descartes
1596 - 1650

Kartesische Koordinaten

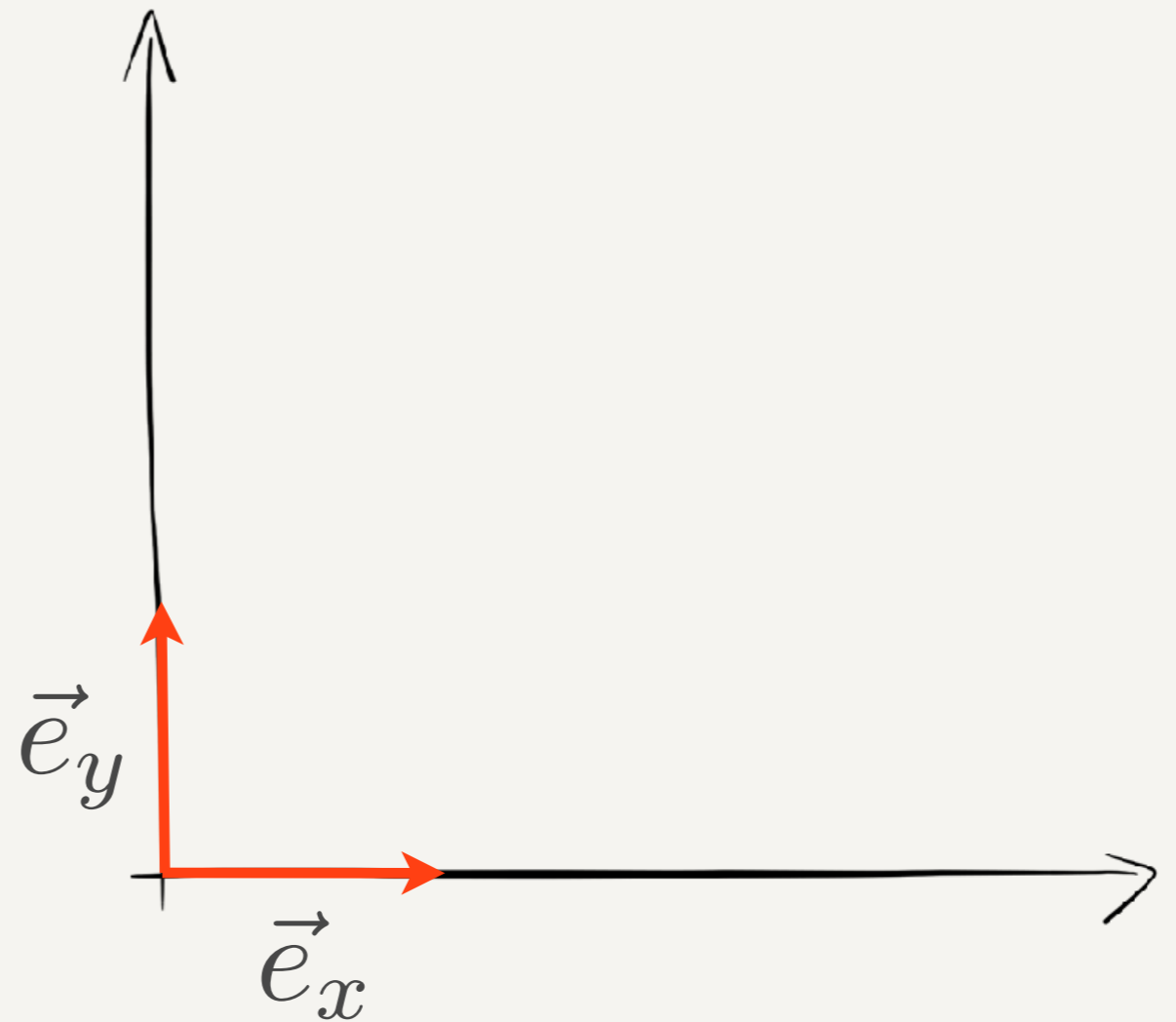


Einheitsvektoren

Kartesische Koordinaten

$$\vec{e}_x = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\vec{e}_y = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$



Einheitsvektoren

- Jeder Vektor kann als Linearkombination der Einheitsvektoren dargestellt werden.
- Die skalaren Vorfaktoren entsprechen gerade den Komponenten des Vektors.

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} = a_x \cdot \vec{e}_x + a_y \cdot \vec{e}_y$$

Rechenregeln - Zusammenfassung

		$\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$
Vektoren	Addition	$= \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_x \\ b_y \end{pmatrix}$
$\vec{a} = \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \end{pmatrix}$		$= \begin{pmatrix} a_x + b_x \\ a_y + b_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_x \\ c_y \end{pmatrix}$
$\vec{b} = \begin{pmatrix} b_x \\ b_y \end{pmatrix}$		
	Subtraktion	$\vec{c} = \vec{a} - \vec{b} = \begin{pmatrix} a_x - b_x \\ a_y - b_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_x \\ c_y \end{pmatrix}$
$\vec{c} = \begin{pmatrix} c_x \\ c_y \end{pmatrix}$		
	Multiplikation mit Skalar	$\vec{c} = s \cdot \vec{a} = s \cdot \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} s \cdot a_x \\ s \cdot a_y \end{pmatrix}$

Rechenregeln - Zusammenfassung

Linearkombination

$$\vec{a} = c_1 \cdot \vec{x}_1 + c_2 \cdot \vec{x}_2 + c_3 \cdot \vec{x}_3 + \dots$$

Einheitsvektoren

$$\vec{e}_x = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \vec{e}_y = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} = a_x \cdot \vec{e}_x + a_y \cdot \vec{e}_y$$

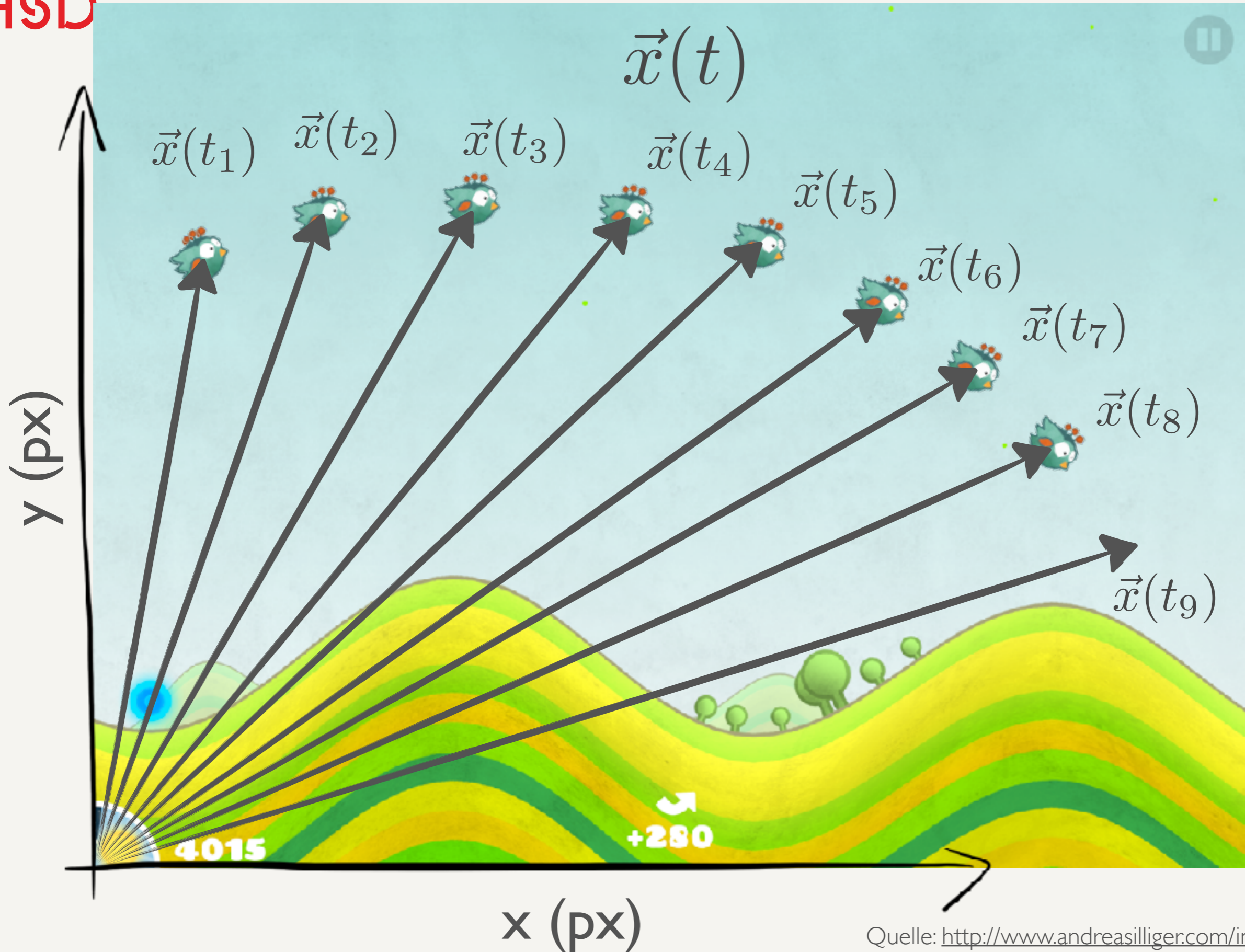
Ort, Geschwindigkeit und Beschleunigung

Teilchenbahn $x(t)$

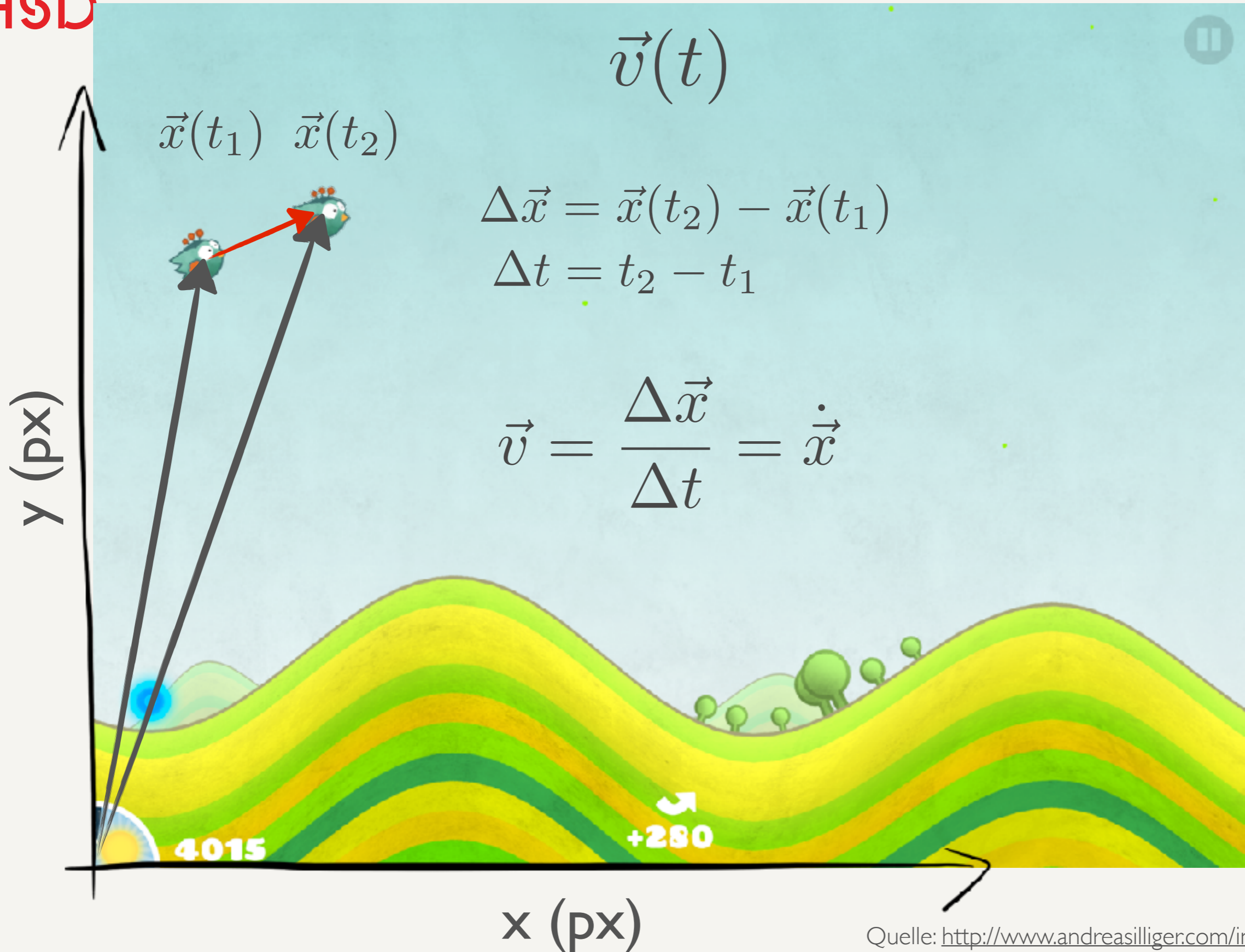
Geschwindigkeit $v(t) = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \dot{x}(t)$

Beschleunigung $a(t) = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \dot{v}(t) = \ddot{x}$

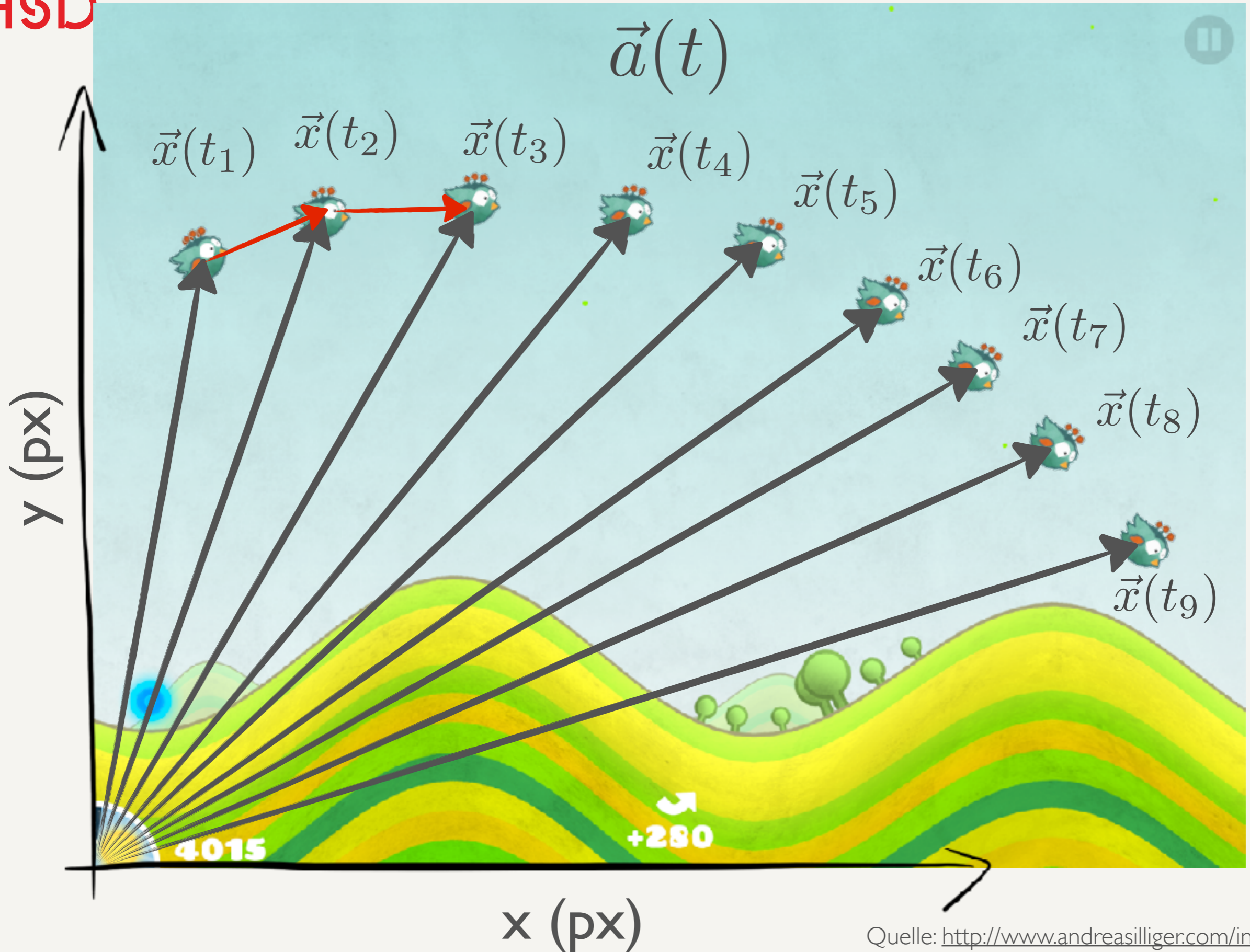
Experimente: beschleunigte Luftkissenbahn, fallende Kugel

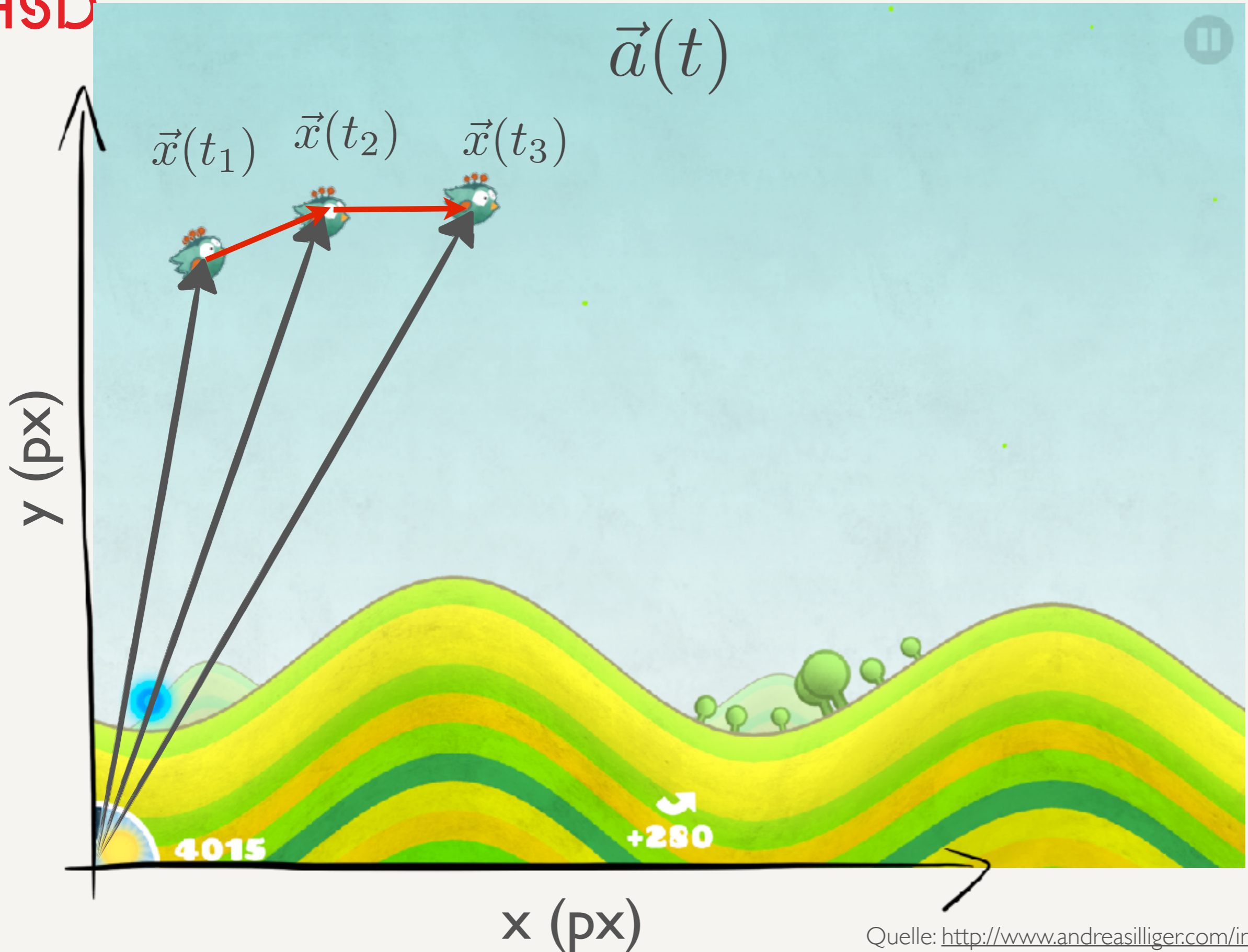


Quelle: <http://www.andreasilliger.com/index.php>

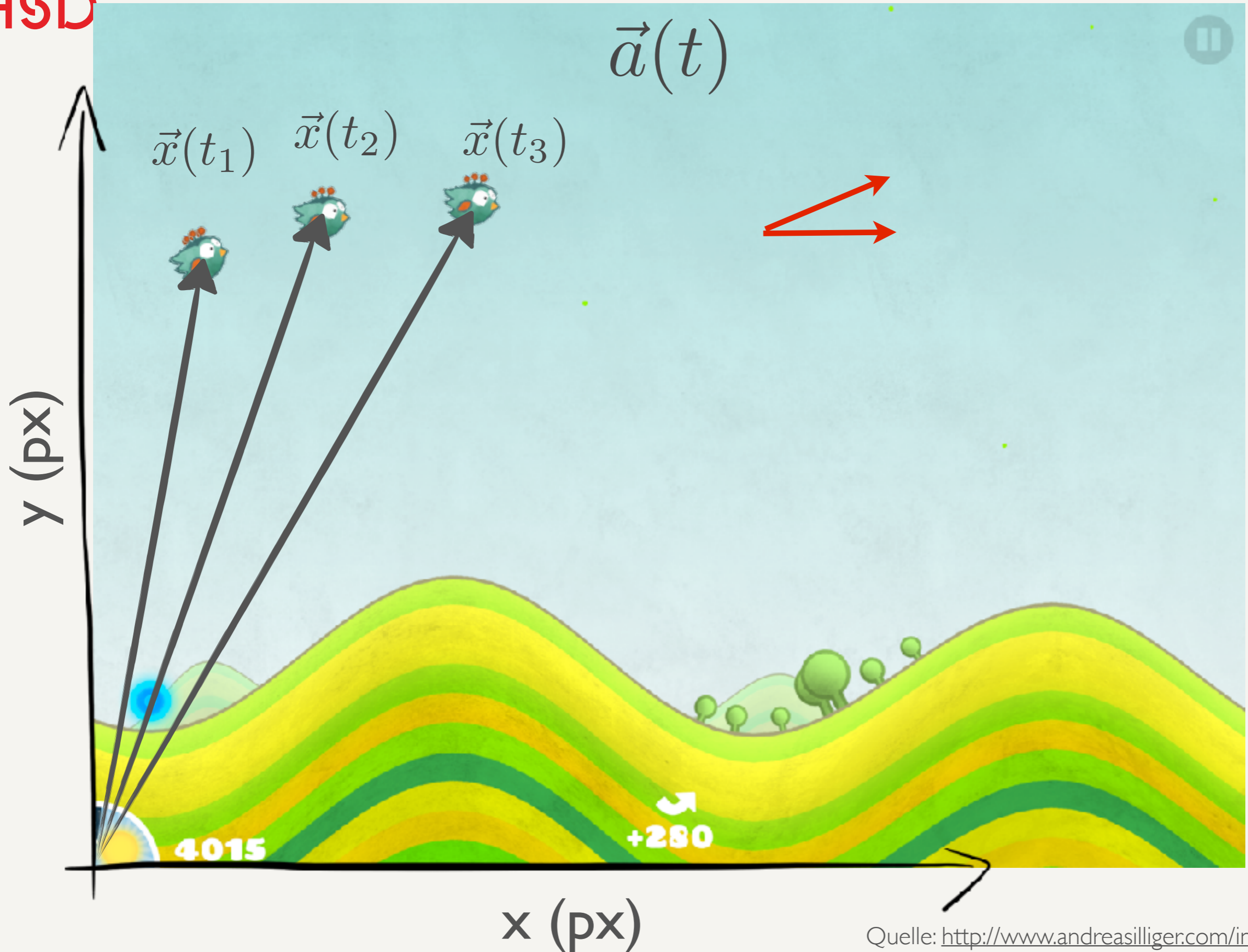


Quelle: <http://www.andreasilliger.com/index.php>

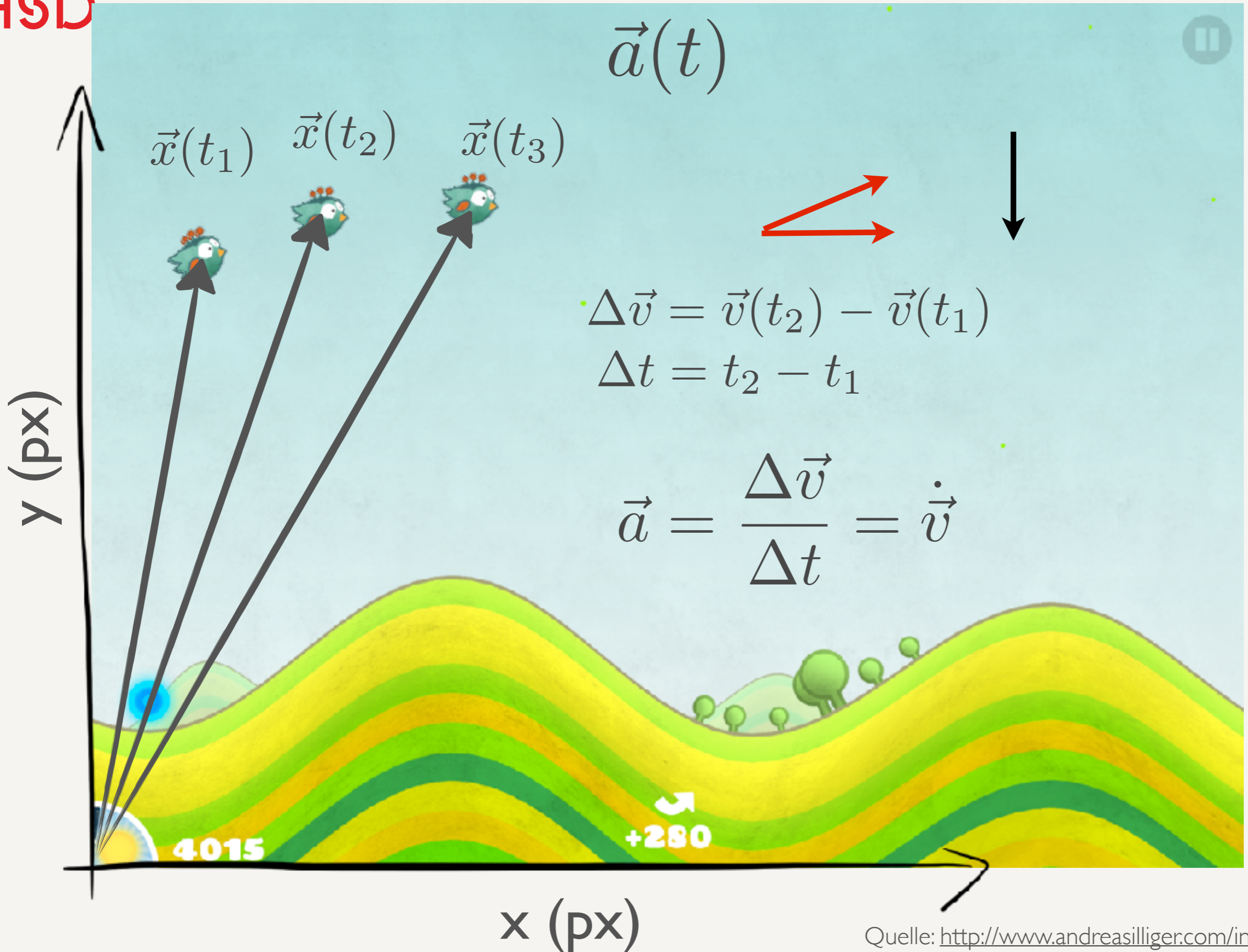




Quelle: <http://www.andreasilliger.com/index.php>



Quelle: <http://www.andreasilliger.com/index.php>



Geschwindigkeit

$$\vec{x}(t) = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix}$$

- Die Komponenten können unabhängig voneinander betrachtet werden.

- **Der Vektor stellt zwei Bewegungsgleichungen gleichzeitig dar:** eine für die x-Richtung, eine für die y-Richtung.

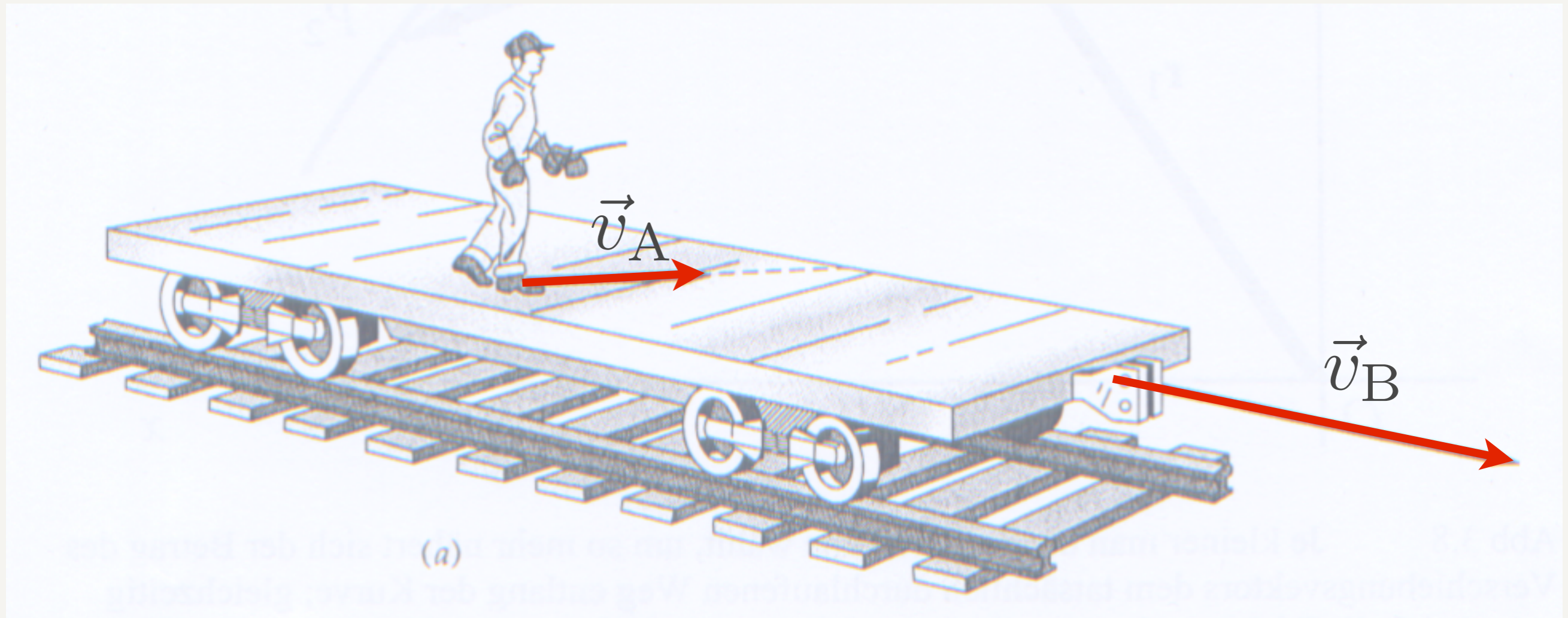
- Die Gleichungen sind die selben wie für den eindimensionalen Fall.

$$\begin{aligned} \vec{v} &= \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t} \\ &= \frac{\vec{x}(t_2) - \vec{x}(t_1)}{t_2 - t_1} \\ &= \frac{1}{t_2 - t_1} \cdot \begin{pmatrix} x(t_2) - x(t_1) \\ y(t_2) - y(t_1) \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$\vec{v}(t) = \dot{\vec{x}}(t) = \begin{pmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{y}(t) \end{pmatrix}$$

Relativgeschwindigkeit

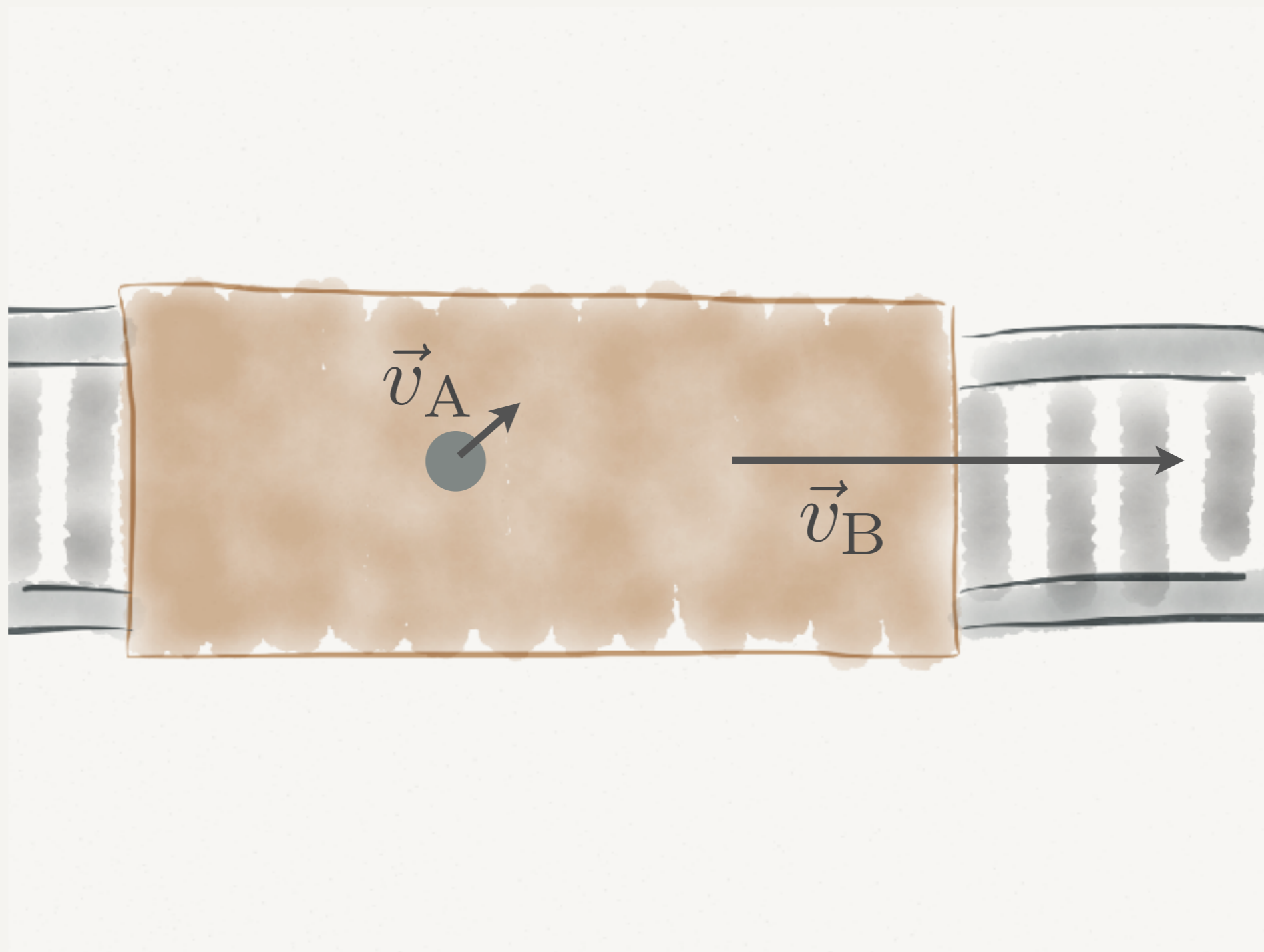
Addition von Geschwindigkeits-Vektoren



s. Skript S. 3-8

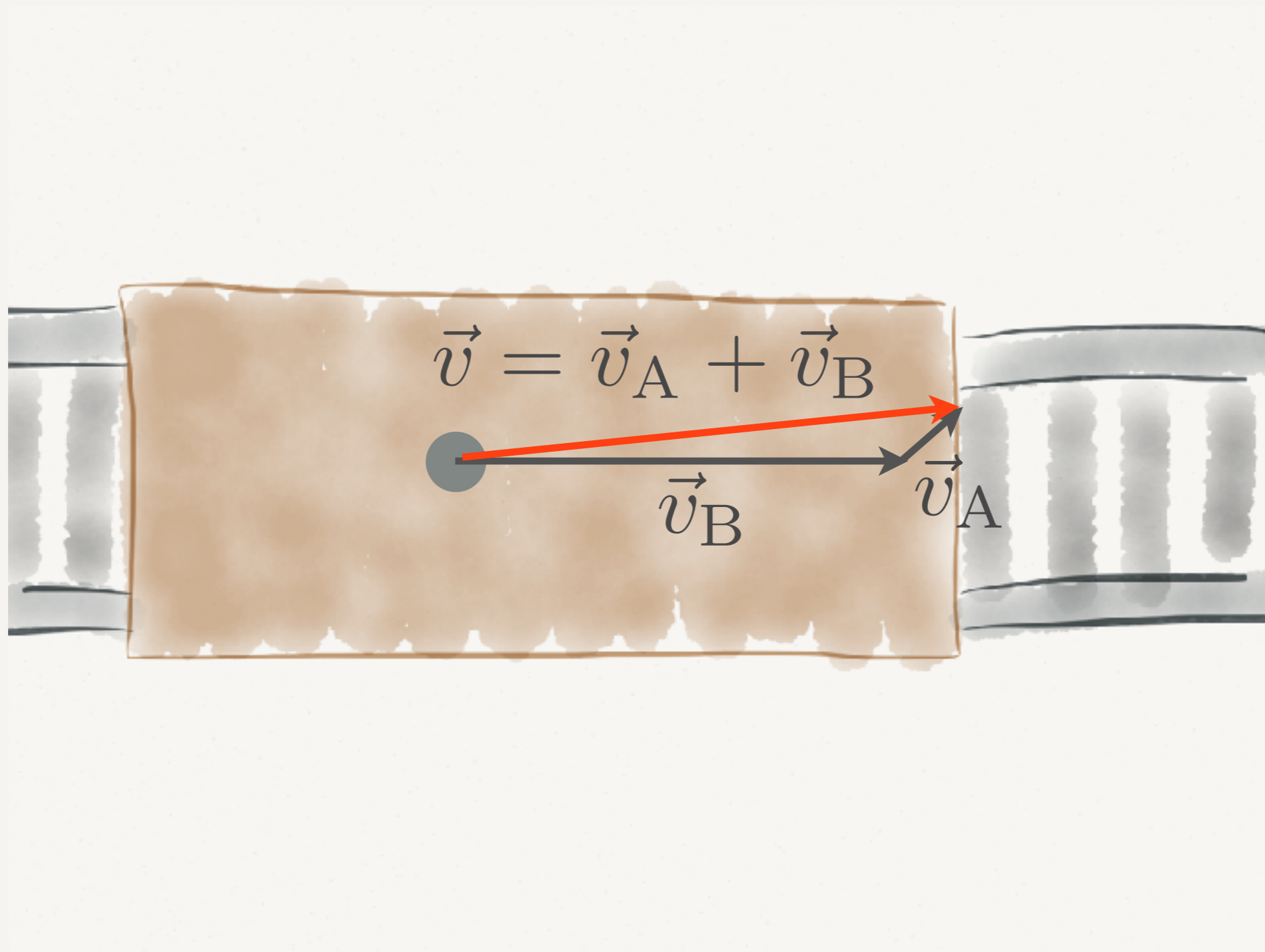
Relativgeschwindigkeit

Addition von Geschwindigkeits-Vektoren



Relativgeschwindigkeit

Addition von Geschwindigkeits-Vektoren



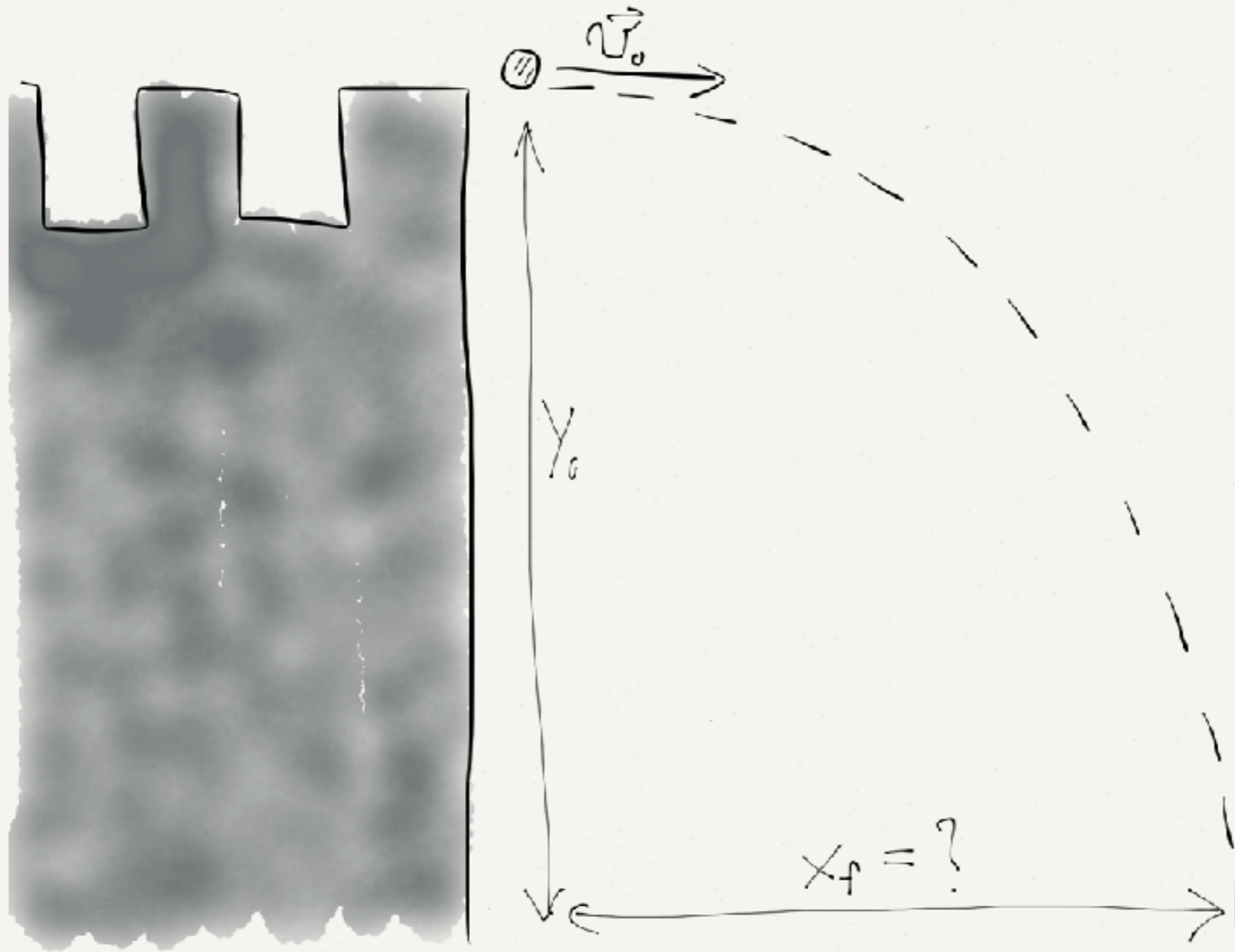
Funken



© lux crevit: Photography | Gianni Di Loreto | www.lux crevit.de

<http://www.fotocommunity.de/pc/pc/display/29289223>

Turmwurf



Turmwurf

Allgemeine Lösung:

$$\begin{aligned}\vec{x} &= \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \frac{1}{2}a_0^x t^2 + v_0^x t + x_0 \\ \frac{1}{2}a_0^y t^2 + v_0^y t + y_0 \end{pmatrix}\end{aligned}$$

Konkrete Lösung:

$$x_0 = 0$$

$$v_0^x = 10 \text{ m/s}$$

$$a_0^x = 0$$

$$y_0 = 30 \text{ m}$$

$$v_0^y = 0$$

$$a_0^y = g = -9.81 \text{ m/s}^2.$$

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} v_0^x t \\ \frac{1}{2}gt^2 + y_0 \end{pmatrix}$$