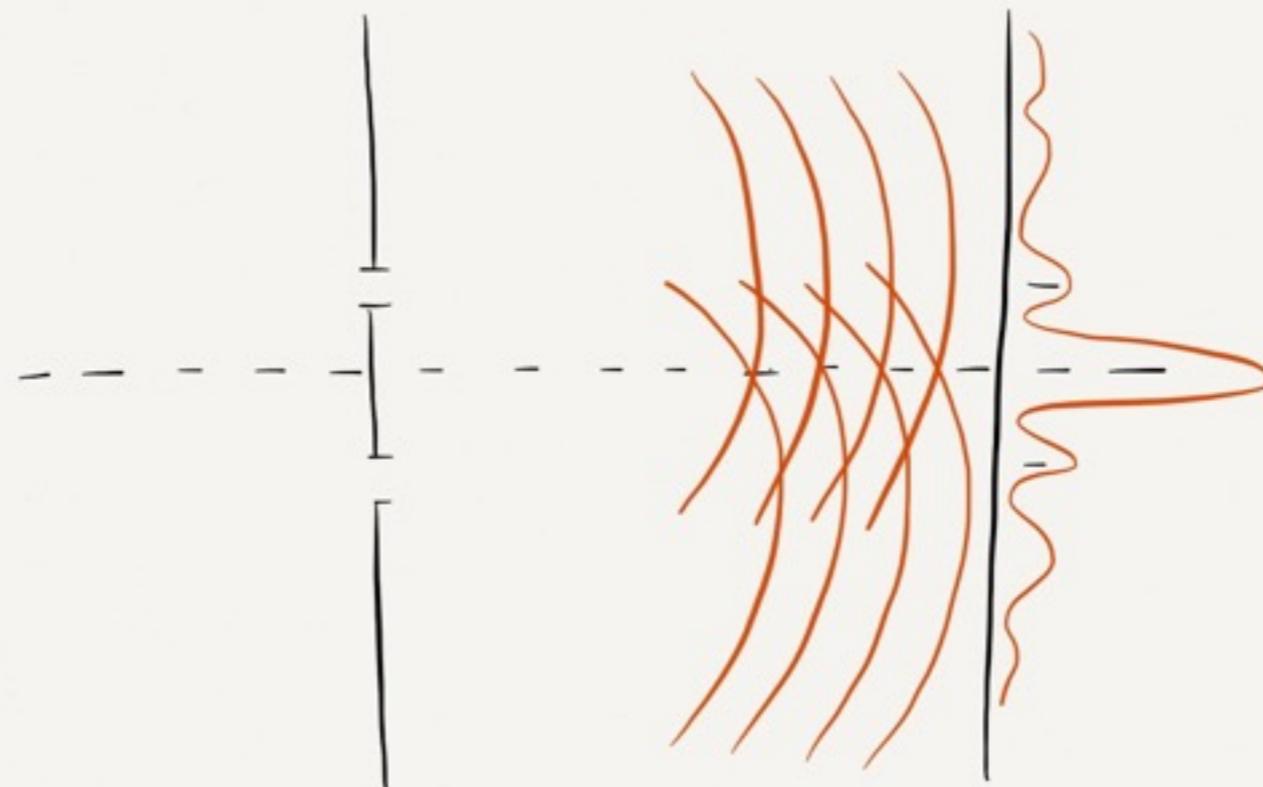


# Quantenphysik



## Der Welle-Teilchen-Dualismus

# Welle-Teilchen-Dualismus



<http://bluesky.blogg.de/2005/05/03/fachbegriffe-der-modernen-physik-ix/>

# Welle-Teilchen-Dualismus

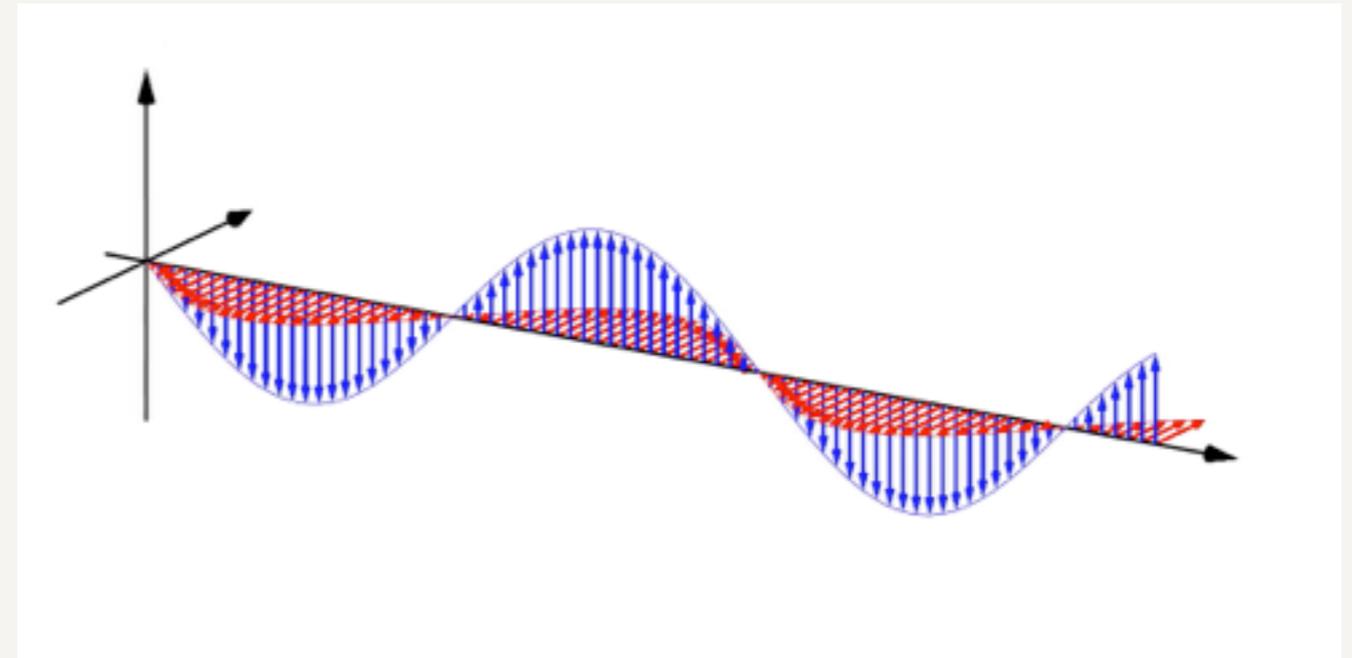
**Alles ist gleichzeitig Welle und Teilchen.**

# Welle-Teilchen-Dualismus

Alles ist gleichzeitig **Welle** und Teilchen.

# Welle

- Räumlich und zeitlich periodische Schwingung
- Eine Welle ist nicht an einem Ort, sondern sie ist raumausfüllend.



- Zeitliche Frequenz:  $\omega = \frac{2\pi}{T}$

$$A \cdot \sin(kx - \omega t)$$

- Räumliche Frequenz:  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$

# Interferenz

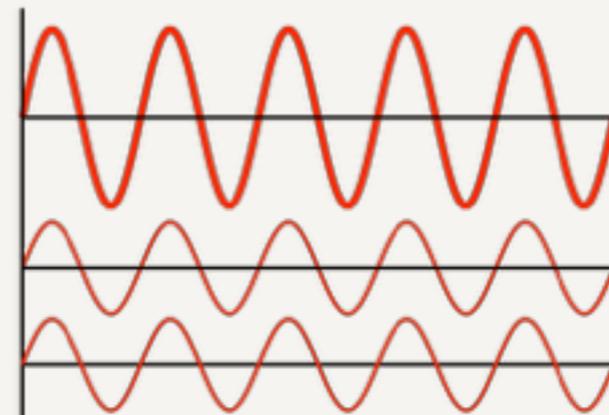
## Ein-dimensional

$$A \cdot \sin(kx) + A \cdot \sin(kx + \varphi)$$

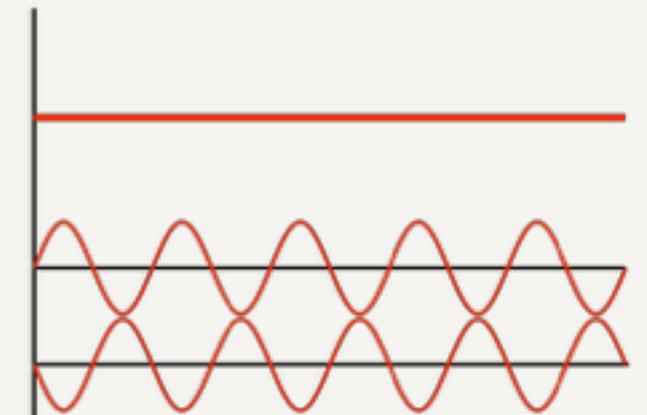
- Wenn sich zwei Wellen überlagern kommt es zu Interferenz.
- Je nach relativer Phase zwischen den Wellen kann es zu konstruktiver oder destruktiver Interferenz kommen.

Konstruktive Interferenz

Destruktive Interferenz



$$\varphi = 0$$



$$\varphi = \pi/2$$



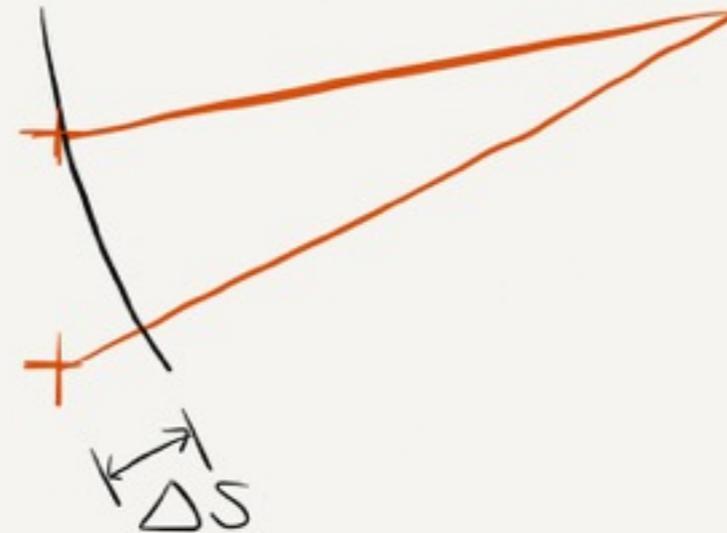
# Interferenz im Raum

- Wenn sich zwei Wellen überlagern kommt es zu Interferenz.
- Je nach relativer Phase zwischen den Wellen kann es zu konstruktiver oder destruktiver Interferenz kommen.



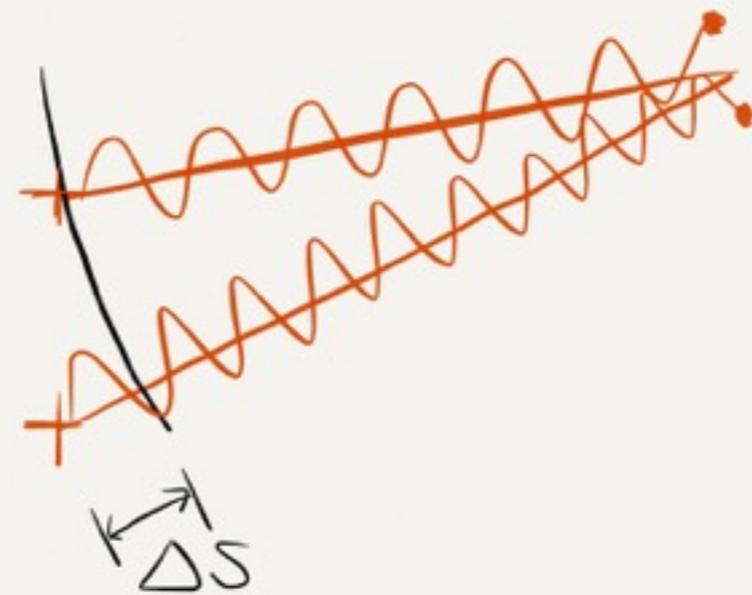
# Interferenz im Raum

- Wenn sich zwei Wellen überlagern kommt es zu Interferenz.
- Je nach relativer Phase zwischen den Wellen kann es zu konstruktiver oder destruktiver Interferenz kommen.



# Interferenz im Raum

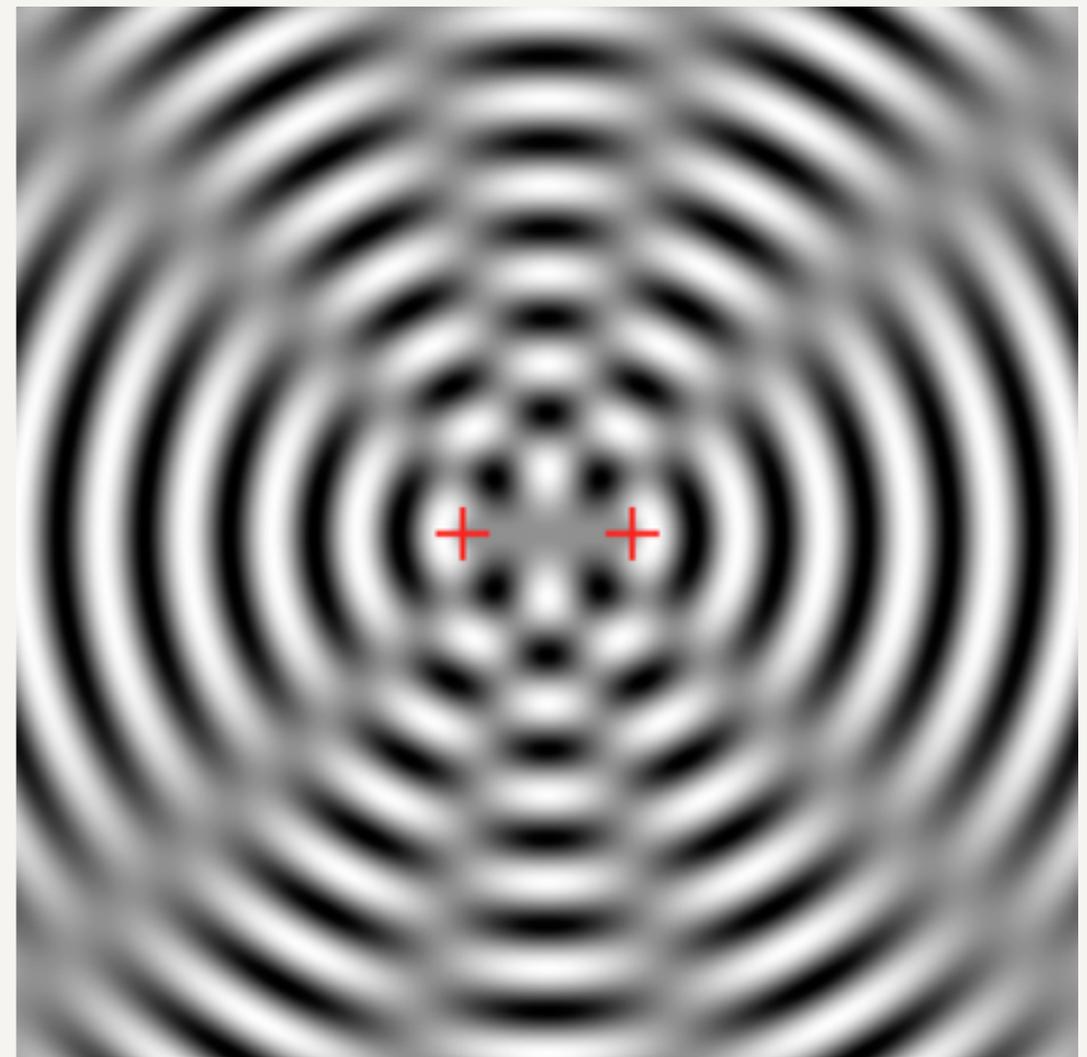
- Wenn sich zwei Wellen überlagern kommt es zu Interferenz.
- Je nach relativer Phase zwischen den Wellen kann es zu konstruktiver oder destruktiver Interferenz kommen.



# Interferenz

## Zwei-dimensional

- An jedem Punkt des Raumes kommen die Wellen mit einer festen aber unterschiedlichen Phase an.
- Punkte, die von beiden Quellen gleich weit weg sind erfahren konstruktive Interferenz.
- Punkte dazwischen können destruktiv interferieren.



# Licht als Welle

- **Newton** im 17. Jahrhundert:  
*„Licht besteht aus Teilchen“.*
- **Young**, 1802: Interferenz am Doppelspaltexperiment, Licht sind Wellen.
- **Maxwell**, 1864: Maxwell-Gleichungen
- **Hertz**, 1888: Licht sind elektromagnetische Wellen.



# Welle-Teilchen-Dualismus

Alles ist gleichzeitig Welle und **Teilchen.**

# Teilchen

- Auf ein kleines Raumgebiet begrenzt, es ist *lokalisiert*.
- Es bleibt räumlich begrenzt und bewegt sich auf einer *Bahn*.



Kinetische Energie

$$E = \frac{1}{2}mv^2$$

Impuls

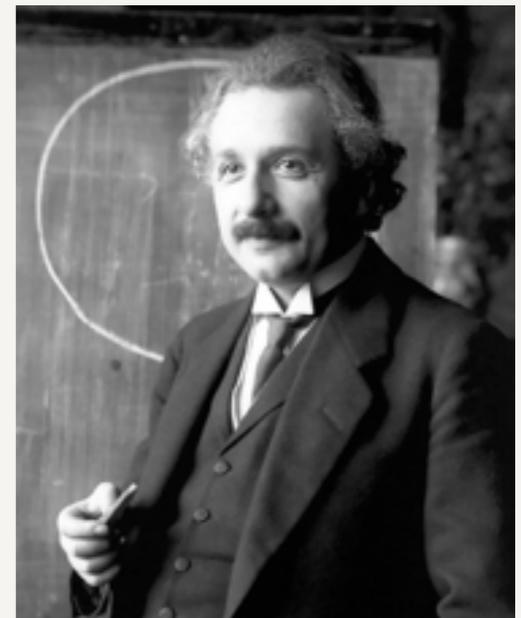
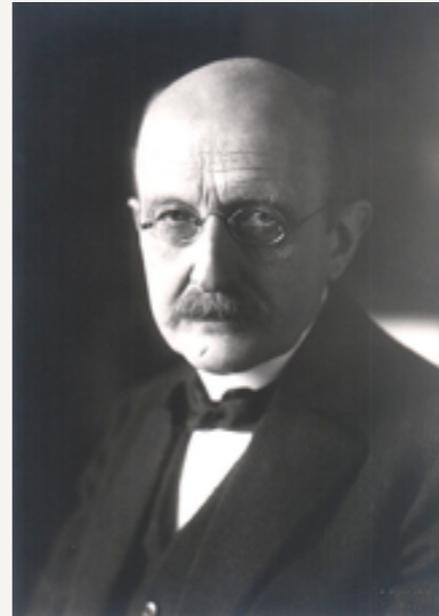
$$\mathbf{p} = m\mathbf{v}$$

Bewegungsgleichung

$$\mathbf{F} = m \cdot \mathbf{a} = m\ddot{\mathbf{x}}$$

# Licht als Teilchen

- **Planck**, 1900: Planck'sche Strahlungsformel, Quantisierung des Lichtfeldes.
- **Einstein**, 1905: Erklärung des photoelektrischen Effekts (Nobelpreis 1921).
- **Compton**, 1922: Inelastische Streuung von Röntgenstrahlen, Impuls der Lichtteilchen. (Nobelpreis 1927).



# Licht als Teilchen

klassische Mechanik	Licht als Teilchen
$E = \frac{1}{2}mv^2$	$E = \hbar\omega$
$\mathbf{p} = m\mathbf{v}$	$\mathbf{p} = \hbar\mathbf{k}$

- Die Welleneigenschaften  $\omega$  und  $k$  werden mit Teilcheneigenschaften verknüpft.
- Ein Photon hat eine definierte Energie und einen Impuls wie Teilchen.

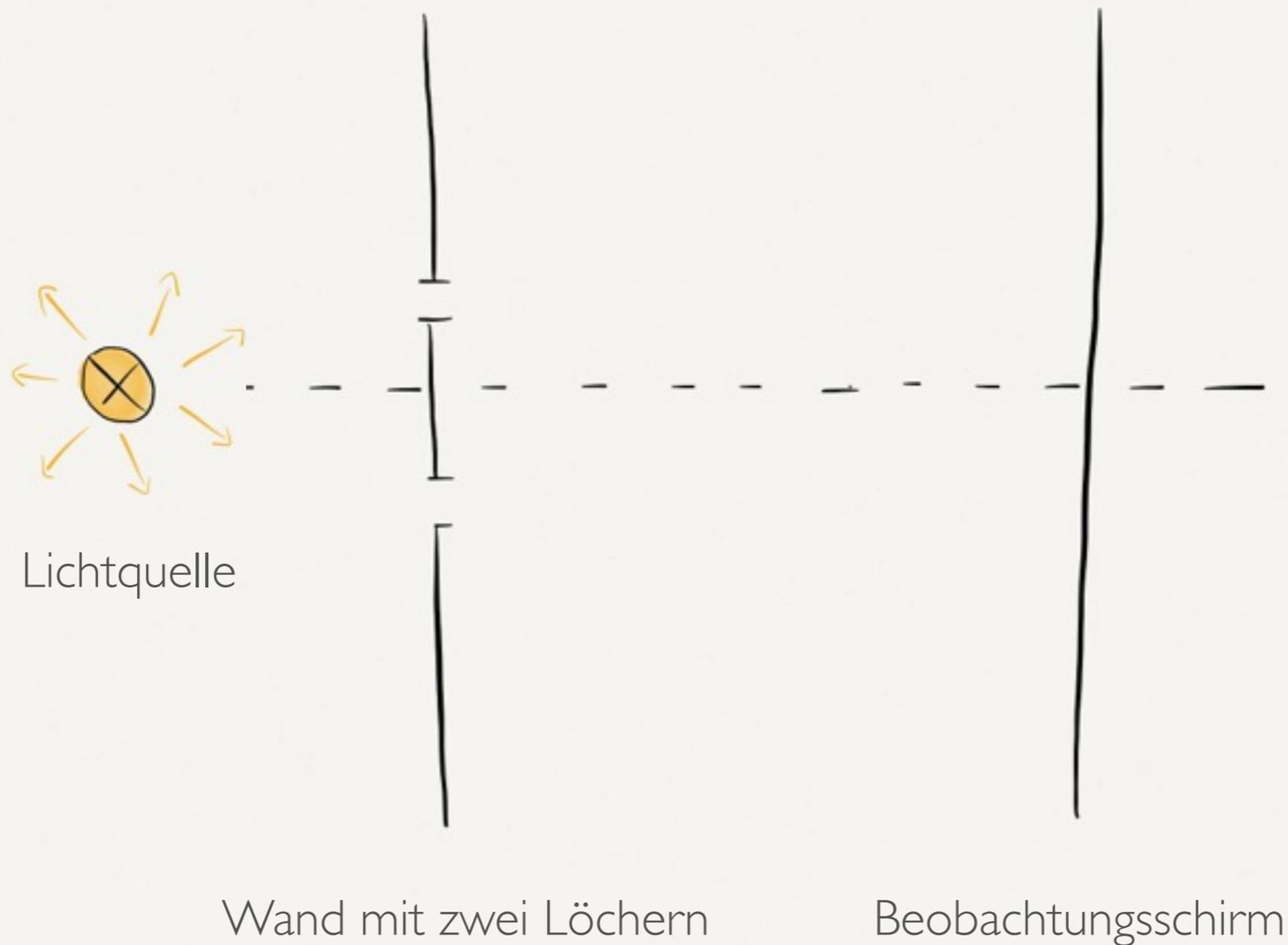
# Welle-Teilchen-Paradox

- Nach Definition von Welle und Teilchen schließen sich diese Formen gegenseitig aus.
- Wie soll man dann den photo-elektrischen Effekt **und** die Interferenz von Licht zusammen erklären?

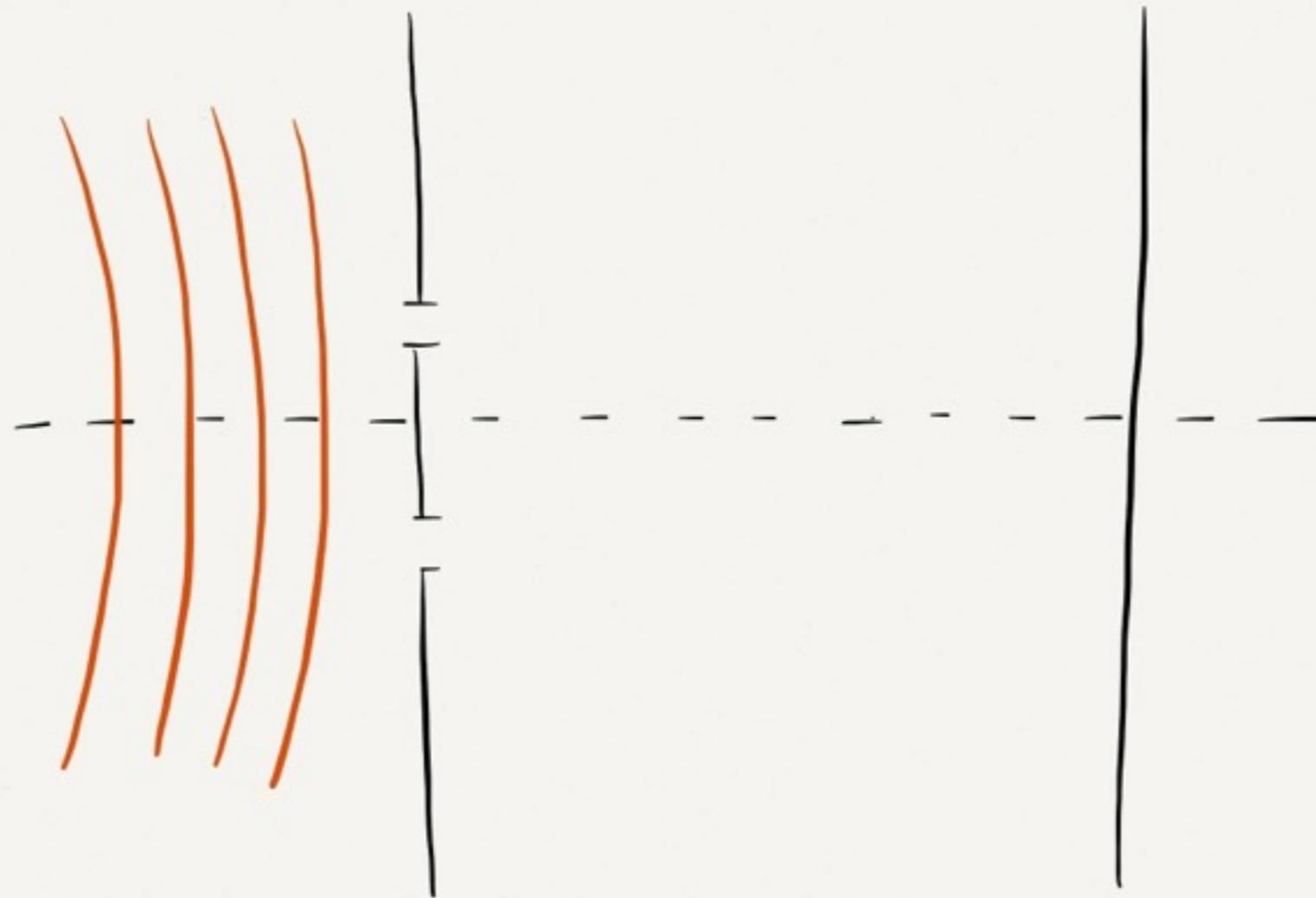
# Welle-Teilchen-Dualismus

Alles ist gleichzeitig Welle **und** Teilchen.

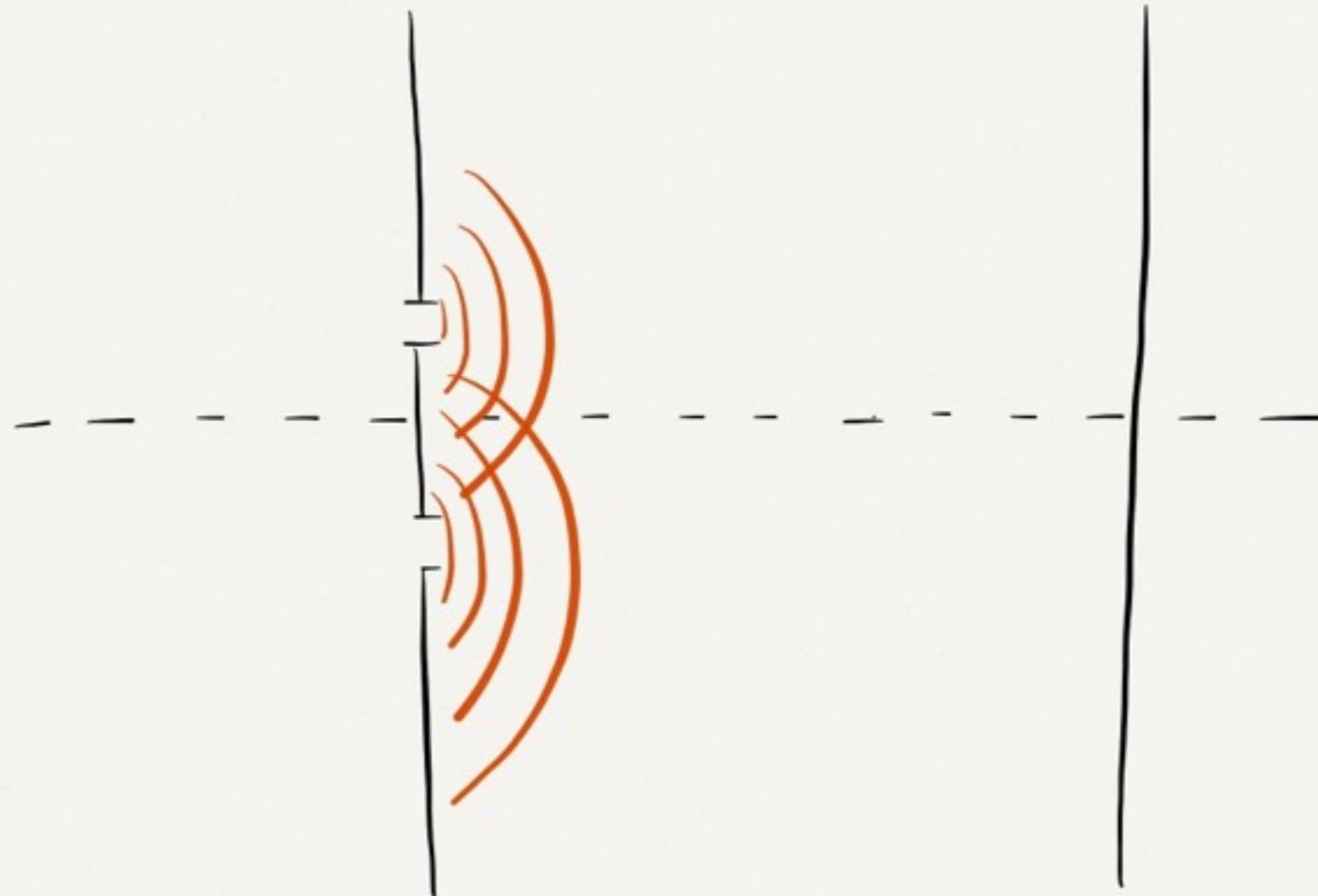
# Das Doppelspalt-Experiment nach *Thomas Young*, 1802



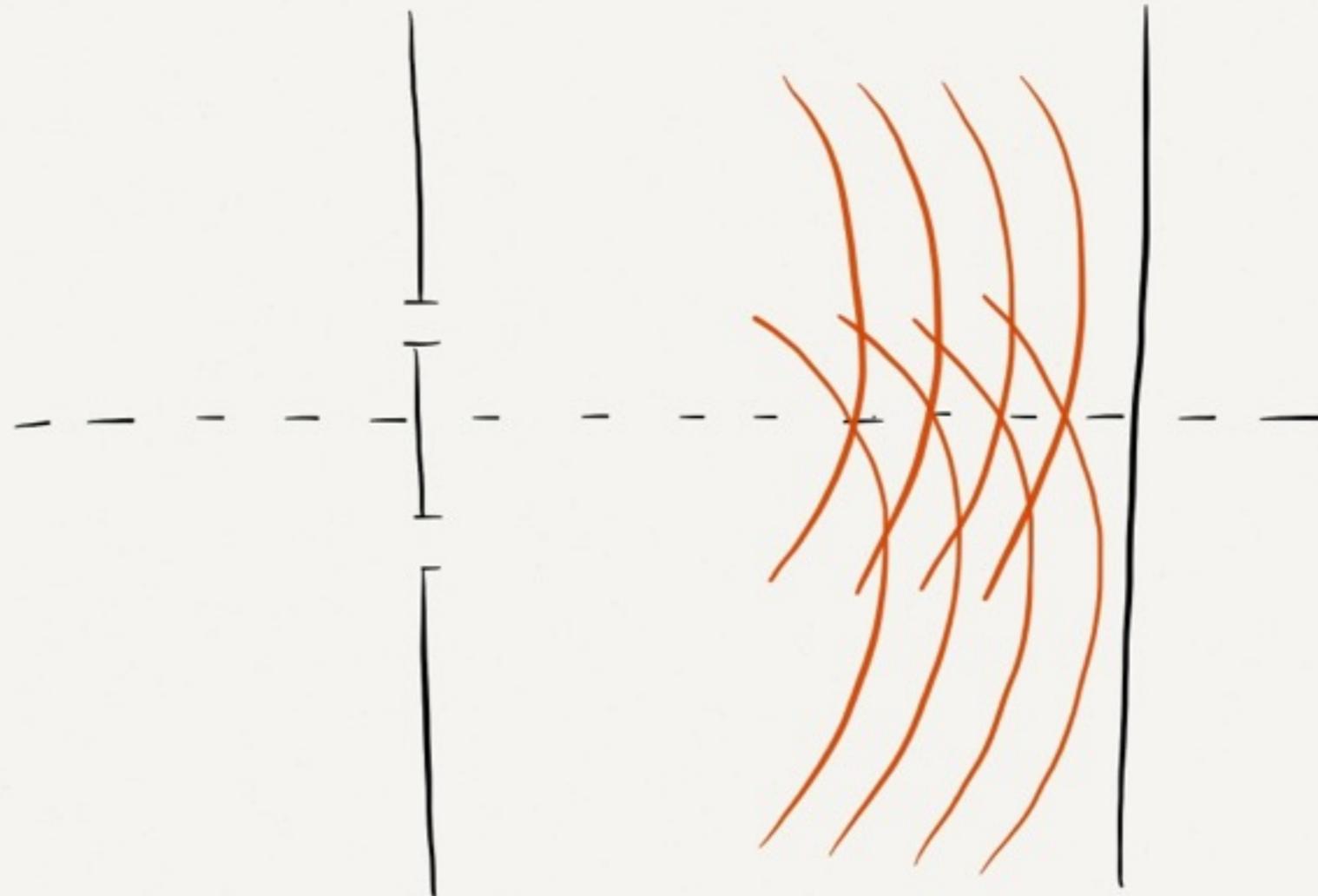
# Das Doppelspalt-Experiment nach *Thomas Young*, 1802



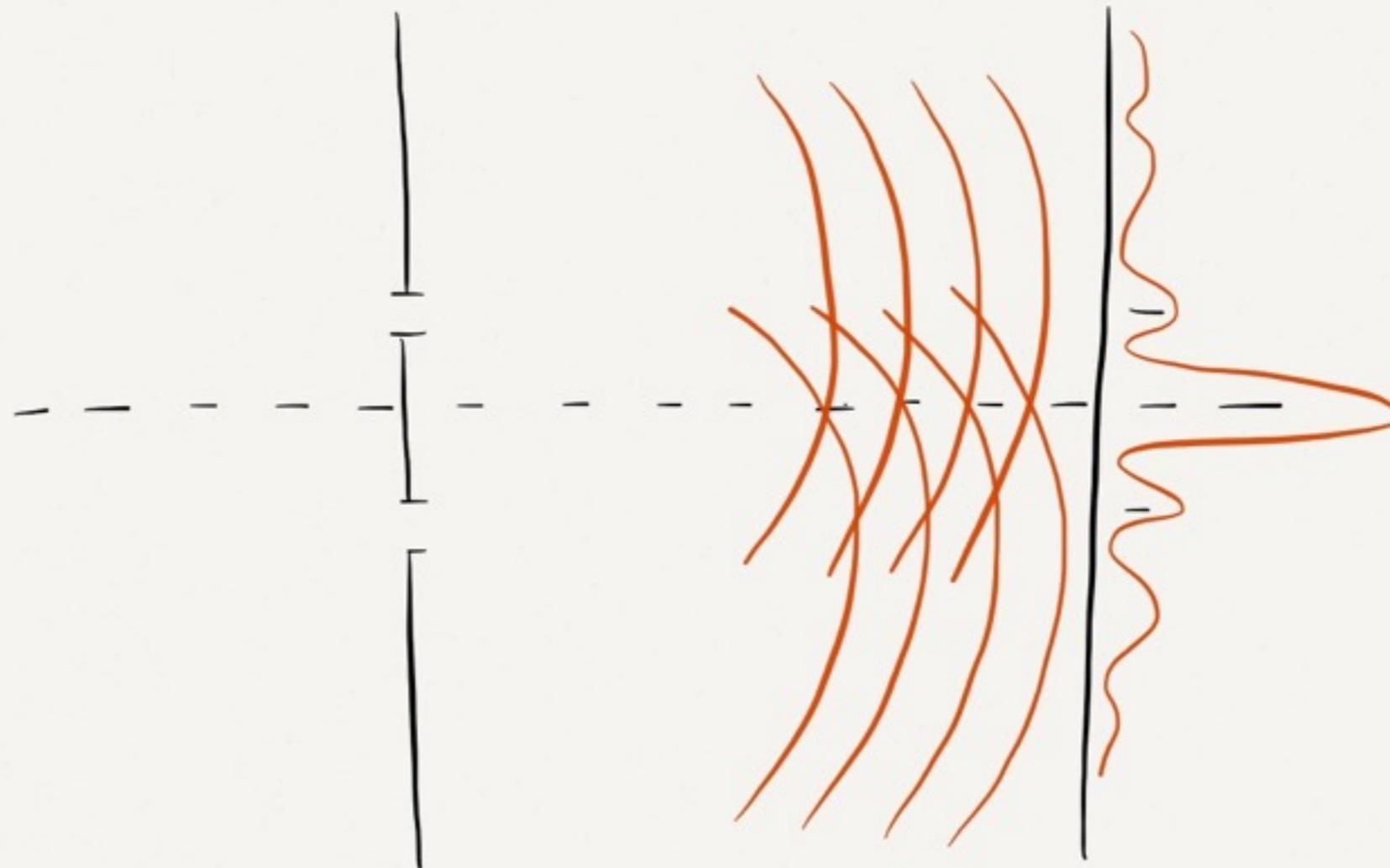
# Das Doppelspalt-Experiment nach *Thomas Young*, 1802



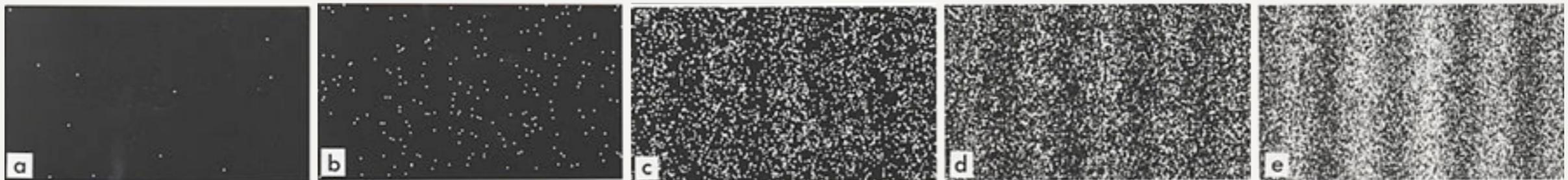
# Das Doppelspalt-Experiment nach *Thomas Young*, 1802



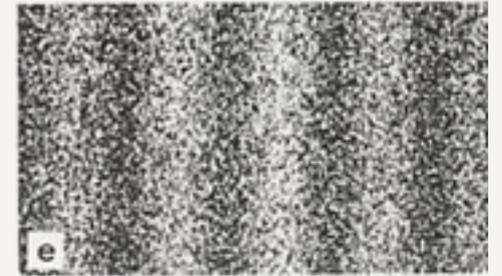
# Das Doppelspalt-Experiment nach *Thomas Young*, 1802



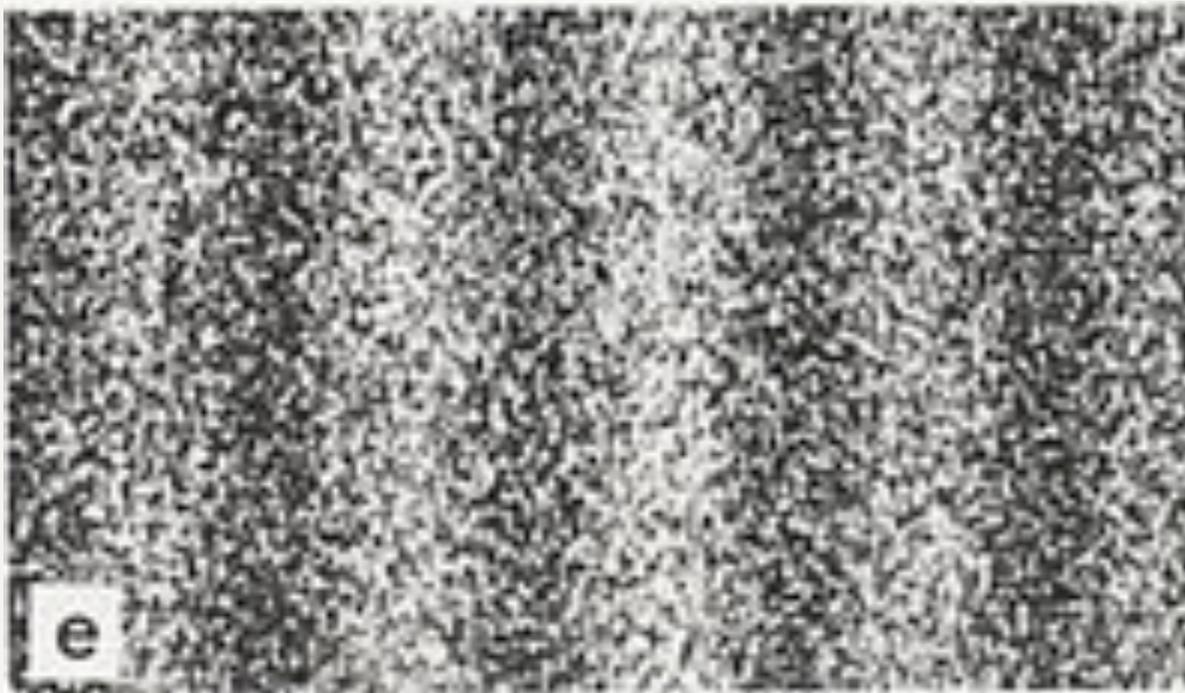
# Das Doppelspalt-Experiment quantenmechanisch



# Das Doppelspalt-Experiment quantenmechanisch



# Welle-Teilchen-Dualismus



Welle



Teilchen



# Welle-Teilchen-Dualismus

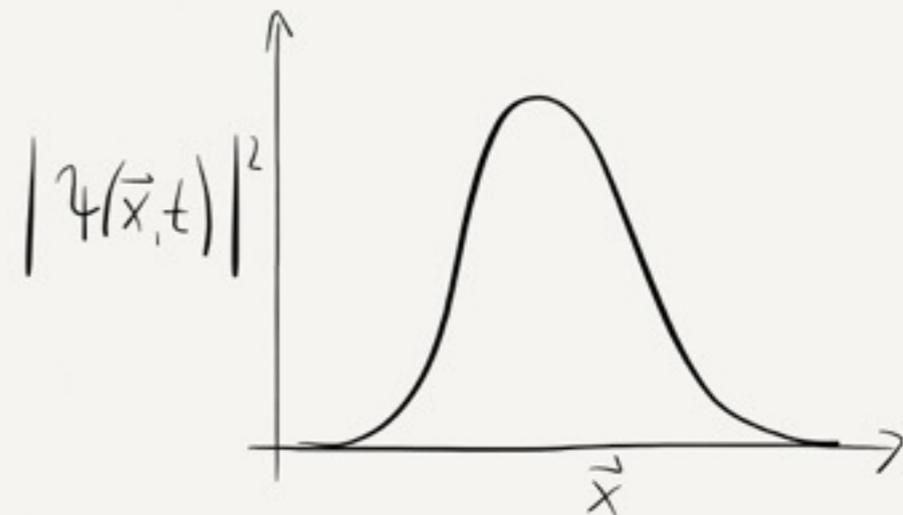
Alles **ist** gleichzeitig Welle und Teilchen.

# Kopenhagener Deutung Wellenfunktion

- Das quantenmechanische System wird durch die **Wellenfunktion** beschrieben.
- Sie ist nicht direkt messbar und ist kein „Objekt“ (Welle oder Teilchen) in normalen Sinn.

Wellenfunktion

$$\psi(\mathbf{x}, t)$$



# Kopenhagener Deutung Entwicklung

- Die Quantenmechanik liefert die mathematischen Werkzeuge um zu berechnen, wie sich die Wellenfunktion in einem Experiment „bewegt“, d.h. zeitlich entwickelt.



Schrödinger-Gleichung\*

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi(\mathbf{x}, t) = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \psi(\mathbf{x}, t)$$

\* Für ein freies Teilchen mit Masse in der Ortsdarstellung

# Kopenhagener Deutung

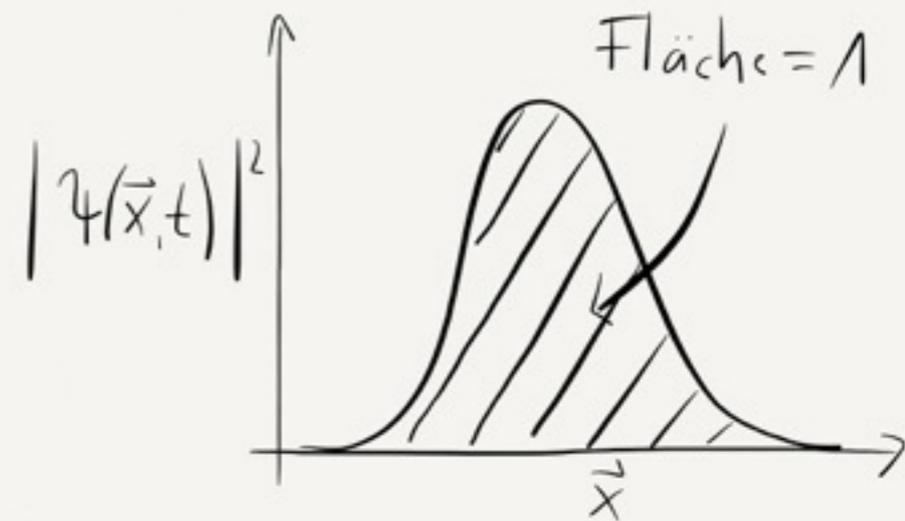
## Born'sche Wahrscheinlichkeit

$$|\psi(\mathbf{x}, t)|^2$$

- Das Betragsquadrat der Wellenfunktion liefert die **Wahrscheinlichkeit**, bei einem Experiment ein Ergebnis zu messen, z.B. den Ort eines Lichtteilchens.

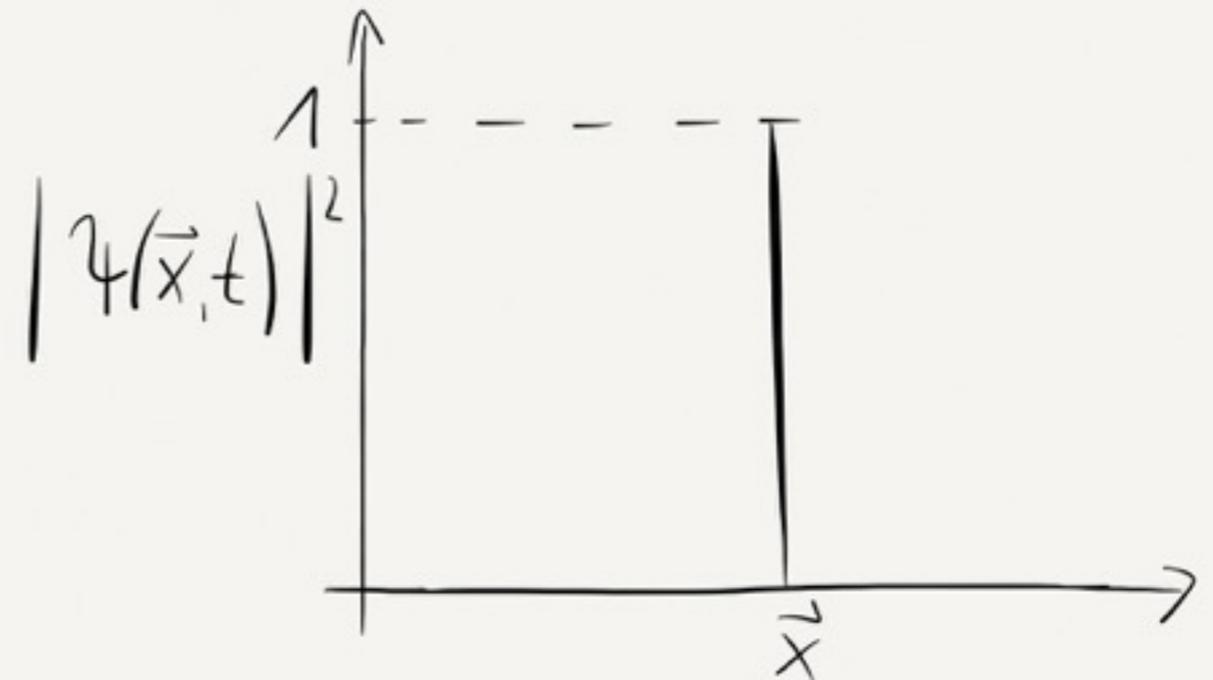
Normierung

$$\int d^3x |\psi(\mathbf{x}, t)|^2 = 1$$



# Kopenhagener Deutung Kollaps der Wellenfunktion

- Die **Messung** führt zum **Kollaps der Wellenfunktion** und es bleibt nur ein einzelnes, Teilchen-ähnliches Ergebnis übrig.



# Kopenhagener Deutung der Quantenmechanik

- Das quantenmechanische System wird durch die **Wellenfunktion** beschrieben.
- Sie ist nicht direkt messbar und ist kein „Objekt“ (Welle oder Teilchen) in normalen Sinn.
- Die Quantenmechanik liefert die mathematischen Werkzeuge um zu berechnen, wie sich die Wellenfunktion in einem Experiment „bewegt“, d.h. zeitlich entwickelt: **Schrödinger-Gleichung**

Wellenfunktion

$$\psi(\mathbf{x}, t)$$

Schrödinger-Gleichung

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi(\mathbf{x}, t) = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \psi(\mathbf{x}, t)$$

- Das Betragsquadrat der Wellenfunktion liefert die **Wahrscheinlichkeit**, bei einem Experiment ein Ergebnis zu messen, z.B. den Ort eines Lichtteilchens.
- Die **Messung** führt zum Kollaps der Wellenfunktion und es bleibt nur ein einzelnes, Teilchen-ähnliches Ergebnis übrig.

Wahrscheinlichkeit

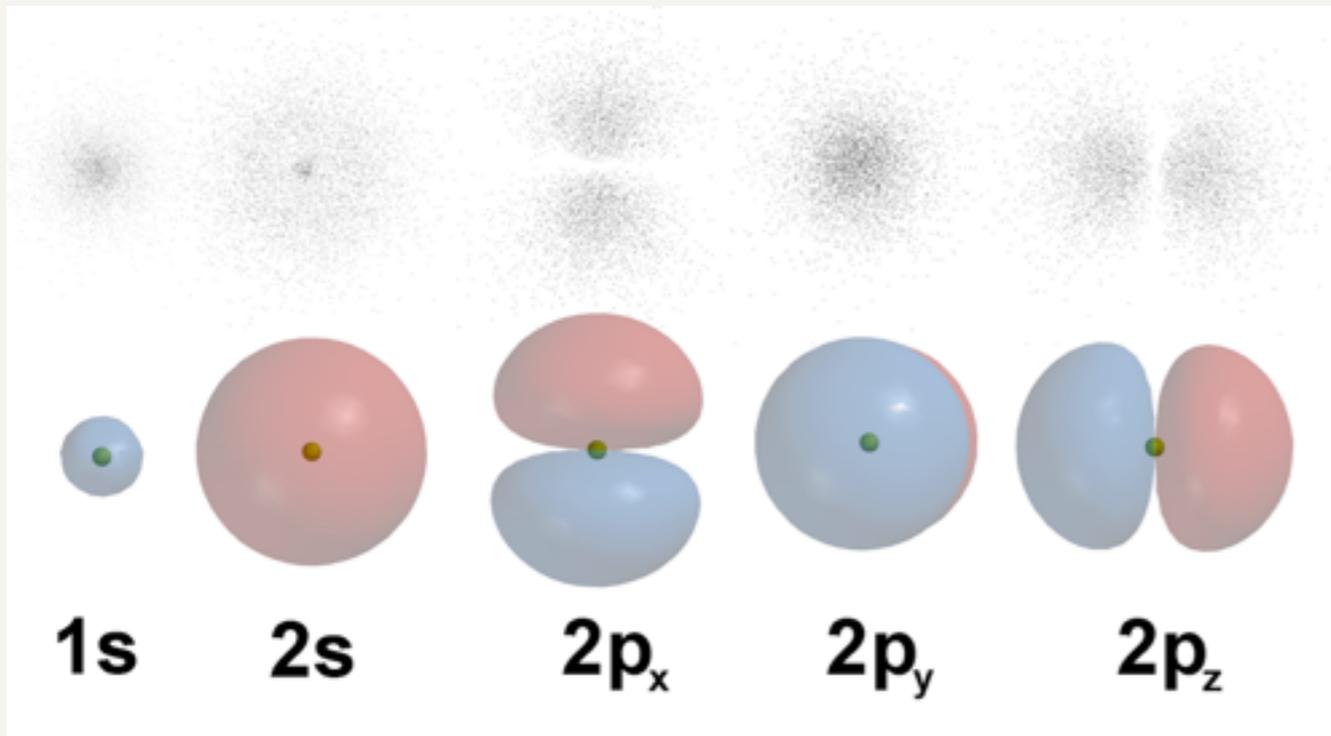
$$|\psi(\mathbf{x}, t)|^2$$

# Kopenhagener Deutung der Quantenmechanik

Klassische Vorstellungen müssen aufgegeben werden:

- ▶ Teilchenbahn
- ▶ Keine Vorhersage für ein Einzelexperiment
- ▶ Nur statistische Aussagen für viele Wiederholungen
- ▶ Die Wellenfunktion ist eine Beschreibung der **Möglichkeiten**, nicht der Tatsachen.
- ▶ Der Beobachter wechselwirkt mit dem Ergebnis elementar, und das kann prinzipiell nicht vermieden werden.

# Wellenfunktionen



<http://www.nature.com/nphys/journal/v4/n2/abs/nphys813.html>

# Welle-Teilchen-Dualismus

**Alles** ist gleichzeitig Welle und Teilchen.

# Alles

## Materiewellen

$$\mathbf{p} = \hbar \mathbf{k} = \frac{h}{\lambda}$$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

- **de Broglie**, 1922: Wenn Wellen Teilchen sind, muss das auch umgekehrt gelten.
- Photonen, Elektronen, Elementarteilchen
- Aber auch daraus zusammengesetzte Teilchen: Atome und Moleküle
- Also: alles



Aussprache: [http://de.forvo.com/word/louis-victor\\_de\\_broglie/](http://de.forvo.com/word/louis-victor_de_broglie/)

# Alles

- **de Broglie**, 1922: Wenn Wellen Teilchen sind, muss das auch umgekehrt gelten.
- Photonen, Elektronen, Elementarteilchen
- Aber auch daraus zusammengesetzte Teilchen: Atome und Moleküle
- Also: alles

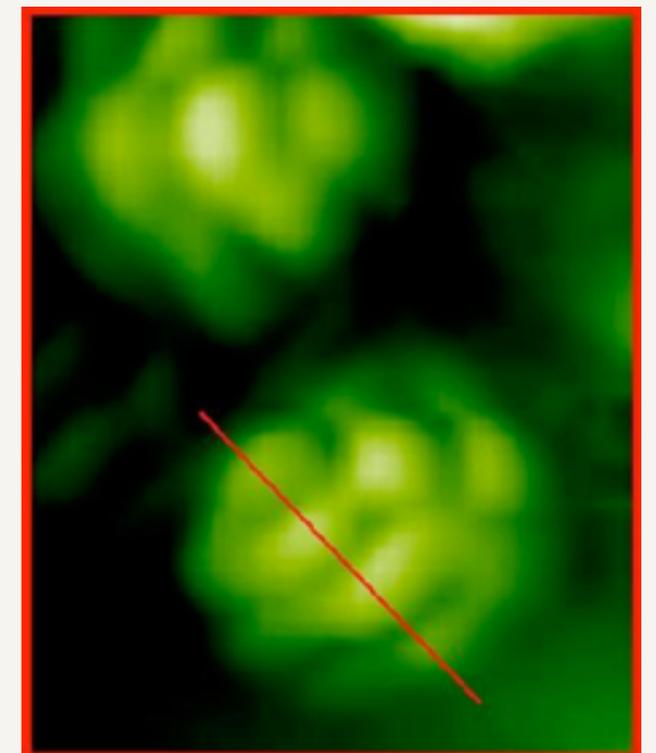
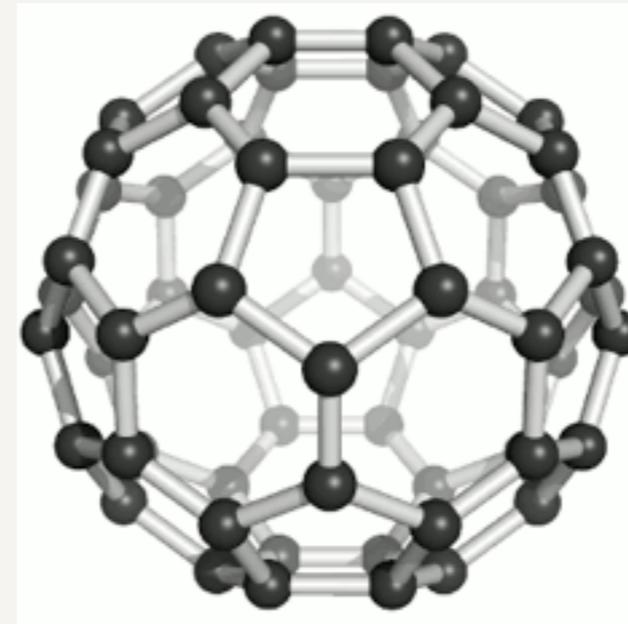


Aussprache: [http://de.forvo.com/word/louis-victor\\_de\\_broglie/](http://de.forvo.com/word/louis-victor_de_broglie/)

## Wo ist die Grenze?

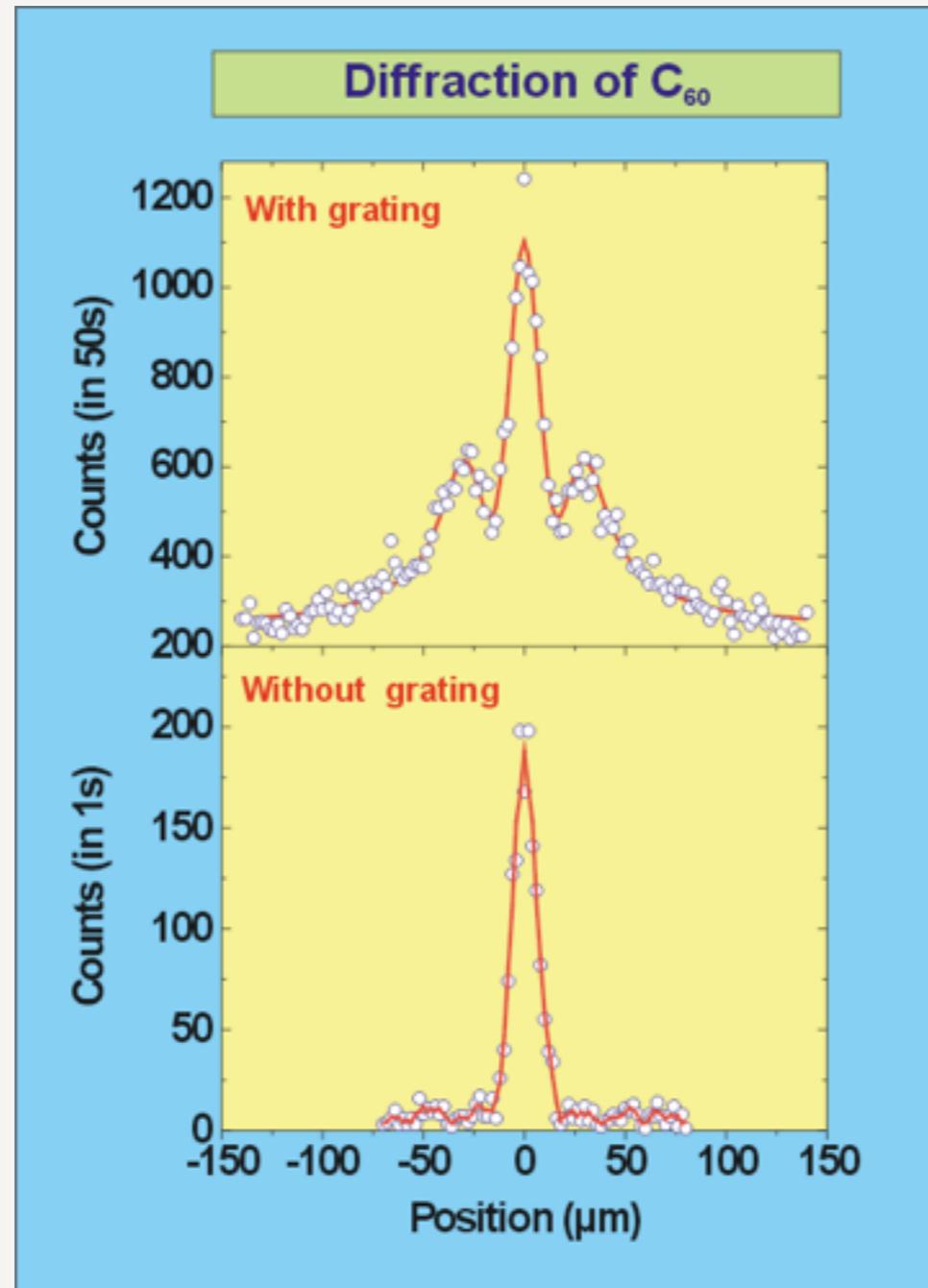
# Molekül-Interferenz

- **Zeilinger** und **Arndt**, 1999:  
Fullerene
- 60 Kohlenstoffatome mit  
Masse 720 u.
- ca. 1 nm groß
- Erzeugt Wärmestrahlung  
wie ein großer Körper



<http://www.quantenphysik-schule.de/fullerene.htm>

# Molekül-Interferenz



<http://www.univie.ac.at/qfp/research/matterwave/c60/index.html>

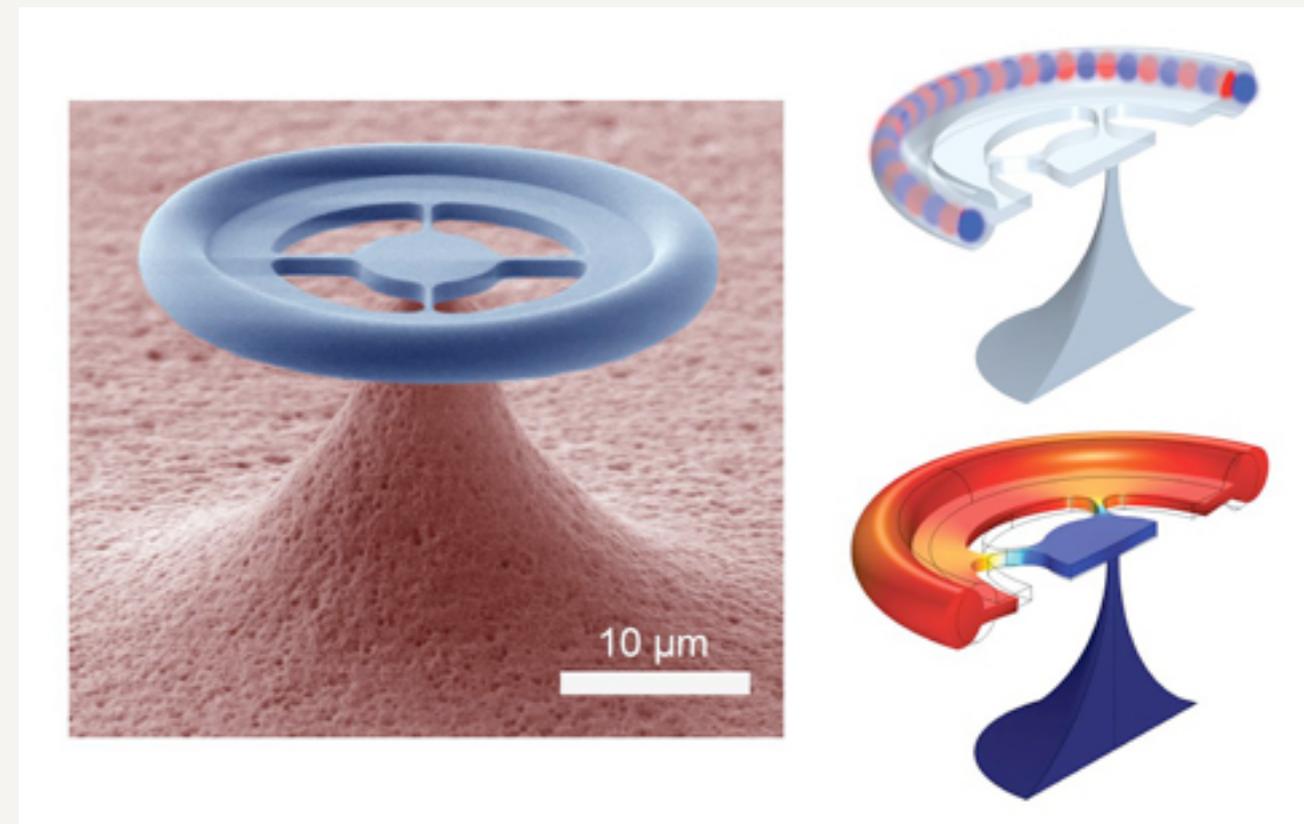
# Wo ist die Grenze?



<http://homepage.univie.ac.at/Markus.Arndt/>

# Wo ist die Grenze?

- Diese mit dem bloßen Auge sichtbare Objekt ist in einen quantenmechanischen Überlagerungszustand gebracht worden.



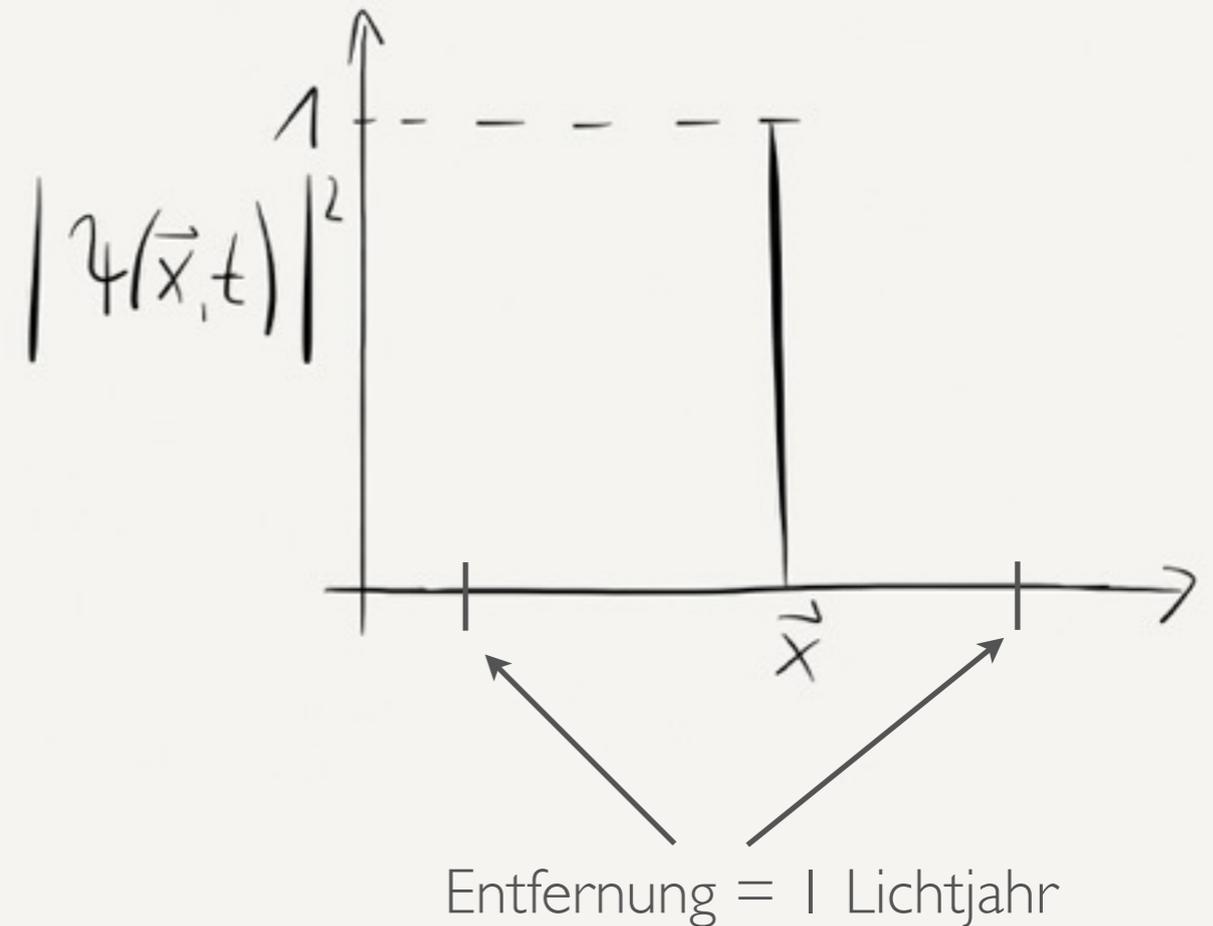
E.Verhagen\*, S. Deléglise\*, S. Weis\*, A. Schliesser\* and T.J. Kippenberg  
"Quantum-coherent coupling of a mechanical oscillator to an optical cavity mode"  
[Nature 482, 63-67](#)

# Welle-Teilchen-Dualismus

Alles ist **gleichzeitig** Welle und Teilchen.

# Kollaps der Wellenfunktion

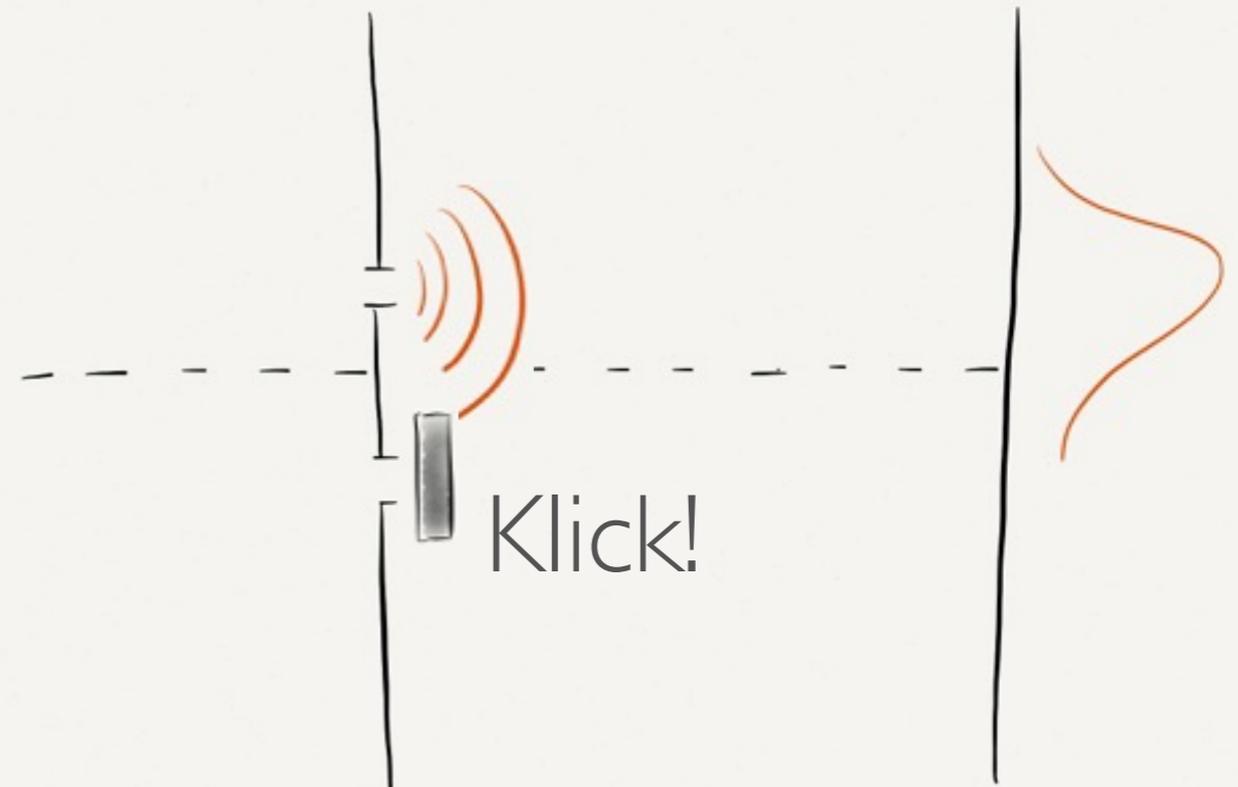
- Der Kollaps ist ohne zeitlichen Verlauf, d.h. instantan.
- Wie kann es sein, dass zwei ganz weit entfernte Orte gleichzeitig in Frage kommen, dass dort **ein** Teilchen auftaucht?
- Wie wird aus einer Möglichkeit eine Tatsache?



# Welcher Weg?

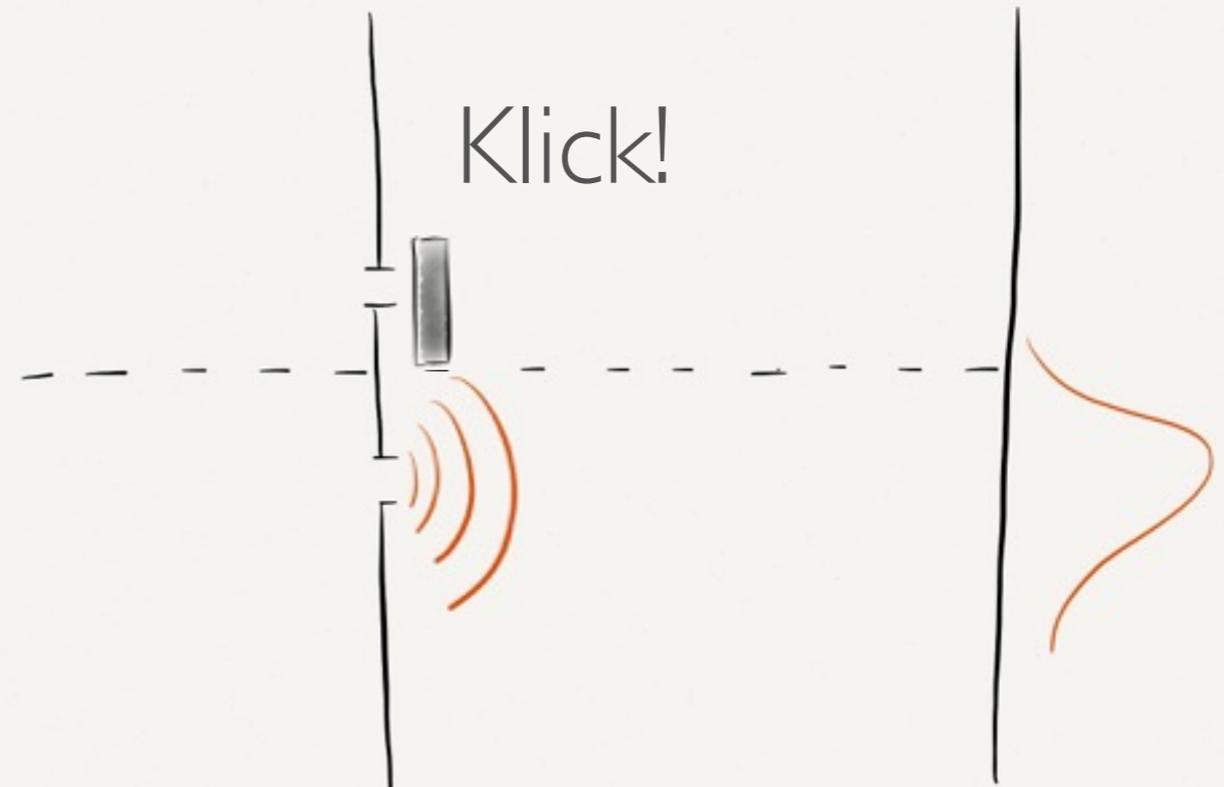
# Einfluss der Beobachtung Welcher Weg?

- Messapparat beeinflusst zwingend das Messergebnis, ja sogar ob Welle- oder Teilcheneigenschaften beobachtet werden können.
- Teilchen teilt sich auf?

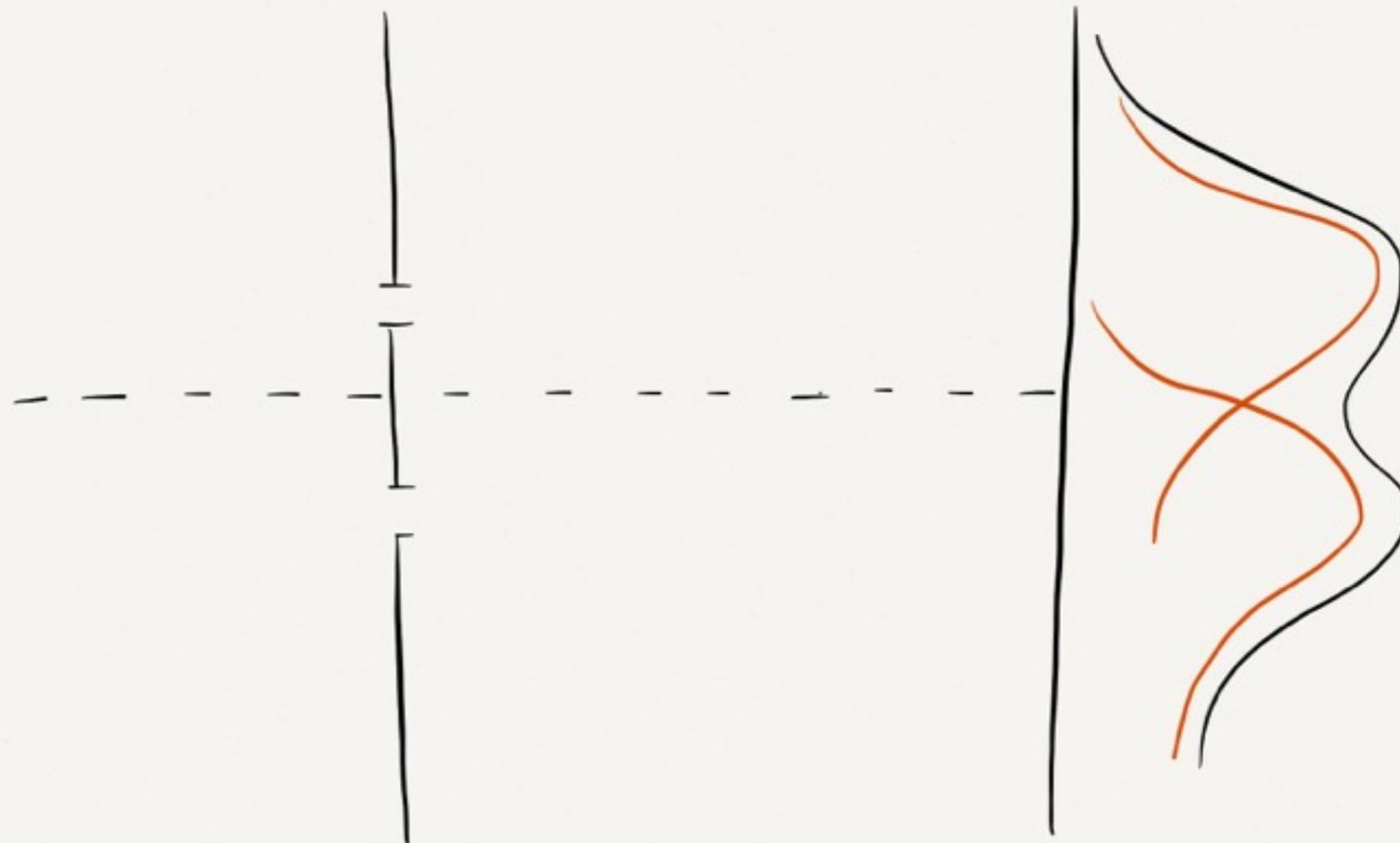


# Einfluss der Beobachtung Welcher Weg?

- Messapparat beeinflusst zwingend das Messergebnis, ja sogar ob Welle- oder Teilcheneigenschaften beobachtet werden können.
- Teilchen teilt sich auf?



# Einfluss der Beobachtung Welcher Weg?



Nacheinander geöffnet:  
keine Interferenz!

# Heisenberg'sche Unschärferelation

- Von einem Teilchen kann nicht gleichzeitig der Ort und Impuls mit beliebiger Genauigkeit bestimmt werden.
- Schärfer formuliert: es gibt keine und kann keine Wellenfunktion geben, die diese Relation verletzt.
- **Es ist also nicht die Unfähigkeit zu messen, sondern das System ist prinzipiell gar nicht bestimmt!**

$$\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{\hbar}{2}$$