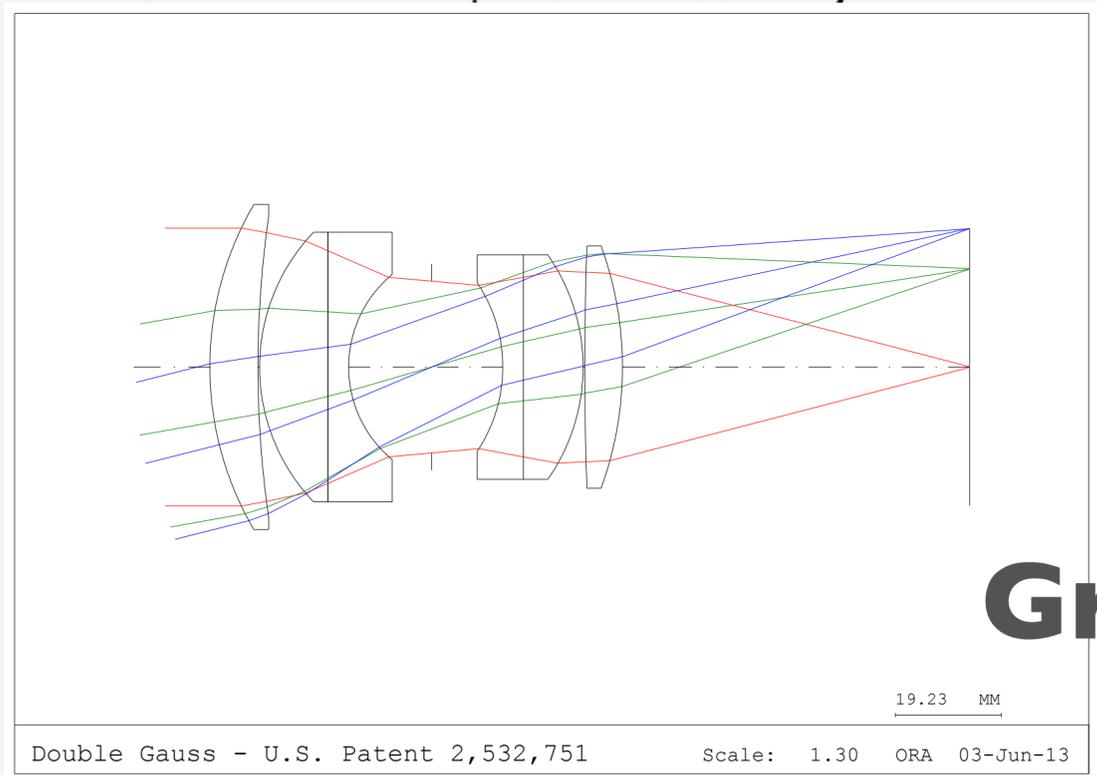
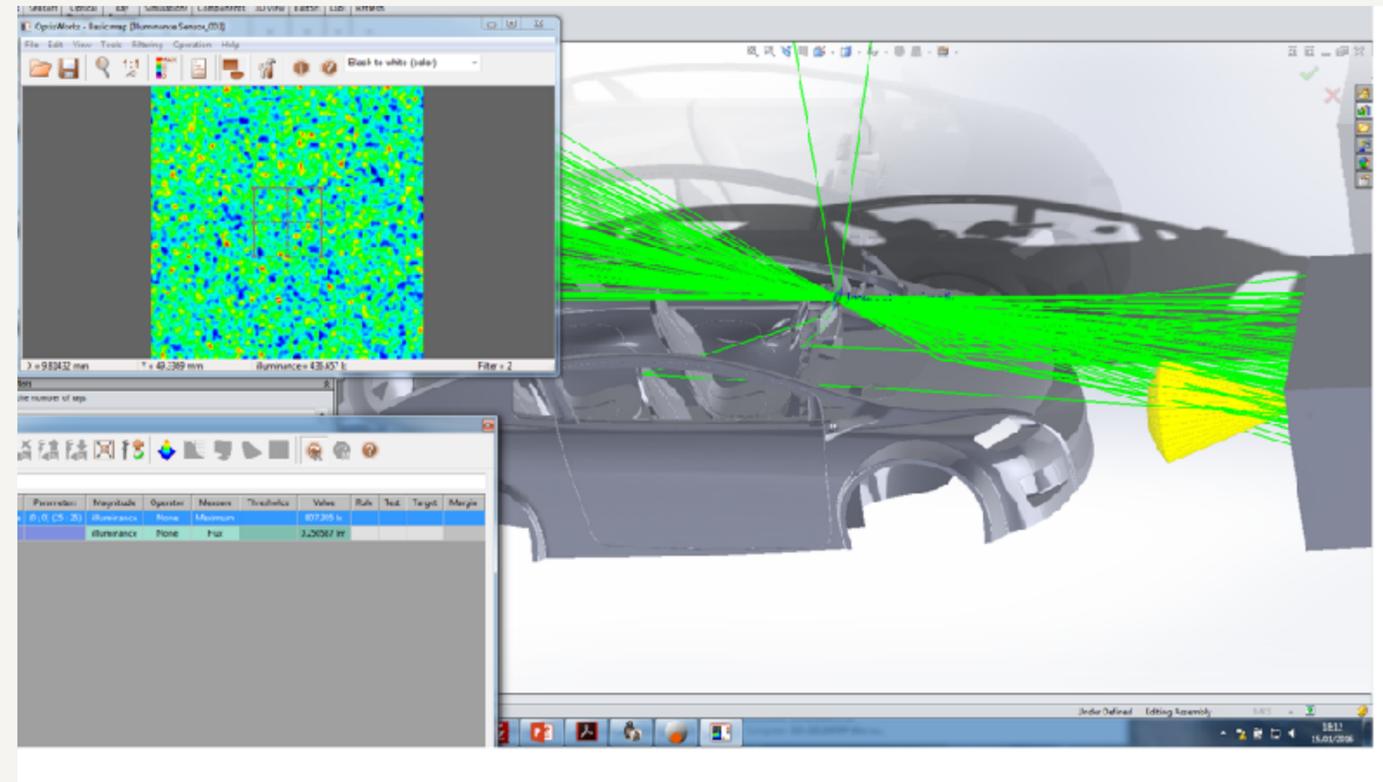
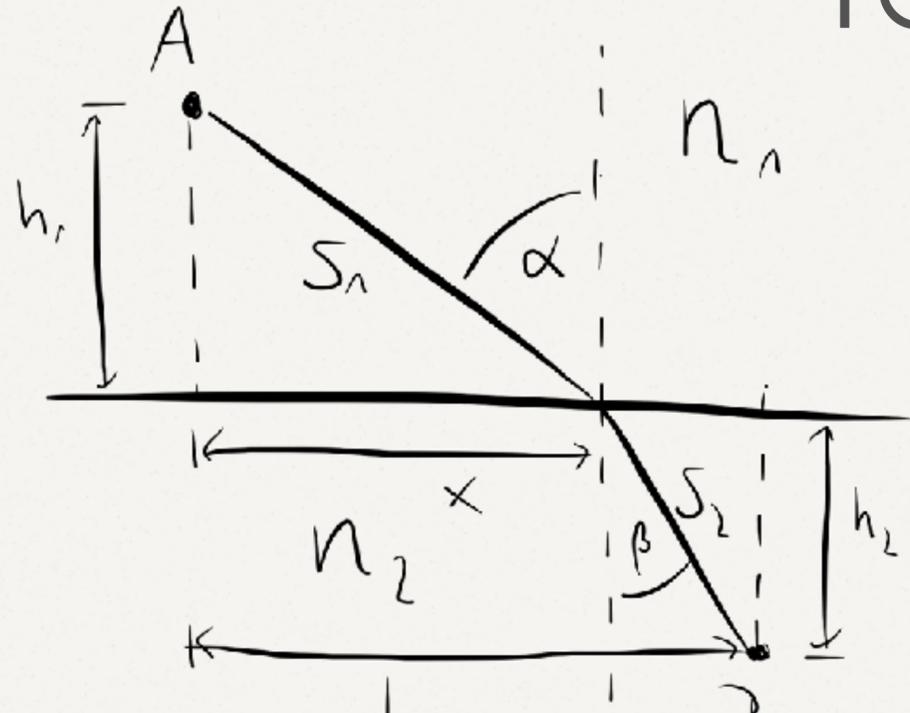


# Technische Raytracer



$$\mathbf{u}' = \frac{n_1}{n_2} \cdot \mathbf{u} - \mathbf{n} \left[ \frac{n_1}{n_2} \mathbf{n} \cdot \mathbf{u} - \sqrt{1 - \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 (1 - (\mathbf{n} \cdot \mathbf{u})^2)} \right]$$

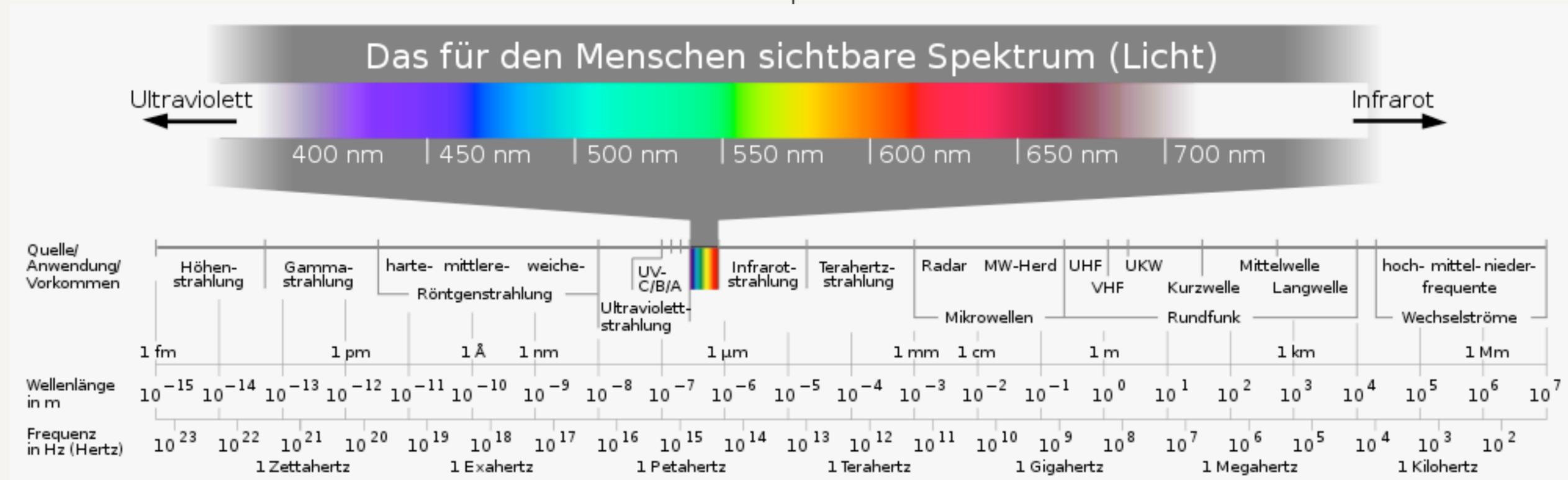
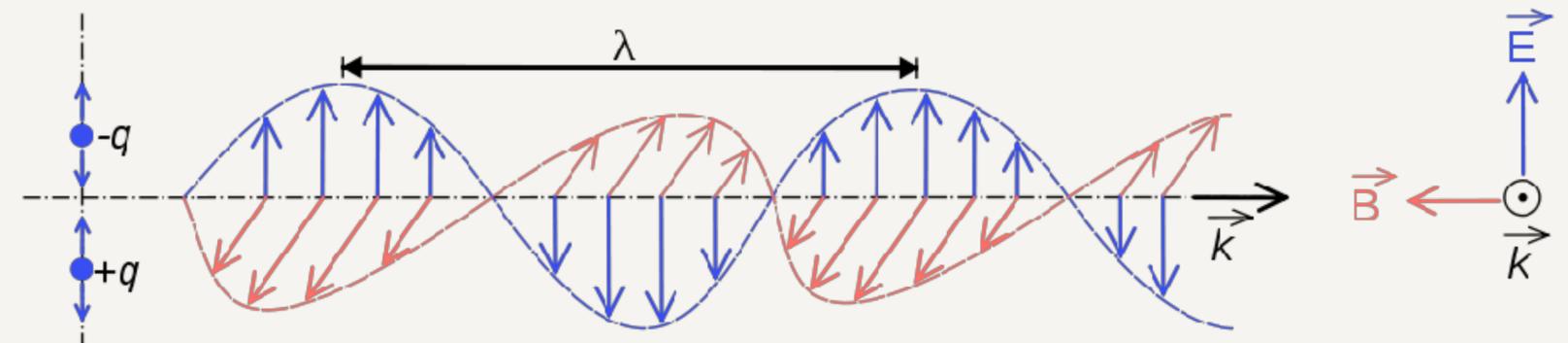
## Grundlagen der Optik

# Lichtstrahlen

# Was ist Licht?

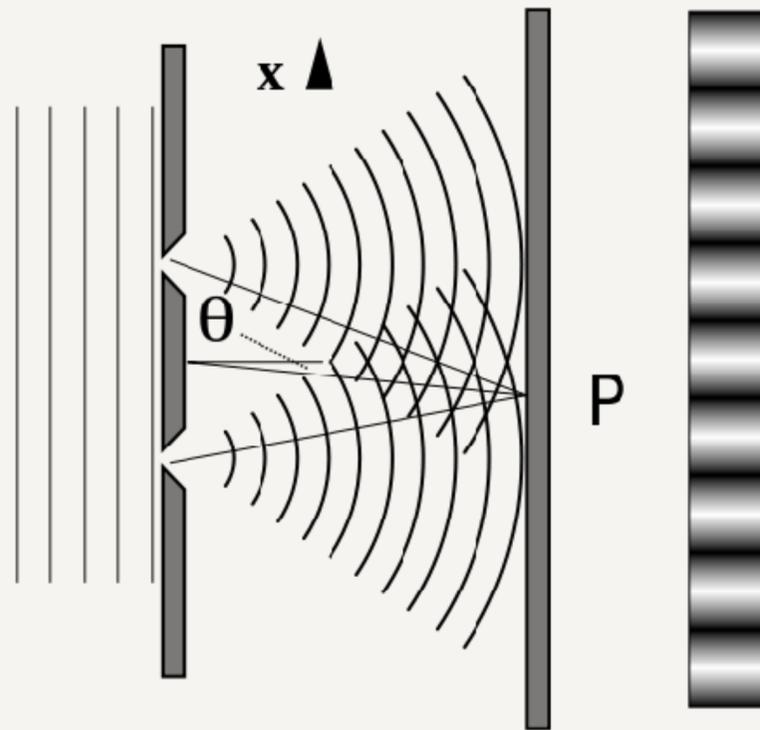
$$\mathbf{E}(\mathbf{x}, t) = \mathbf{E}_0 e^{-i\mathbf{k}\mathbf{x}} \cdot e^{i\omega t}$$

- Elektromagnetische Welle
- Transversalwelle
- Polarisation

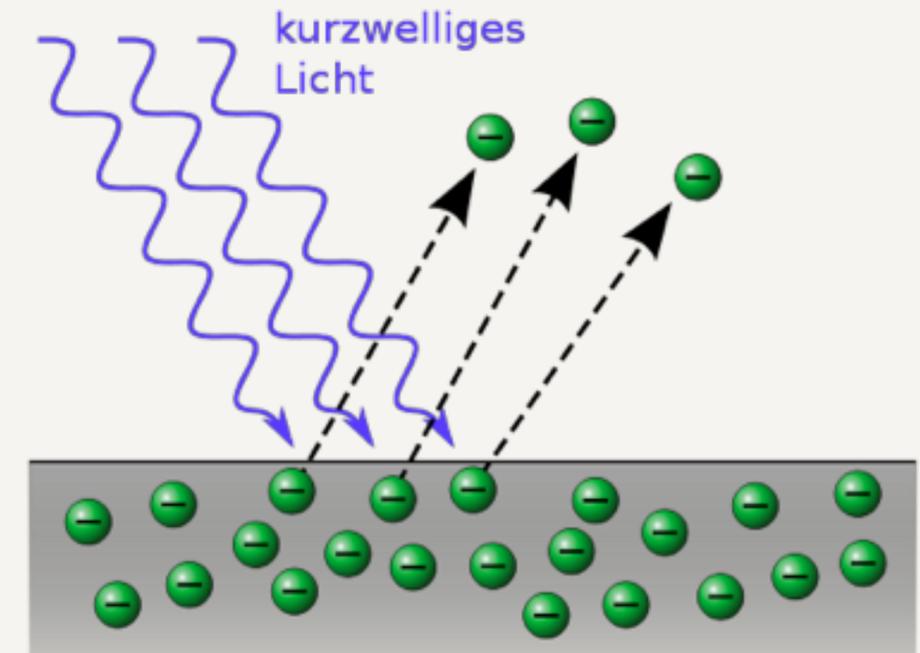


# Was ist Licht?

## Grundsätzliche Erklärung



- Welle-Teilchen-Dualismus
- Welle: Young'scher Doppelspalt (1802)
- Teilchen: Einstein'scher Photoeffekt (1905)
- In dieser Vorlesung weder Welle noch Teilchen!

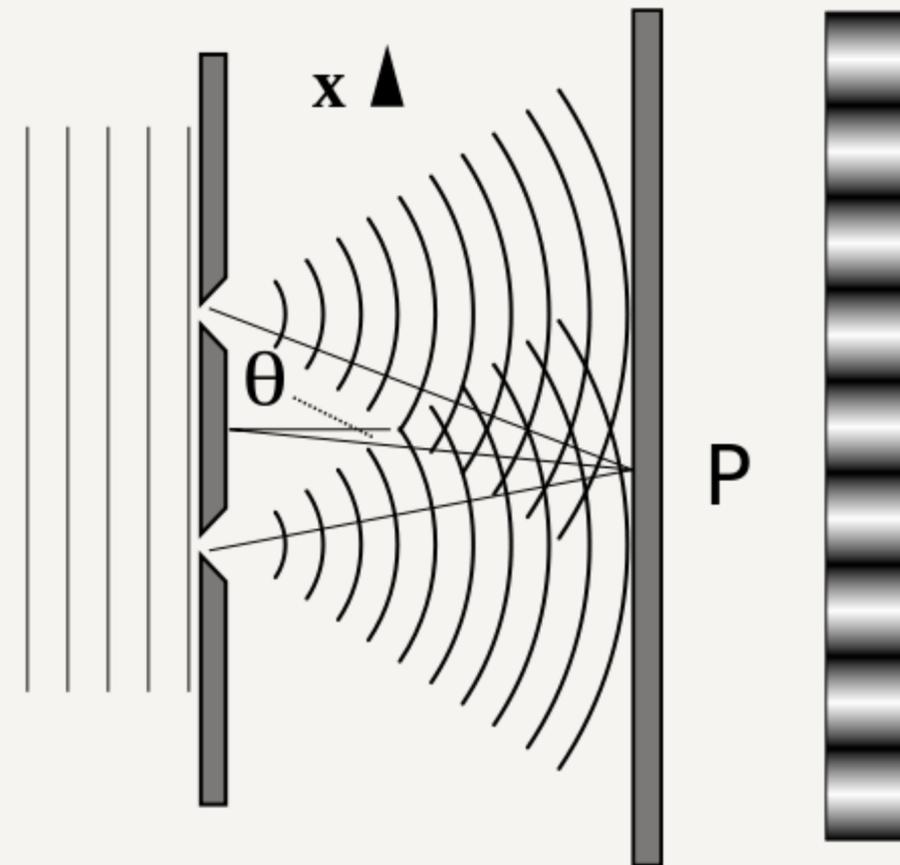


Quelle: Wikipedia



# Young'sches Doppelspaltexperiment

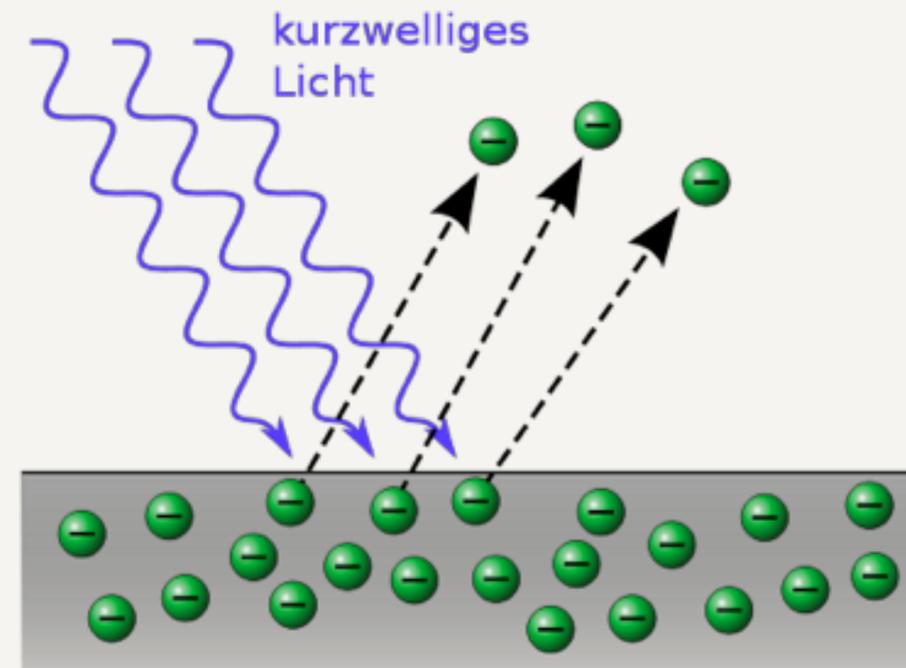
- Zwei Elementarwellen gehen von den Spalten aus
- Aufgrund unterschiedlicher Phasen am Punkt P interferieren sie konstruktiv oder destruktiv
- Es entsteht ein Streifenmuster auf dem Schirm



# Photoelektrischer Effekt nach Einstein

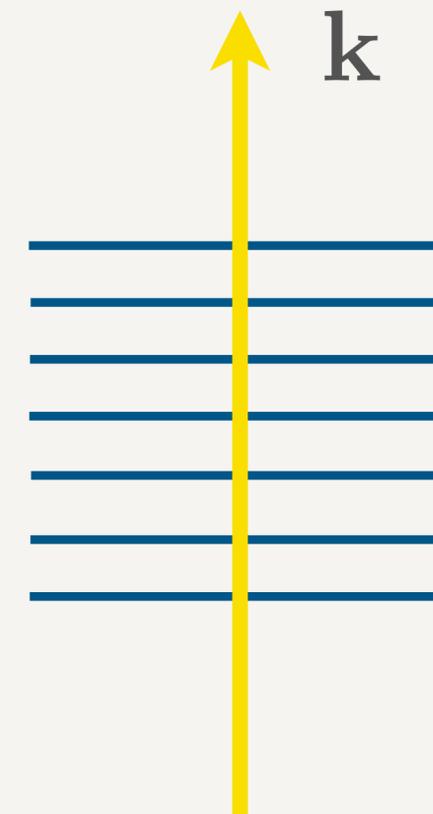
- Austrittsgeschwindigkeit der Elektronen hängt nicht von der Intensität sondern der Frequenz des Lichtes ab.
- Licht besteht aus Teilchen - den Photonen - mit einem Impuls

$$\mathbf{p} = \hbar \mathbf{k}$$



# Lichtstrahlen

- Es gibt keine Lichtstrahlen!
- Lichtstrahlen sind ein sehr praktisches Hilfskonstrukt zur Veranschaulichung.
- Sie stellen den physikalisch wichtigen Grenzfall der ebenen Welle dar.
- Lichtstrahlen können gebraucht werden, wenn alle relevanten Maße des optischen Systems groß im Vergleich zur Wellenlänge des Lichts sind.

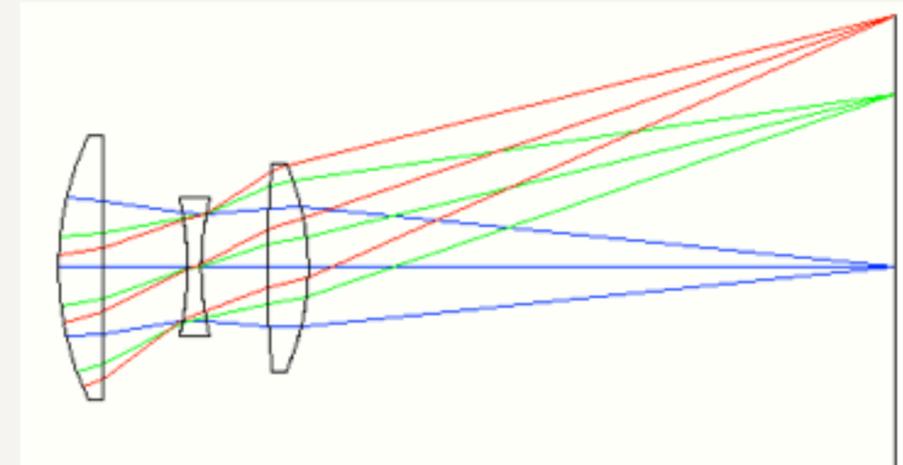


$$\mathbf{E}(\mathbf{x}, t) = \mathbf{E}_0 e^{-i\mathbf{k}\mathbf{x}} \cdot e^{i\omega t}$$

Ebene Welle

# Lichtstrahlen

Quelle: Zemax Corp.



- Sichtbares Licht hat eine Wellenlänge von 400nm bis fast 800nm.
- Beispiel für Lichtstrahlen: Kameraobjektiv
- Gegenbeispiel: CD in Reflexion betrachtet. Die Bits sind 1 bis 2  $\mu\text{m}$  groß.



# Fermat'sches Prinzip und Snelliussches Brechungsgesetz

# Fermat'sches Prinzip

- Welchen Weg nehmen die Lichtstrahlen?
- Schon bei den alten Griechen bekannt: Licht nimmt bei Reflexion die kürzeste Strecke
- Das inspirierte Pierre de Fermat im 17. Jahrhundert zu der Formulierung des Prinzips:



*Licht nimmt immer den Weg, der am wenigsten Zeit benötigt.*

# Reflexionsgesetz

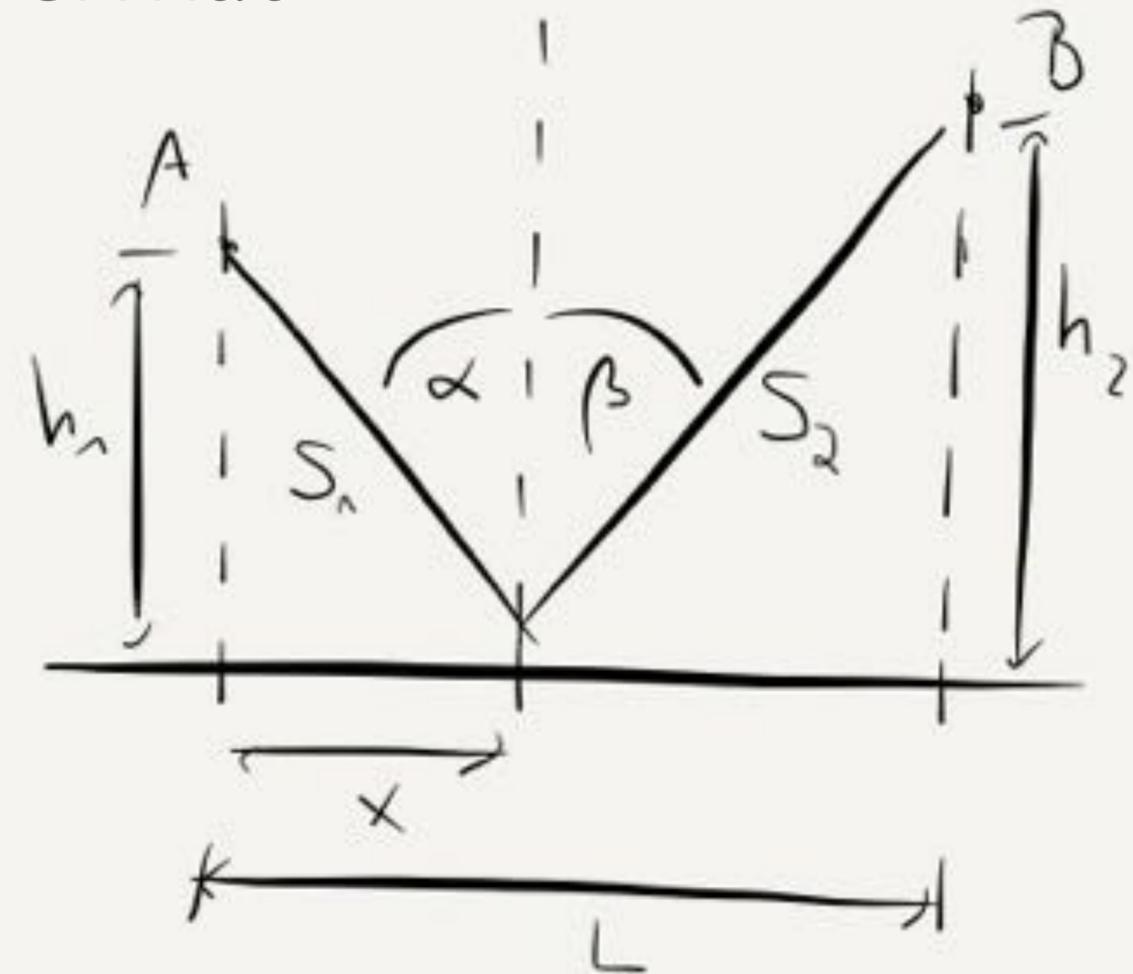
## Herleitung nach Fermat

- Reflexionsgesetz:

$$\alpha = \beta$$

- Einfallswinkel = Ausfallswinkel

$$\begin{aligned}
 t &= t_1 + t_2 \\
 &= \frac{s_1}{c} + \frac{s_2}{c} \\
 \Rightarrow \frac{d}{dx} \left[ \frac{s_1}{c} + \frac{s_2}{c} \right] &\stackrel{!}{=} 0 && \text{Phytagoras} \\
 0 &= \frac{1}{c} \cdot \frac{d}{dx} \left[ \sqrt{h_1^2 + x^2} + \sqrt{h_2^2 + (L-x)^2} \right] \\
 &= \frac{1}{c} \left[ \frac{x}{\sqrt{h_1^2 + x^2}} - \frac{L-x}{\sqrt{h_2^2 + (L-x)^2}} \right] \\
 &= \frac{1}{c} \left[ \frac{x}{s_1} - \frac{L-x}{s_2} \right]
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 \Rightarrow \frac{x}{s_1} &= \frac{L-x}{s_2} \\
 \Rightarrow \sin(\alpha) &= \sin(\beta) \\
 \Rightarrow \alpha &= \beta
 \end{aligned}$$

# Lichtgeschwindigkeit in Medien

- In unterschiedlichen Materialien (Glas, Wasser) ändert sich die Lichtgeschwindigkeit:

$$c_0 = n \cdot c_M$$

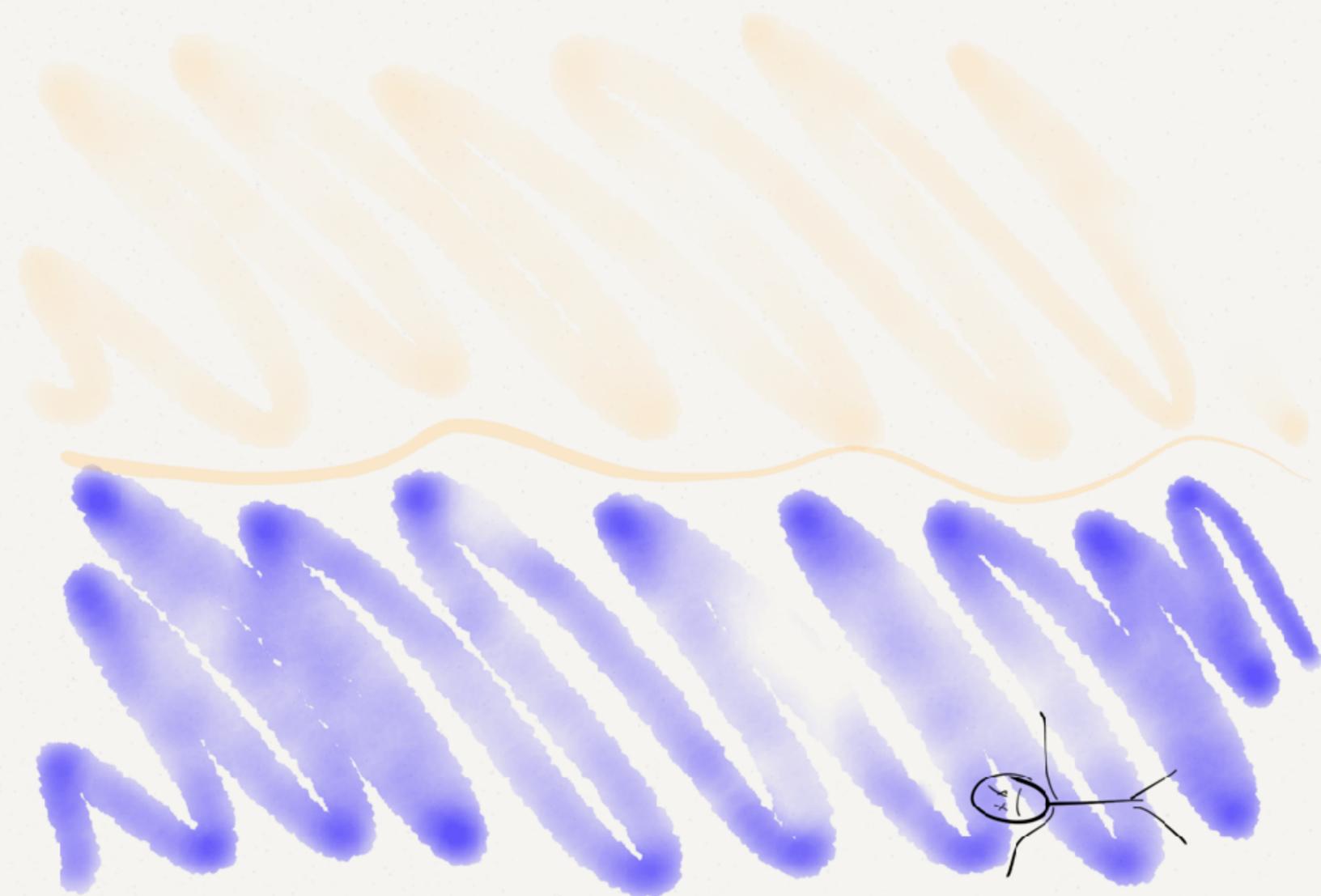
- Die Proportionalitätskonstante  $n$  nennt man „Brechungsindex“

Material	Brechungsindex
Luft	1.00
Wasser	1.33
Glas	1.52
Diamant	2.42

Medien mit hohem Brechungsindex nennt man optisch dicht.

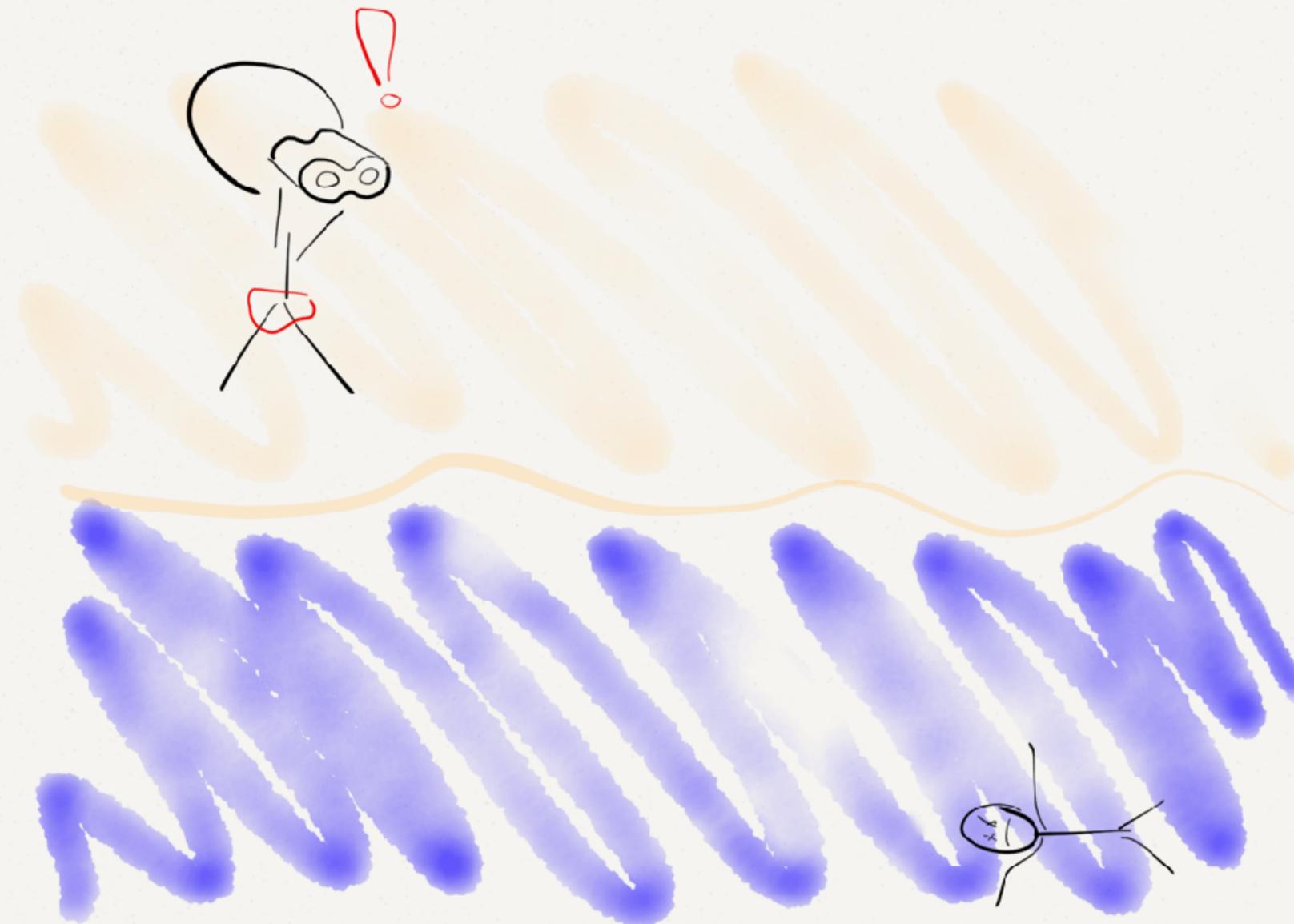
# Snellius'sches Brechungsgesetz

## Veranschaulichung des Fermat'schen Prinzips



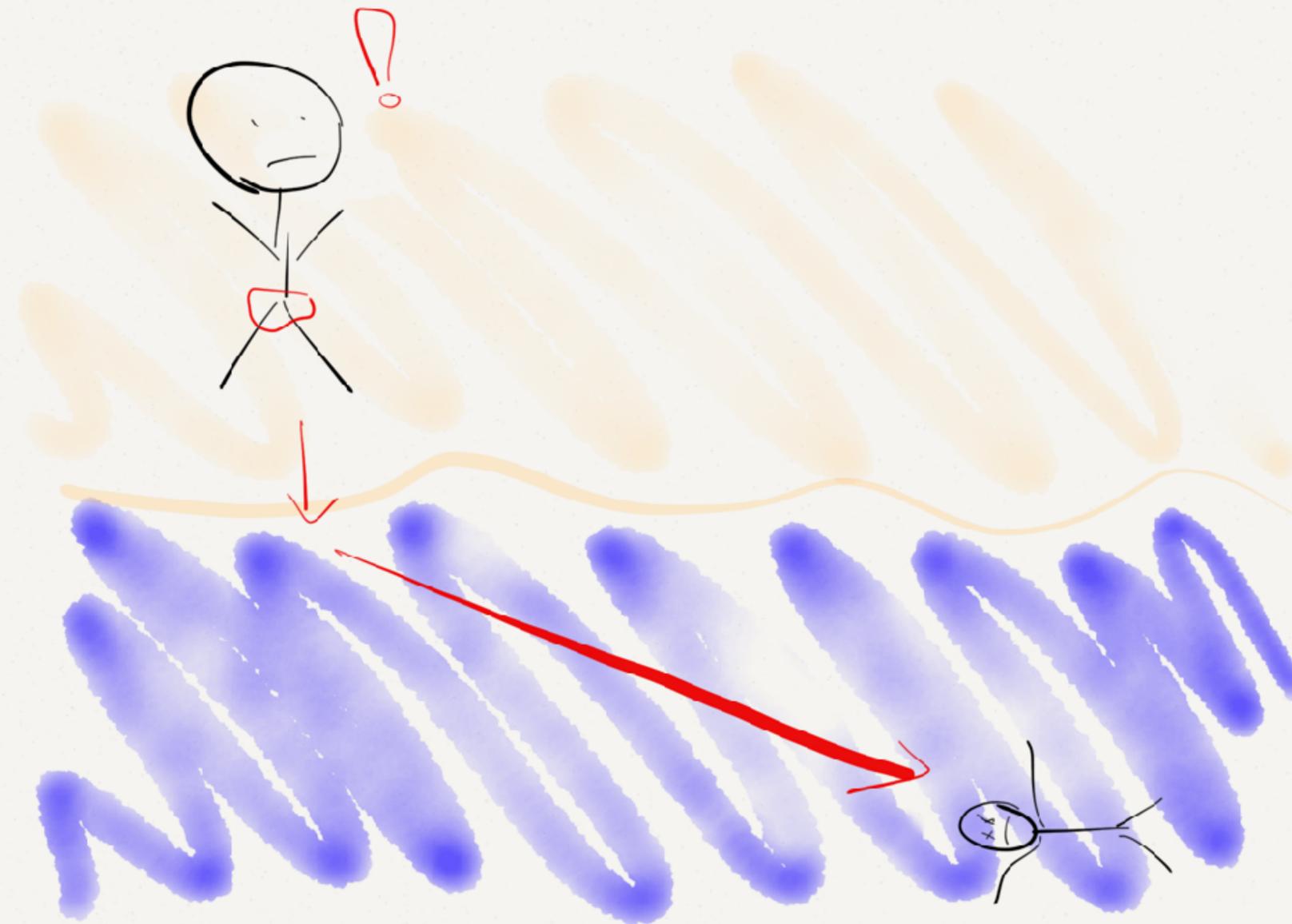
# Snellius'sches Brechungsgesetz

## Veranschaulichung des Fermat'schen Prinzips



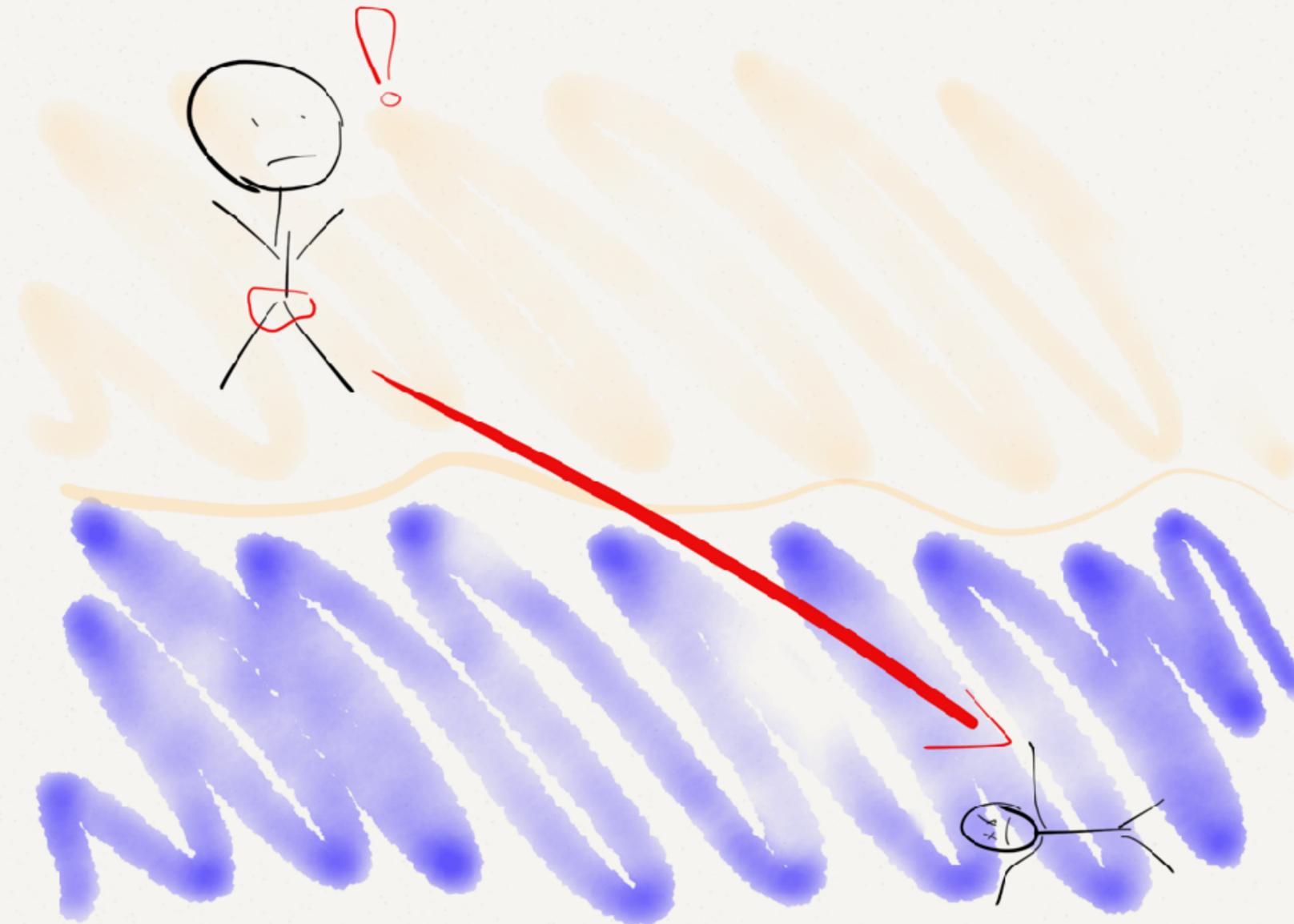
# Snellius'sches Brechungsgesetz

## Veranschaulichung des Fermat'schen Prinzips



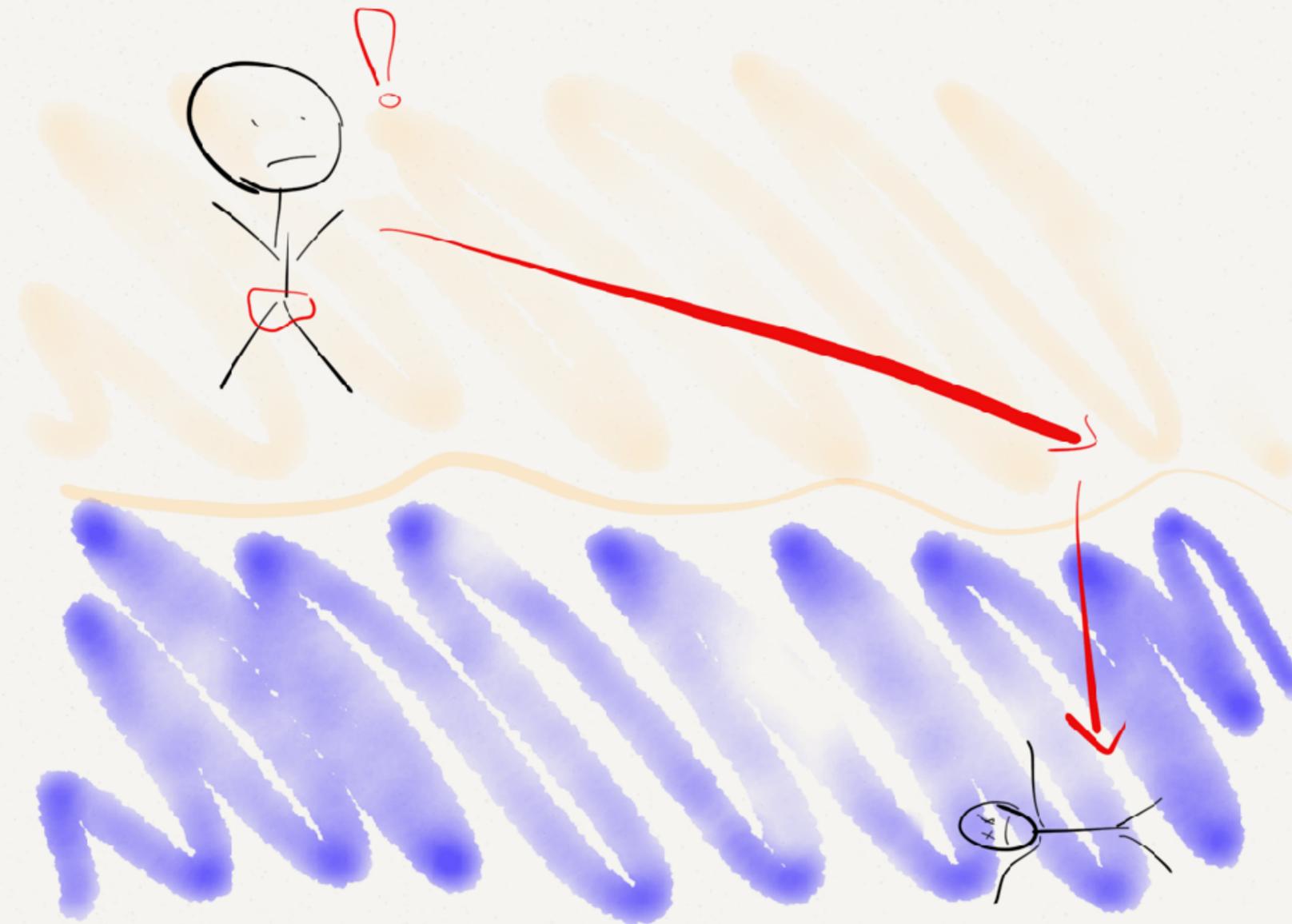
# Snellius'sches Brechungsgesetz

## Veranschaulichung des Fermat'schen Prinzips



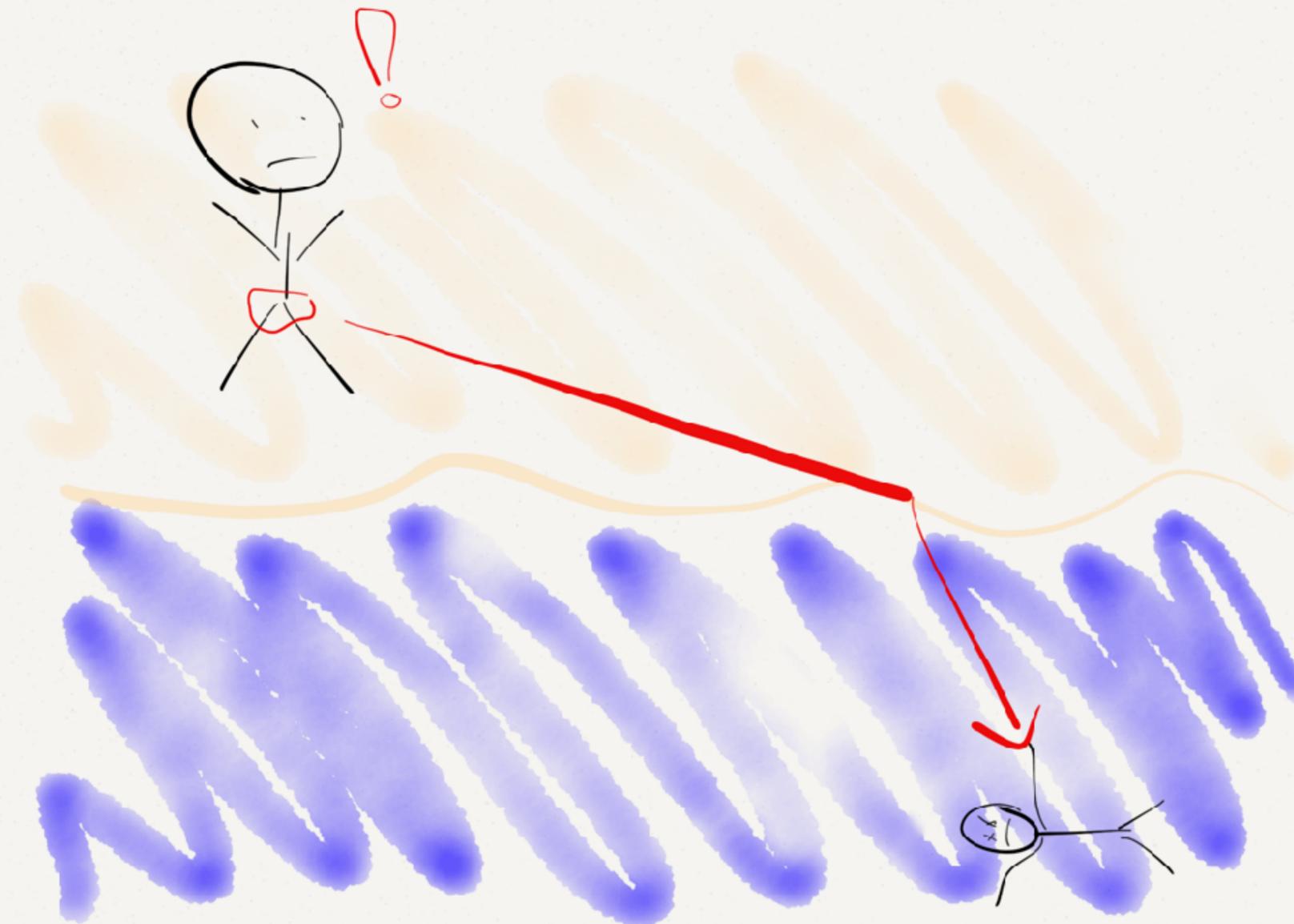
# Snellius'sches Brechungsgesetz

## Veranschaulichung des Fermat'schen Prinzips



# Snellius'sches Brechungsgesetz

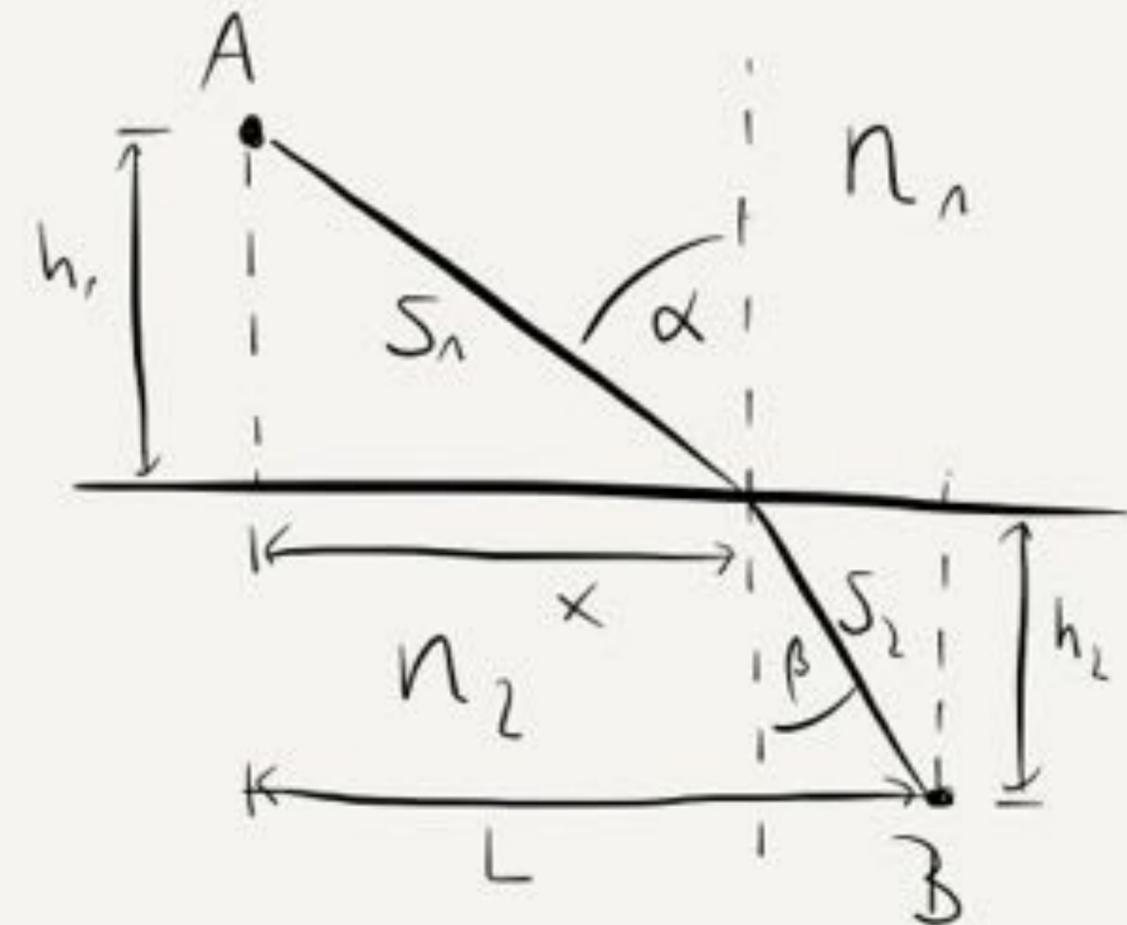
## Veranschaulichung des Fermat'schen Prinzips



# Snellius'sches Brechungsgesetz

## Herleitung nach Fermat

- Lichtgeschwindigkeit in einem Medium ist langsamer als im Vakuum
- Darum ist die schnellste Strecke nicht mehr eine Gerade
- Merkbeispiel: Rettungsschwimmer rettet ertrinkenden Schwimmer. Am Strand schneller als im Wasser.



$$t = \frac{s_1}{c/n_1} + \frac{s_2}{c/n_2} = \frac{n_1 \cdot s_1}{c} + \frac{n_2 \cdot s_2}{c}$$

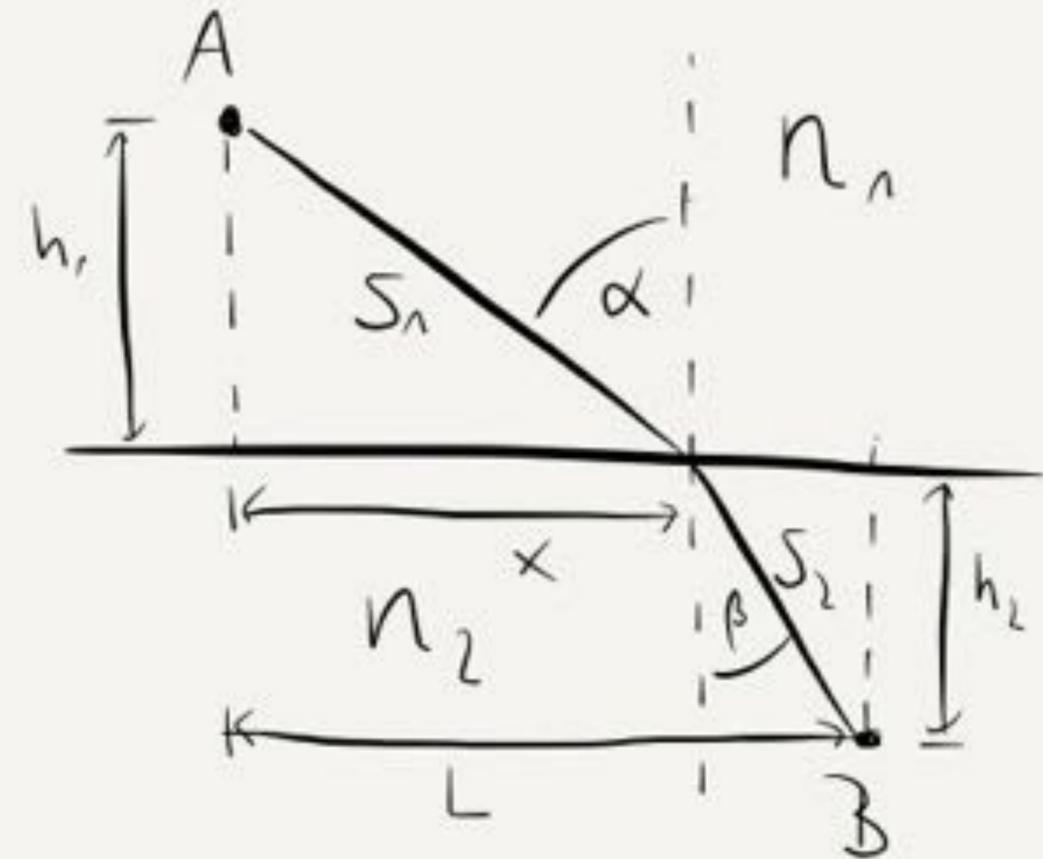
$$\frac{d}{dx} t = \frac{n_1}{c} \cdot \frac{x}{s_1} - \frac{n_2}{c} \cdot \frac{L-x}{s_2} \stackrel{!}{=} 0$$

$$\Rightarrow n_1 \cdot \sin \alpha = n_2 \cdot \sin \beta$$

$$n_1 \cdot \sin \alpha = n_2 \cdot \sin \beta$$

# Aufgabe Brechungsgesetz

- Berechnen und zeichnen Sie den Übergang eines Lichtstrahls von
  - a. Luft nach Glass (1.00 nach 1.52) bei  $20^\circ$
  - b. Luft nach Wasser (1.00 nach 1.33) bei  $30^\circ$
  - c. Glass nach Wasser (1.52 nach 1.33) bei  $40^\circ$



# Totalreflexion

Ab einem Grenzwinkel kann der Lichtstrahl nicht nach außen brechen.

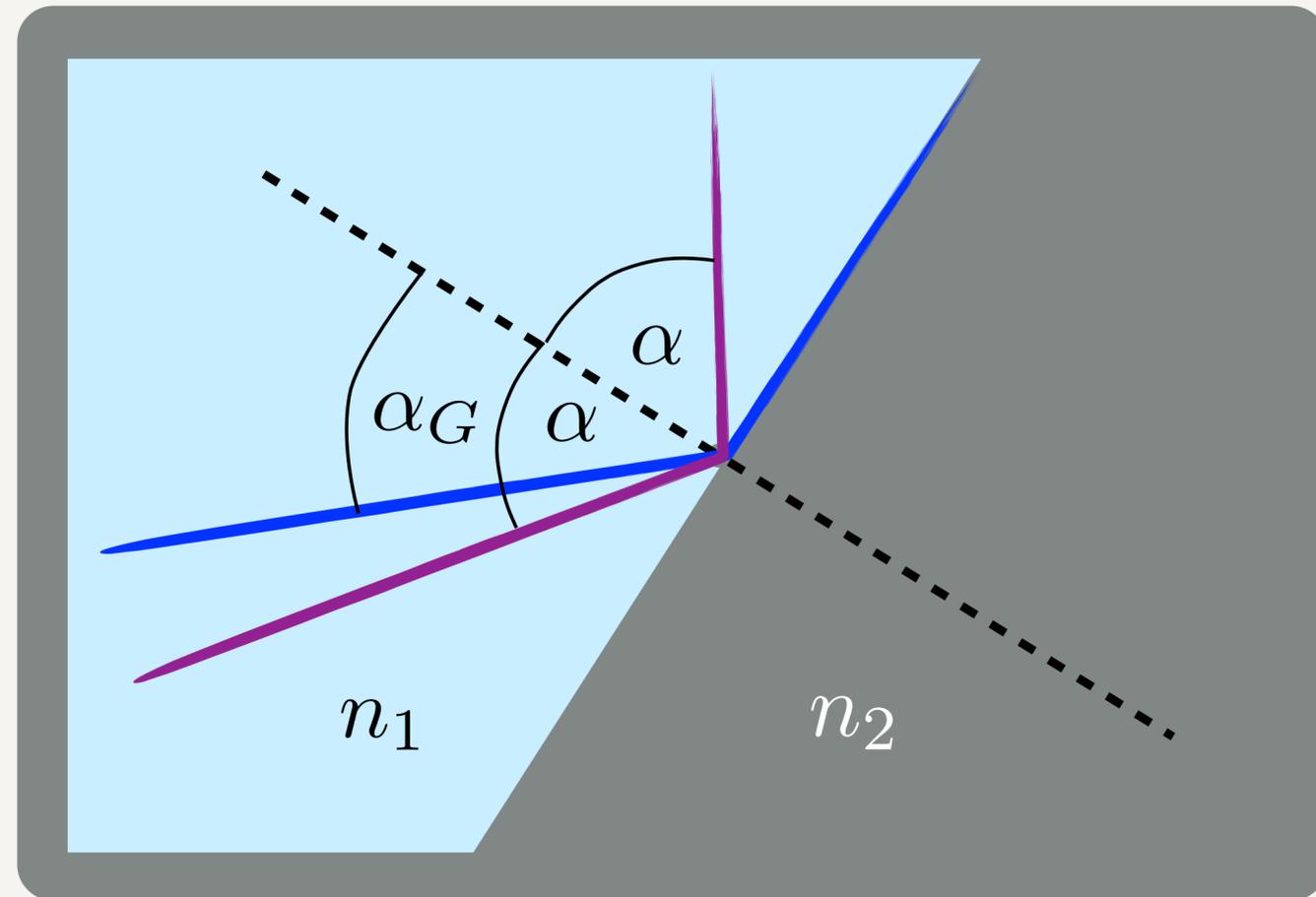
$$n_1 \cdot \sin \alpha_G = n_2 \cdot \sin 90^\circ$$

$$\Rightarrow \alpha_G = \arcsin \left( \frac{n_2}{n_1} \right)$$

Alle Lichtstrahlen mit

$$\alpha > \alpha_G$$

werden vollständig reflektiert.



$$n_1 > n_2$$

# Totalreflexion

Ab einem Grenzwinkel kann der Lichtstrahl nicht nach außen brechen.

$$n_1 \cdot \sin \alpha_G = n_2 \cdot \sin 90^\circ$$

$$\Rightarrow \alpha_G = \arcsin \left( \frac{n_2}{n_1} \right)$$

Alle Lichtstrahlen mit

$$\alpha > \alpha_G$$

werden vollständig reflektiert.

Von	Nach	$\alpha_G$
Glas $n = 1.52$	Luft $n = 1.00$	$41.1^\circ$
Wasser $n = 1.33$	Luft $n = 1.00$	$48.8^\circ$
Glas $n = 1.52$	Wasser $n = 1.33$	$61.0^\circ$

# Folgerungen

- Umkehrbarkeit des Weges: wenn der Weg von A nach B bereits derjenige mit der kürzesten Zeit ist muss dies auch für die Gegenrichtung gelten. Licht geht immer in beide Richtungen!
- Als optische Pfadlänge wird das Produkt aus geometrischer Länge und Brechungsindex des jeweiligen Mediums bezeichnet.
- Bei einem variablen Brechungsindex ist es das Integral des Produkts:

$$OPL = \int_C n(x) dx$$

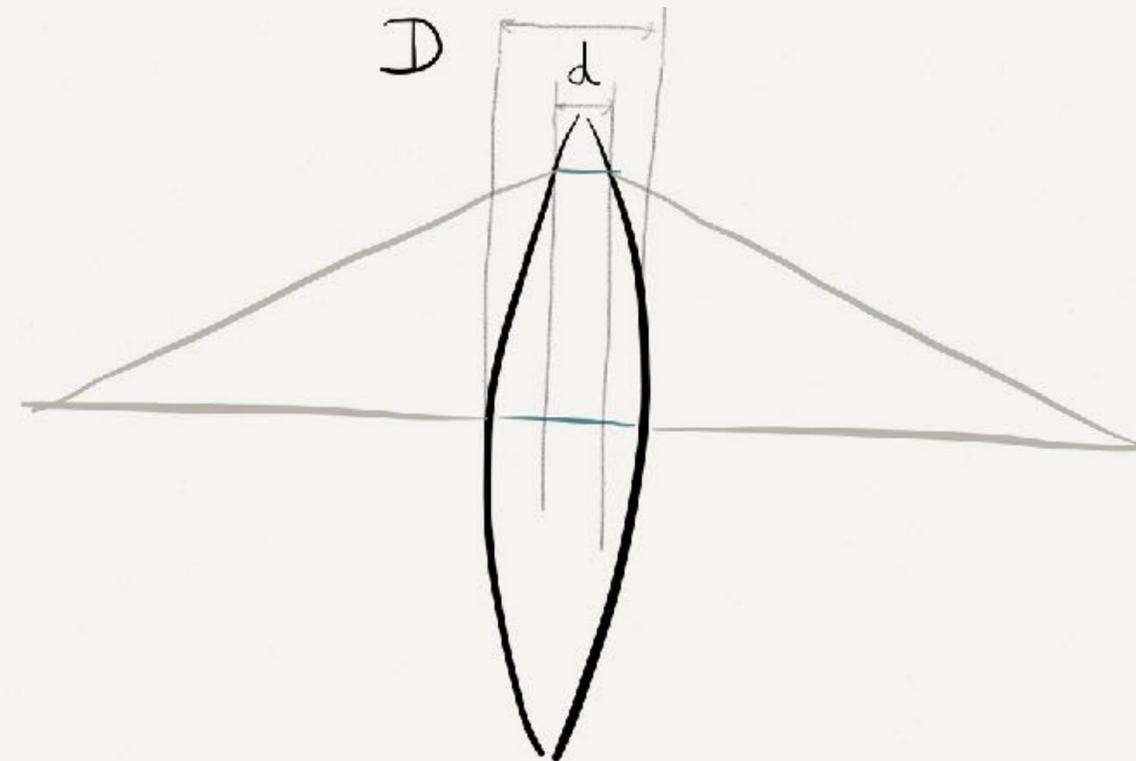
- In der refraktiven Optik wird zum Vergleich zweier Pfade auch von der optischen Pfad-Differenz (Optical Path Difference, OPD) gesprochen.

# Sonnenuntergang

- Wenn Sie die Sonne am Horizont untergehen sehen ist sie aus geometrischer Sicht bereits seit einigen Minuten unter dem Horizont. Diskutieren Sie in Gruppen und erklären das Phänomenen. Denken Sie dabei an Fermat!

# Linse

- Lichtwellen können nur verlangsamt werden, nicht beschleunigt
- Die kürzeste Strecke in der Mitte benötigt die größte Verlangsamung
- Zum Rand hin immer weniger Verlangsamung notwendig
- Alle Strecken müssen die gleiche optische Pfadlänge haben

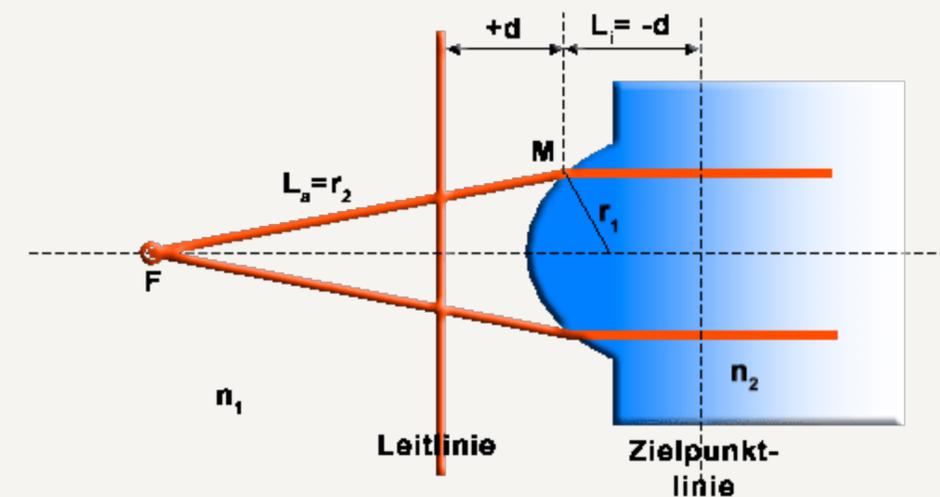
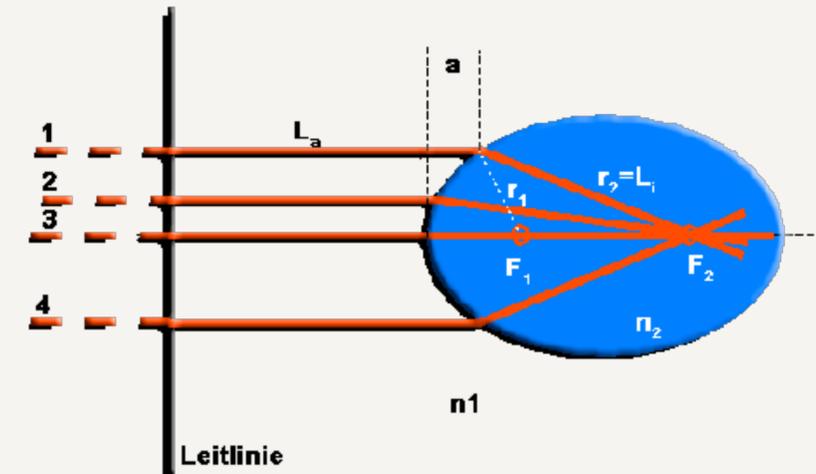


Fokussierung

# Linseform

## Asphärisch und sphärisch

- Nach Fermat'schen Prinzip:
  1. Parallele Strahlen, Linse: Ellipse
  2. Divergente Strahlen, Linse: Hyperbel
  3. Parallele Strahlen, Spiegel: Parabel
- Diese Flächenformen werden unter **asphärisch** zusammengefasst
- Es gibt keine Form, die gleichzeitig für alle Situationen perfekt funktioniert!
- In der Praxis werden (fast) immer Kugelflächen genommen, also **sphärische** Formen
- Sphärische Formen führen zu Abbildungsfehler

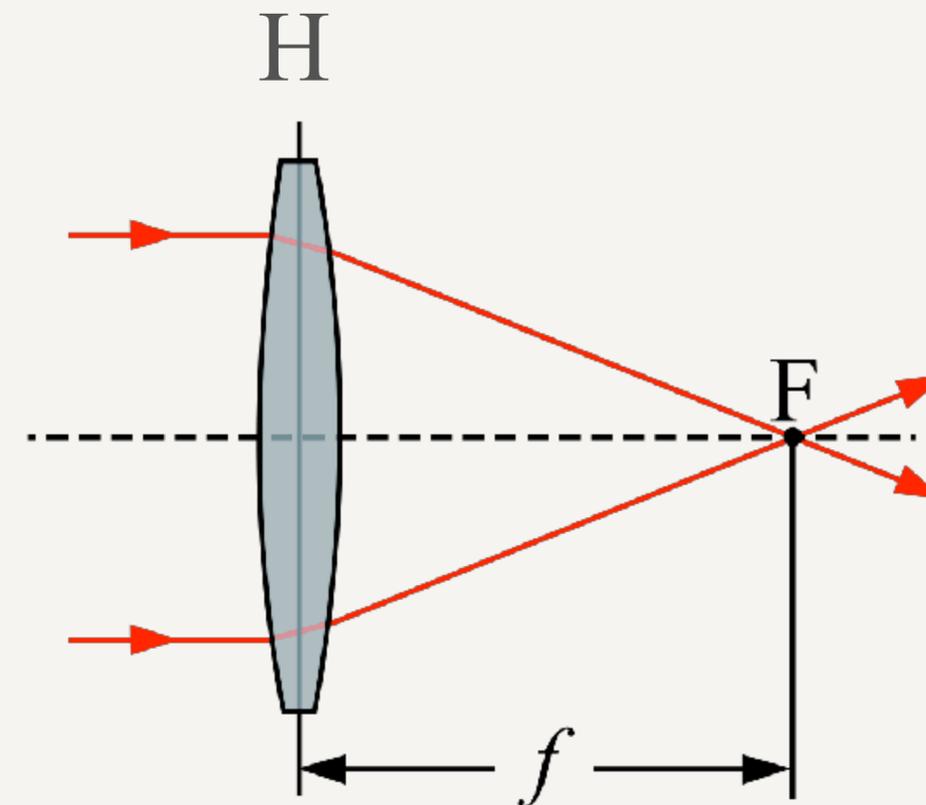


Bilder mit freundlicher Genehmigung von R. Rodloff, [geometrische-optik.de](http://geometrische-optik.de): [Linseform](http://geometrische-optik.de)

# Dünne Linse

## Brennweite

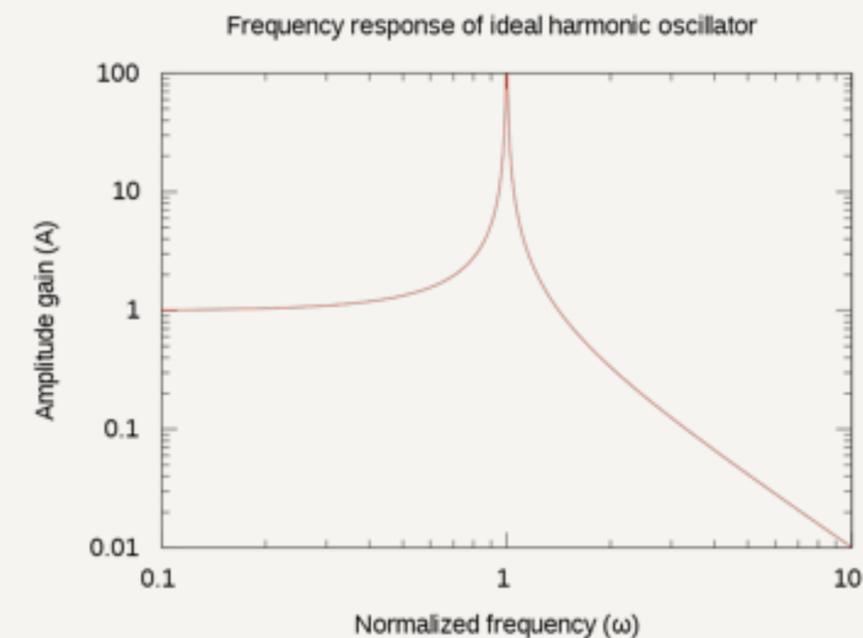
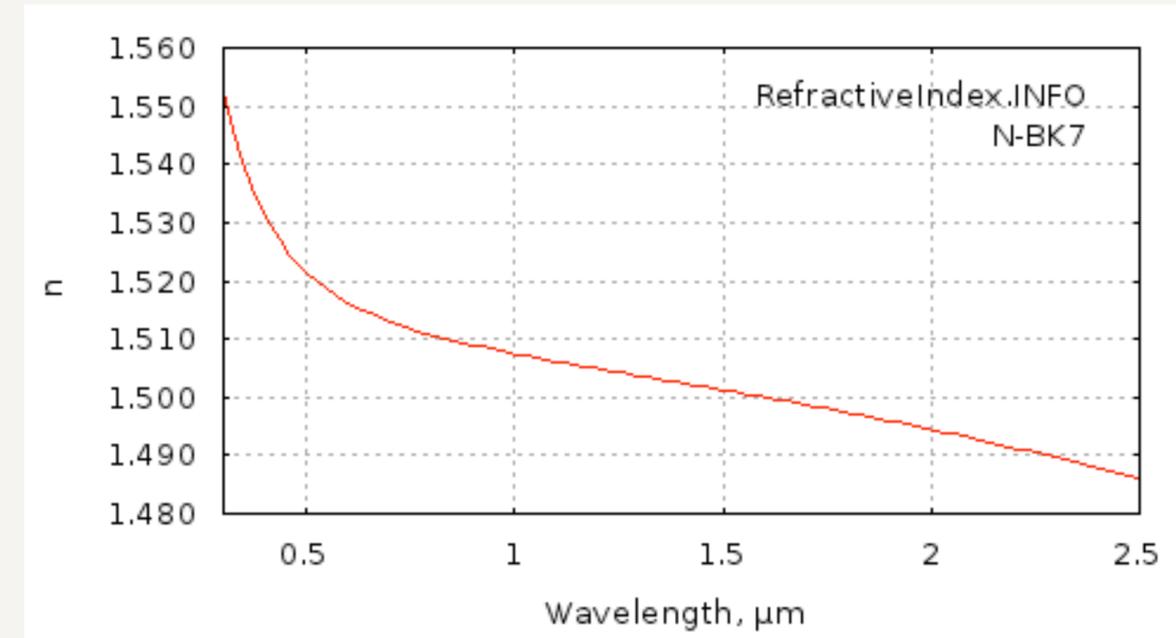
- Die Brechung an zwei Flächen wird auf eine einzige Brechung an der **Hauptebene** (engl. *principal plane*) reduziert.
- Es gibt immer zwei Hauptebenen, dazu später mehr
- Lichtstrahlen parallel zur optischen Achse werden auf einen **Brennpunkt F** Punkt abgebildet (engl. *focal point*)
- Der Abstand zwischen der Hauptebene und dem Brennpunkt nennt man **Brennweite** (engl. *focal length*).



# Dispersion

# Dispersion

- Lichtgeschwindigkeit im Medium hängt von der Wellenlänge des Lichts ab
- Analogie: Resonanz eines getriebenen harmonischen Oszillators (z.B. LC-Schwingkreis)
- Ursache: Schwingendes System Elektron - Kern mit Coulomb-Anziehung als Federkraft.



# Dispersion

- Charakterisierung von technischen Gläsern mit Brechungsindex und Dispersion

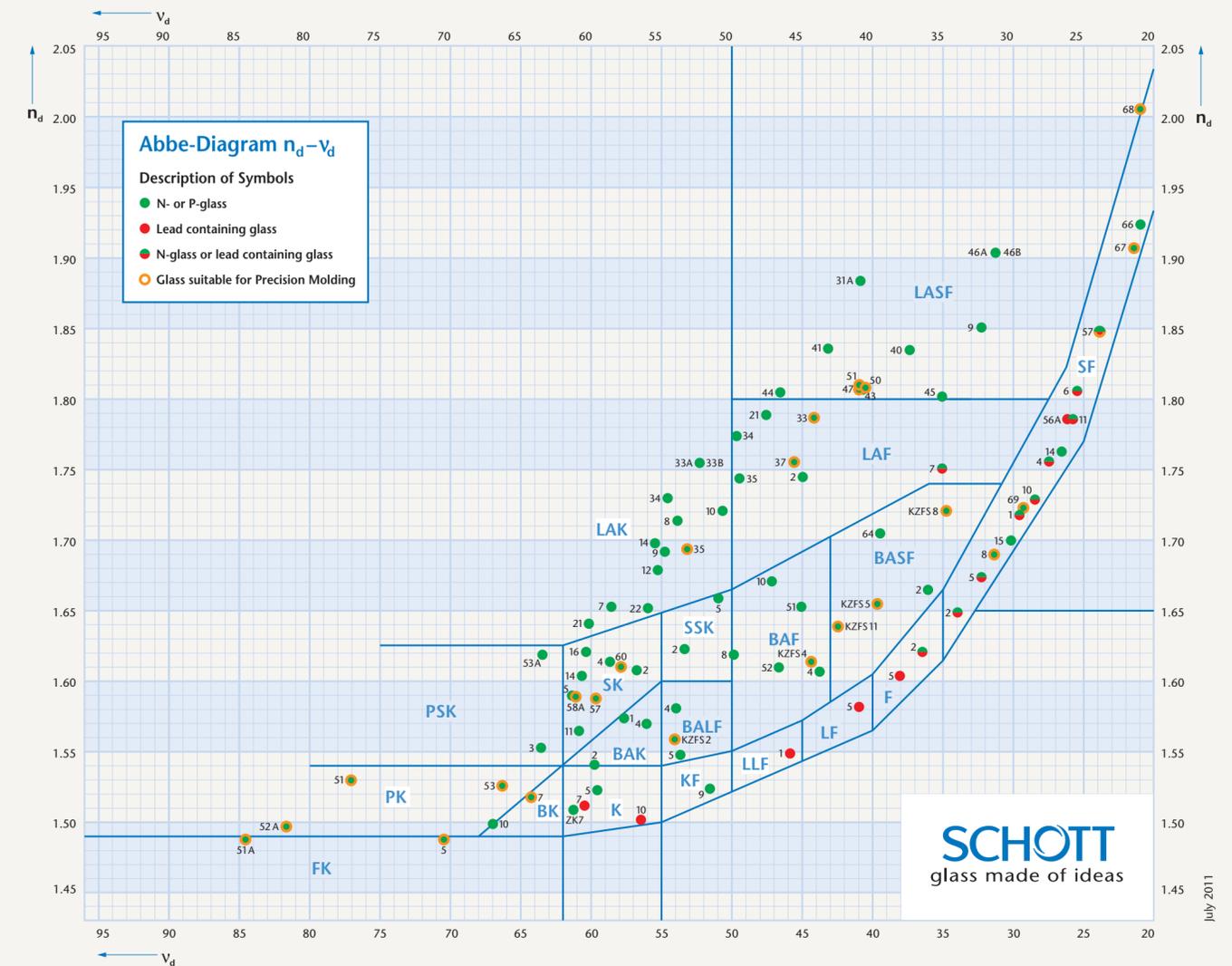
- Brechungsindex  $n_d$

- Dispersion: Abbe-Zahl

$$v_d = \frac{n_d - 1}{n_F - n_C}$$

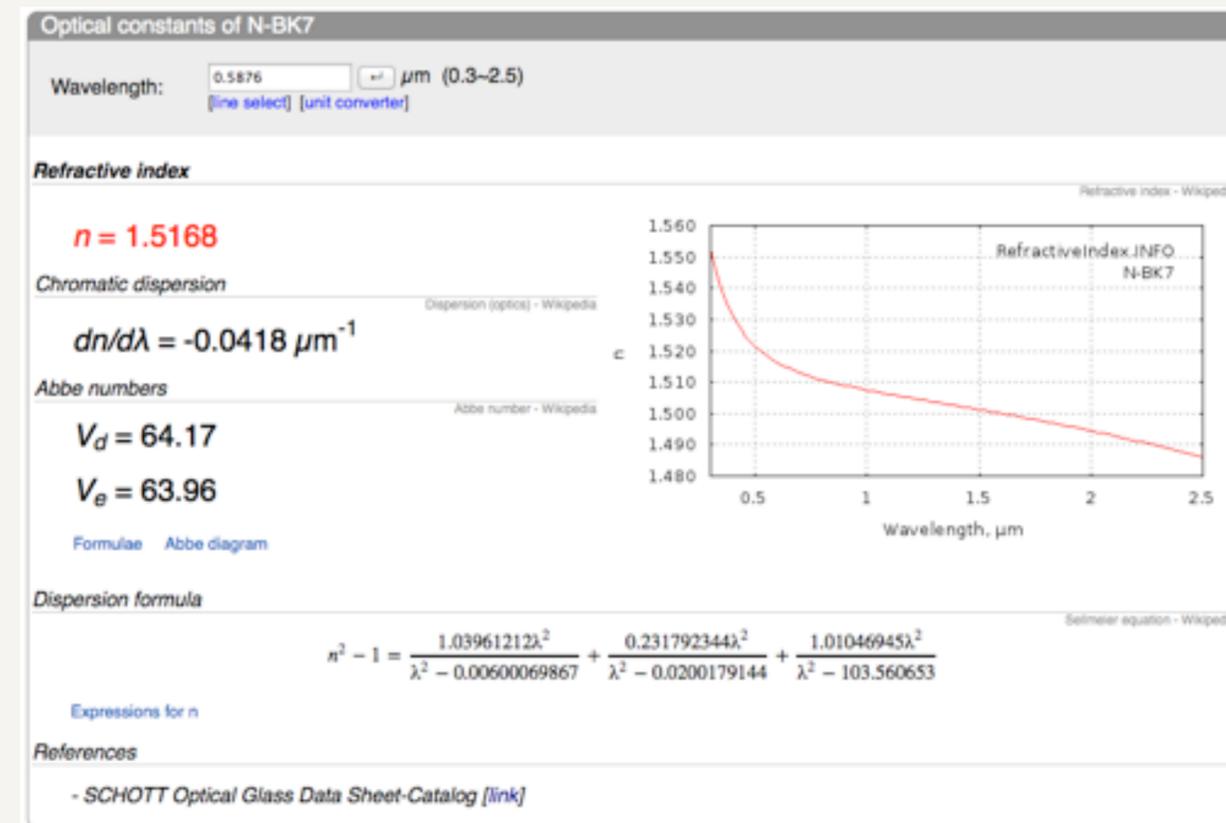
- Ein Maß wie stark sich der Brechungsindex ändert

- d, F und C beziehen sich auf die Fraunhofer-Linien



# Dispersion

- Abbe-Zahl nur eine Näherung
- Genauere Darstellung mit funktionalem Zusammenhang: Schott- oder Sellmeier-Formel
- Insbesondere für Raytracing notwendig



Quelle: [refractiveindex.info](http://refractiveindex.info)

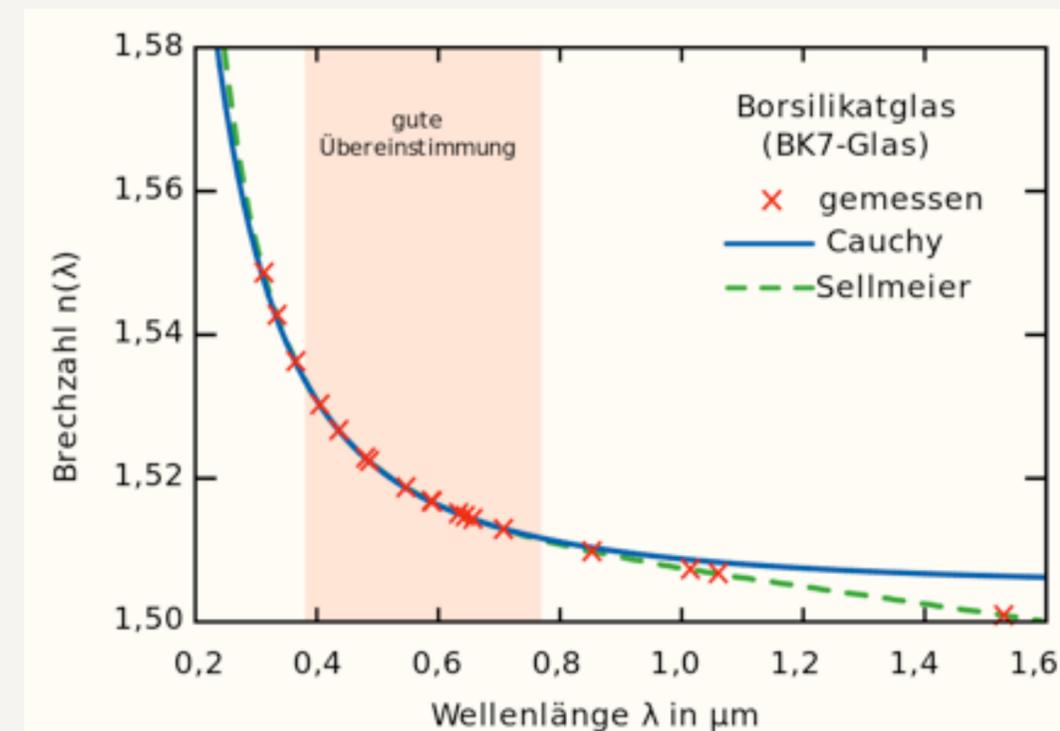
# Sellmeier-Formel

N-BK7

$$n^2(\lambda) = 1 + \frac{B_1 \lambda^2}{\lambda^2 - C_1} + \frac{B_2 \lambda^2}{\lambda^2 - C_2} + \frac{B_3 \lambda^2}{\lambda^2 - C_3}$$

Konstanten der Dispersionsformel	
<b>B<sub>1</sub></b>	1,03961212
<b>B<sub>2</sub></b>	0,231792344
<b>B<sub>3</sub></b>	1,01046945
<b>C<sub>1</sub></b>	0,00600069867
<b>C<sub>2</sub></b>	0,0200179144
<b>C<sub>3</sub></b>	103,560653

- Eine empirisch gefundene Formel zur Beschreibung des Brechungsindex über das sichtbare Spektrum
- 6 Konstanten als Parameter



# Schott-Formel

$$n^2 = A_0 + A_1\lambda^2 + A_2\lambda^{-2} + A_3\lambda^{-4} + A_4\lambda^{-6} + A_5\lambda^{-8}$$

H-F4 von CDGM

- Empirischer polynominaler Zusammenhang
- 6 Konstanten als Parameter

色散公式的系数 Constants of Dispersion Formula	
A <sub>0</sub>	2.56216381
A <sub>1</sub>	-1.30775362 × 10 <sup>-2</sup>
A <sub>2</sub>	1.81084716 × 10 <sup>-2</sup>
A <sub>3</sub>	2.31573055 × 10 <sup>-3</sup>
A <sub>4</sub>	-2.64961402 × 10 <sup>-4</sup>
A <sub>5</sub>	2.07458046 × 10 <sup>-5</sup>

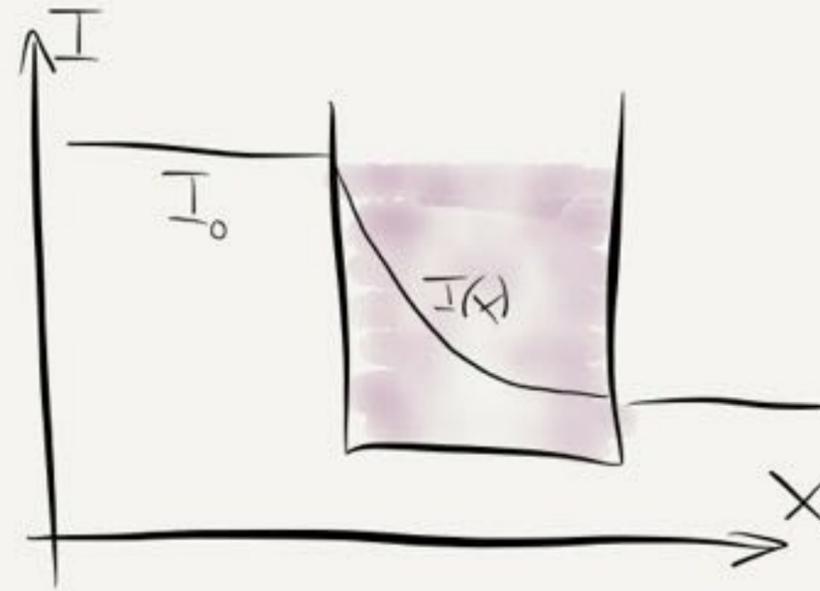
# Aufgabe

- Schlagen Sie im Glass-Katalog von Code V nach, wie Dispersion angegeben wird.

# Transmission und Absorption

# Transmission und Absorption

- Absorption eines Photons und Umwandlung der Energie in Wärme
- Lambert-Beer'sches Gesetz
- Genau wie der Brechungsindex abhängig von der Wellenlänge
- Gilt für alle Materialien (später: komplexer Brechungsindex)



$$I(x) = I_0 \cdot e^{-\alpha x}$$

## Lambert-Beer'sches Gesetz

[Herleitung bei Chemgapedia](#)

# Transmission und Absorption

- Transmission gibt an, wie viel Prozent der Strahlung durchgelassen wird.
- Absorption ist grad der Teil, der nicht transmittiert wurde.
- Im allgemeinen ist der Absorptionskoeffizient abhängig von der Wellenlänge

Lambert-Beer  $I(x) = I_0 \cdot e^{-\alpha x}$

Transmission  $T = \frac{I}{I_0} = e^{-\alpha x}$

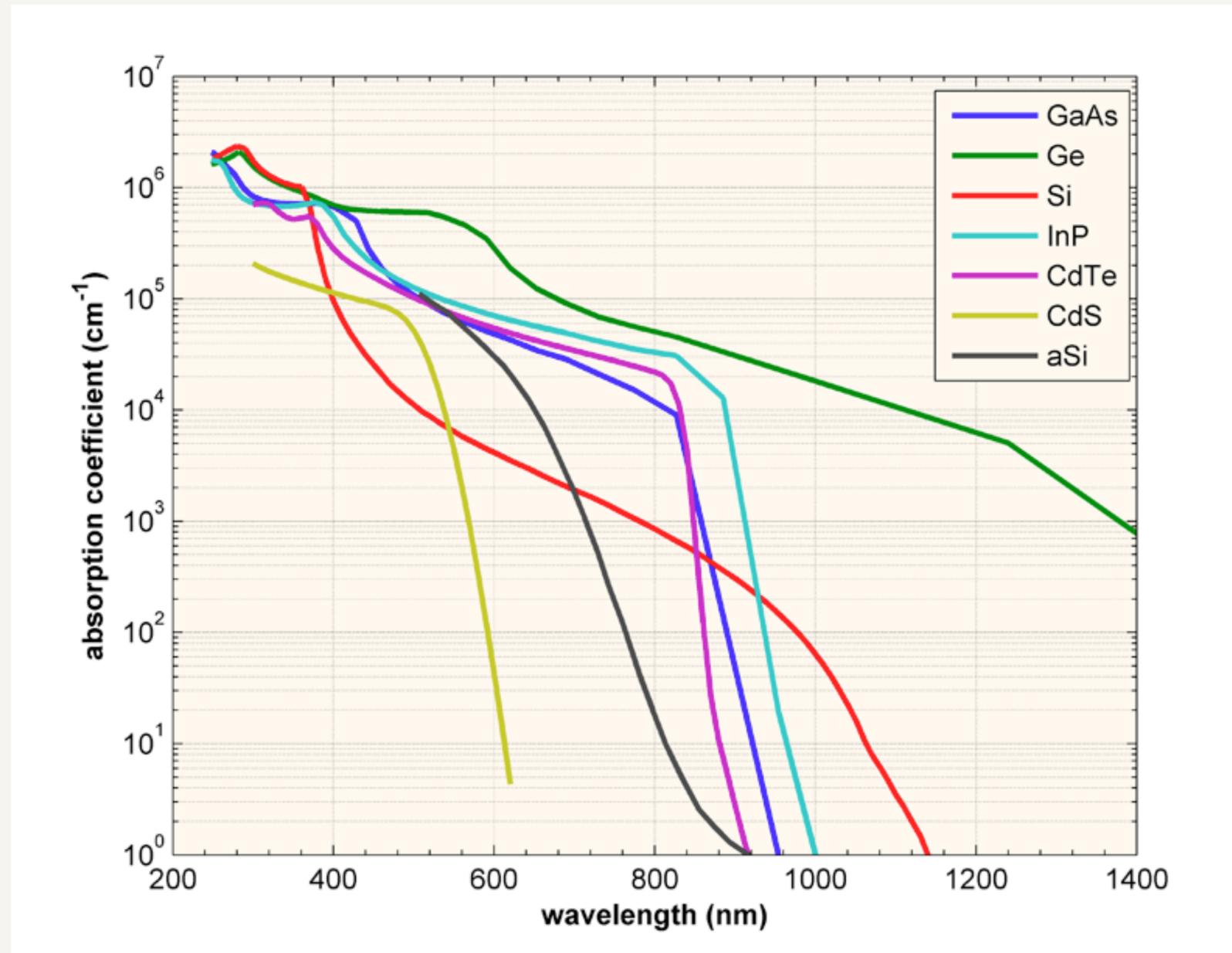
Absorption  $A = 1 - T$

l.a.  $\alpha = \alpha(\lambda)$

$$\Rightarrow I(x, \lambda) = I_0 \cdot e^{-\alpha(\lambda)x}$$

$$T(\lambda) = e^{-\alpha(\lambda)x}$$

# Transmission und Absorption



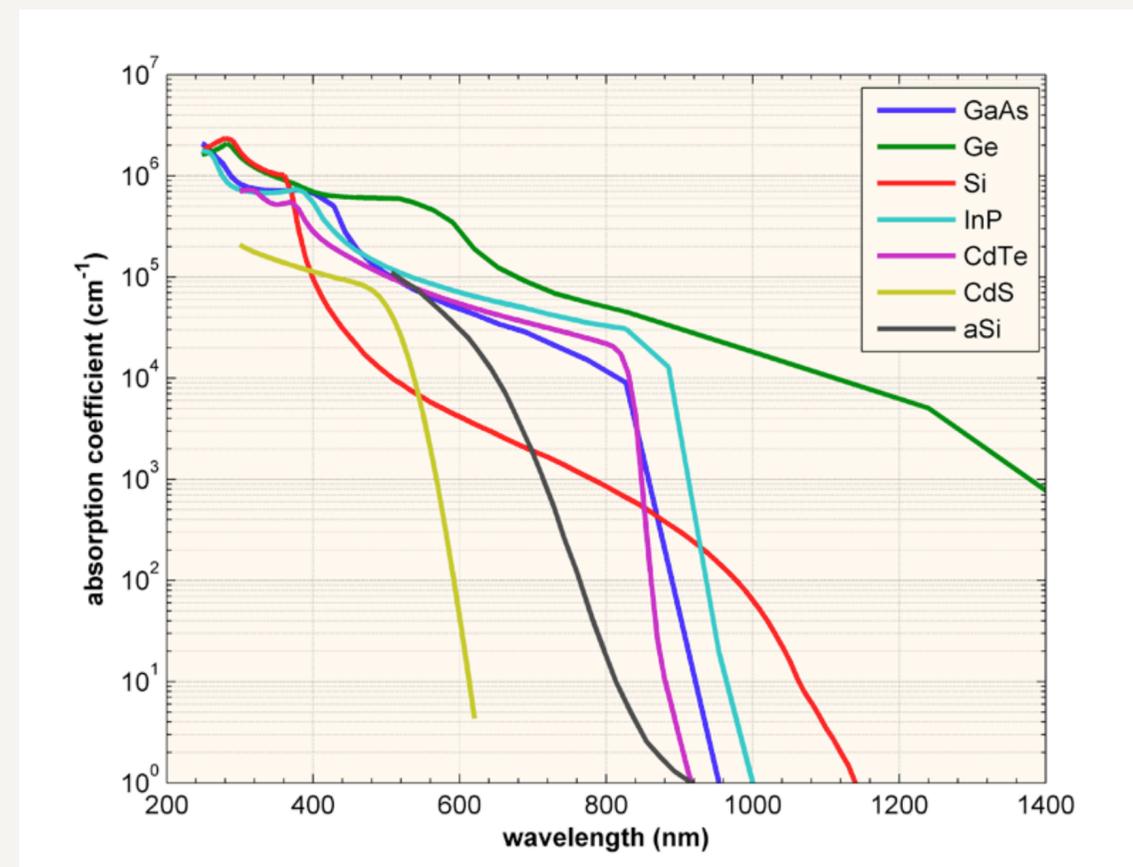
<http://pveducation.org/pvc/drom/pn-junction/absorption-coefficient>

# Transmission und Absorption

$$I(x) = I_0 \cdot e^{-\alpha x}$$

$$T = \frac{I}{I_0} = e^{-\alpha x}$$

- Wie groß ist die Absorption von Licht der Wellenlänge 600nm nach 5µm in a-Si und in CdS.
- Wie weit ist die mittlere Eindringtiefe (Abfall Intensität auf 1/e) bei 600nm für Si?



<http://pveducation.org/pvcdrom/pn-junction/absorption-coefficient>

# Transmission und Absorption

Kristallines Silizium (c-Si)

Wellenlänge (nm)	$\alpha$ (cm <sup>-1</sup> )	Mittlere Eindringtiefe (μm)
500	10000	1
750	2000	5
1000	60	166

# Transmission und Absorption

## Amorphes Silizium (a-Si)

Wellenlänge (nm)	$\alpha$ (cm <sup>-1</sup> )	Mittlere Eindringtiefe (μm)
500	1 000 000	0.1
750	2000	5
1 000	N/A	„Unendlich“

# Reintransmission

- Die hier vorgestellte Transmission enthält noch die Reflexe an der Vorder- und Rückseite der Probe als Verluste.
- Diese Reflexe können wir berücksichtigen nachdem wir die Fresnel-Formeln kennen gelernt haben.
- Werden diese Verluste korrekt berücksichtigt wird die Transmission dann *Reintransmission* genannt.

# Optische Filter

## Anwendung von Absorption

### Optische Filter von Schott: Filter

- Langpass
- Bandpass (Fluoreszenz-Mikroskope z.B. in der Medizintechnik)
- Kurzpass (Wärmedämmglas)
- Neutralfilter (Fotografie, Abschwächung)
- Tageslicht-Sperrfilter