

# Fachprüfung

## *Signal- und Systemtheorie*

27. Juli 2007

Prüfer: Prof. Dr. P. Pogatzki

Bearbeitungszeit: 2 Stunden

Hilfsmittel:

Taschenrechner, Formelblatt (2 DIN A4-Seiten)

Name:.....

Matr.-Nr.:.....

Unterschrift:.....

Punkte								
Aufgabe	.1	.2	.3	.4	.5	.6	.7	Summe
1.								
2.								
3.								
4.								
							Punkte gesamt	

Note:

ECTS:

1. Prüfer

2. Prüfer

Eingesehen am:

Unterschrift:

**Aufgabe 1** (24 Punkte)

UP 1.4 ist unabhängig lösbar

Gegeben ist die Zeitfunktion

$$s(t) = \text{rect}(t^2 - 1)$$

**Aufgabe 1.1** (6 Punkte)

Ersetzen Sie  $s(t)$  durch einen einfacheren Ausdruck und skizzieren Sie  $s(t)$  unter Angabe charakteristischer Werte!

**Aufgabe 1.2** (2 Punkte)

Stellt  $s(t)$  ein kausales Signal dar? (**Begründung**)

**Aufgabe 1.3** (4 Punkte)

Berechnen Sie die Energie des Signals  $s(t)$ !

**Aufgabe 1.4** (12 Punkte)

Als Trägersignal für eine digitale Übertragung stehen zwei mögliche Signale  $s_1(t)$  und  $s_2(t)$  zur Auswahl.

$$s_1(t) = \begin{cases} \cos(2\pi t) & 0 \leq t \leq 1 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

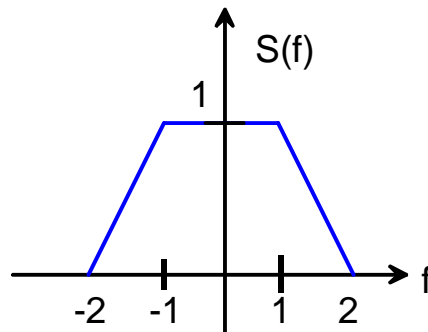
$$s_2(t) = \begin{cases} \sin(2\pi t) & 0 \leq t \leq 1 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Berechnen Sie für beide Signale die Spektren  $S_1(f)$  und  $S_2(f)$  und **entscheiden Sie, welches Signal aufgrund der benötigten Bandbreite zu bevorzugen ist!**



**Aufgabe 2** (24 Punkte)

Gegeben ist das folgende Spektrum  $S(f)$ .

**Aufgabe 2.1** (3 Punkte)

Stellen Sie das Spektrum  $S(f)$  als Summe (Differenz) von Dreiecksfunktionen dar!

**Aufgabe 2.2** (6 Punkte)

Berechnen Sie das Zeitsignal  $s(t)$  des Spektrums  $S(f)$ ! Wenden Sie dabei die **Theoreme der Fourier-Transformation** an.

**Aufgabe 2.3** (1 Punkt)

Das Signal  $s(t)$  soll abgetastet werden. Wie groß muß die Abtastrate  $f_a$  mindestens sein, damit kein Aliasing auftritt?

**Aufgabe 2.4** (6 Punkte)

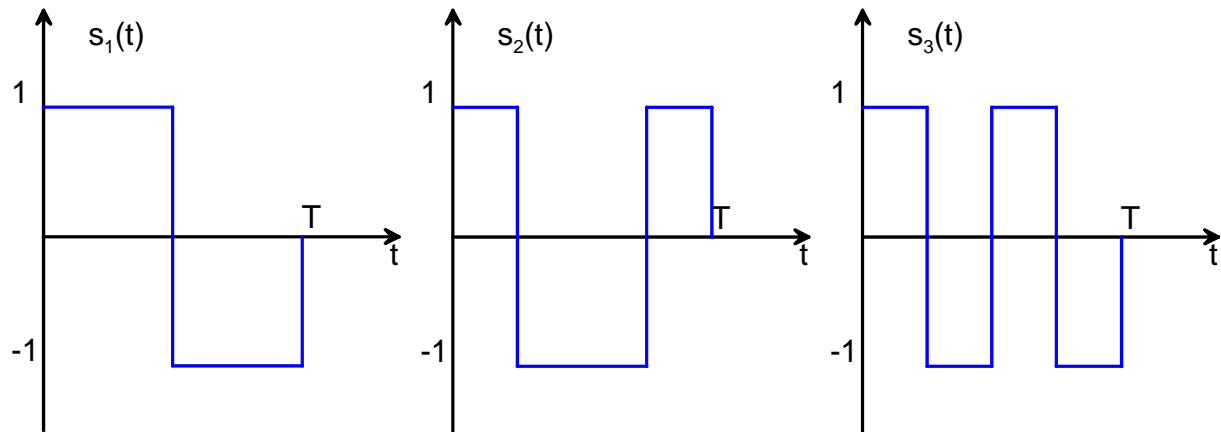
Als Abtastrate wird nun  $f_{a1}=3$  gewählt. Welches Spektrum  $S_{a1}(f)$  ergibt sich nun? Bestimmen Sie anhand des Spektrums  $S_{a1}(f)$  die zugehörige Zeitfunktion  $s_{a1}(t)$ !

**Aufgabe 2.5** (8 Punkte)

Als Abtastrate wird wieder  $f_{a1}=3$  gewählt. Ermitteln Sie **anhand des Zeitsignals  $s(t)$**  das abgetastete Zeitsignal  $s_{a1}(t)$ ! Vergleichen Sie Ergebnis mit dem aus Unterpunkt 2.4!

**Aufgabe 3** 27 Punkte

Es sollen die drei binären Datenfolgen  $a_n$ ,  $b_n$  und  $c_n$  auf einem **gemeinsamen** Kanal zeitgleich übertragen werden. Die Datenfolgen haben die Rate  $1/T$  und nehmen die Werte  $\{0;1\}$  an. Als Träger werden die Funktionen  $s_1(t), \dots, s_3(t)$  verwendet.



Die Datenfolge  $a_n$  verwendet dabei den Träger  $s_1(t)$ ,  $b_n$  verwendet  $s_2(t)$  und  $c_n$  verwendet  $s_3(t)$ . Damit gilt für das Sendesignal:

$$s_n(t) = a_n \cdot s_1(t) + b_n \cdot s_2(t) + c_n \cdot s_3(t)$$

**Aufgabe 3.1** (9 Punkte)

Prüfen Sie, ob die Träger  $s_1(t)$ ,  $s_2(t)$  und  $s_3(t)$  zueinander orthogonal sind!

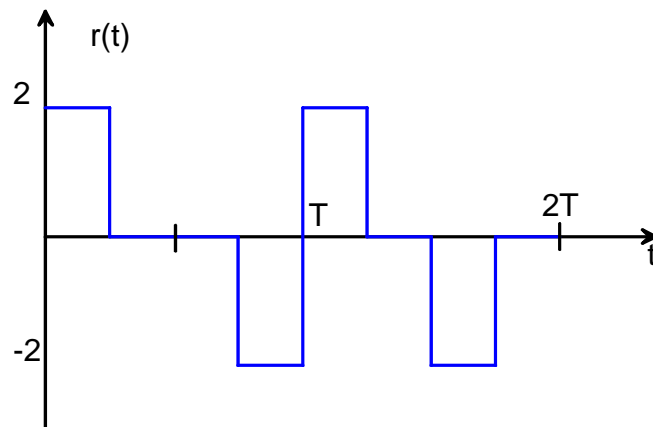


**Aufgabe 3.2** (3 Punkte)

Welche Energie besitzen die Trägersignale jeweils?

**Aufgabe 3.3** (12 Punkte)

Empfangen wird das folgende Signal  $r(t)$ .



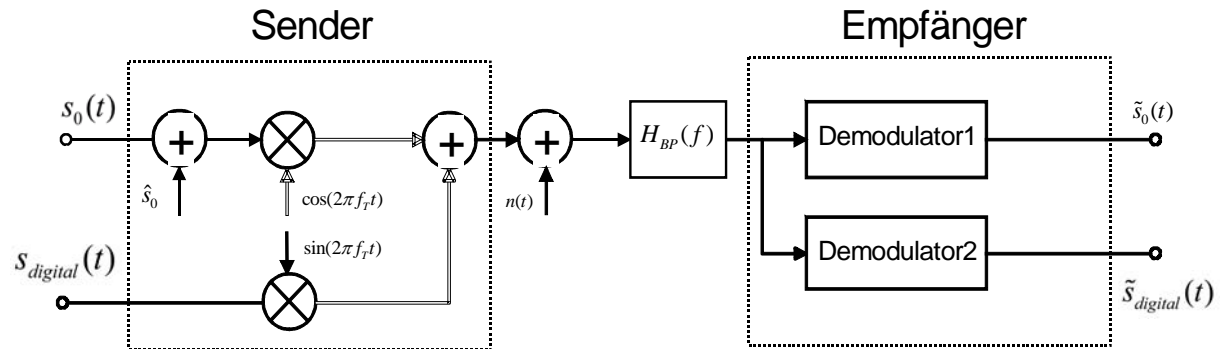
Werten Sie die Kreuzkorrelationsfunktionen zwischen dem Empfangssignal und den Trägersignalen  $\varphi_{rs1}(\tau)$ ,  $\varphi_{rs2}(\tau)$  und  $\varphi_{rs3}(\tau)$  an den Stellen  $\tau=0$  und  $\tau=T$  aus.

**Aufgabe 3.4** (3 Punkte)

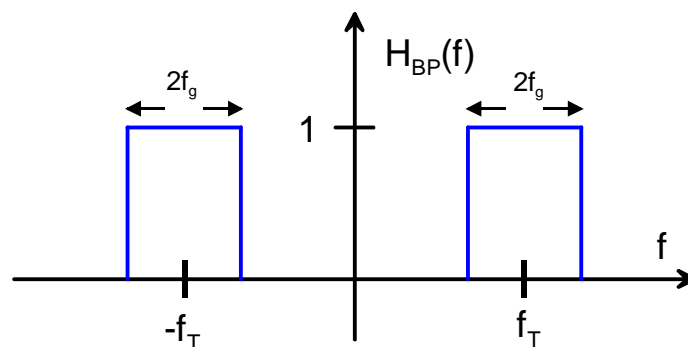
Welche Rückschlüsse ergeben sich auf die gesendeten Datensequenzen  $a_n$ ,  $b_n$  und  $c_n$ ?

**Aufgabe 4** (25 Punkte)

Ein Rundfunksender möchte zusätzlich zu seinem Programm  $s_0(t)$  noch einen digitalen Zusatzdienst  $s_{\text{digital}}(t)$  anbieten. Dazu wird die folgende Anordnung verwendet.



Zum Nutzsignal  $s_0(t)$  wird das Gleichsignal  $\hat{s}_0$  addiert und anschließend moduliert. Das digitale Zusatzsignal  $s_{\text{digital}}(t)$  wird ebenfalls moduliert und die Summe der Signale wird über einen durch Rauschen gestörten Kanal übertragen. Am Eingang des Empfängers befindet sich ein idealer Bandpaß gemäß Bild.



Für das Nutzsignal gilt dabei:

$$s_0(t) = \frac{\hat{s}_0}{2} \sin(2\pi f_1 t)$$

**Aufgabe 4.1** (4 Punkte)

Um welches Modulationsverfahren handelt es sich für das Nutzsignal? Bestimmen Sie den Modulationsgrad  $m$ !

**Aufgabe 4.2** (4 Punkte)

Auf welche zwei verschiedenen Arten kann das Nutzsignal am Ausgang des Bandpasses fehlerfrei demoduliert werden, wenn das **digitale Zusatzsignal abgeschaltet** ist?  
Welche Bedingung muß für Bandbreite  $2f_g$  des Bandpasses gelten?

**Aufgabe 4.3** (8 Punkte)

Berechnen Sie nun das Signalrauschverhältnis am Ausgang des Bandpasses für das Nutzsignal. Betrachten Sie als **Signalleistung die gesamte Hochfrequenzleistung des modulierten Nutzsymbols**.

Das Rauschen des Kanals ist dabei Gauß-verteilt und weiß mit der Rauschleistungsdichte  $N_0$ !

**Aufgabe 4.4** (4 Punkte)

Das digitale Zusatzsignal ist nun vorhanden. Kann jetzt das Nutzsignal mittels einer Hüllkurvendemodulation fehlerfrei zurückgewonnen werden? (**Begründung**)

**Aufgabe 4.5** (5 Punkte)

Es soll nun der Demodulator für das digitale Zusatzsignal entworfen werden. Skizzieren Sie eine mögliche Variante, die eine bei rauschfreiem Empfang fehlerfreie Demodulation erlaubt. Die Bandbreite des Digitalsignals ist kleiner als die Grenzfrequenz  $f_g$ !