

|   |  |   |
|---|--|---|
| <i>Gruppe :</i><br><br><i>Namen , Matrikel Nr.:</i> | <b>HS D</b><br><br>Hochschule Düsseldorf<br>Fachbereich EI<br>Physikalisches Praktikum | <i>Versuchstag:</i><br><br>Vorgelegt:<br><br><b><u>Testat</u></b> : |
|---|--|---|

## V 101 : Pohlsches Pendel

**Zusammenfassung:**

|                 |  |                       |
|-----------------|--|-----------------------|
| <i>Gruppe :</i> | <h1>HS D</h1> <p>Hochschule Düsseldorf<br/>Fachbereich EI<br/>Physikalisches Praktikum</p> | <i>Korrigiert am:</i> |
|-----------------|--|-----------------------|

1. Korrektur

2. Korrektur

3. Korrektur

## 1. Grundlagen

### 1.1 Literatur

Dobrinski, Krakau, Vogel; Physik für Ingenieure;  
Kapitel Ungedämpfte, elastische Schwingungen  
Gedämpfte Schwingungen  
Erzwungene Schwingungen

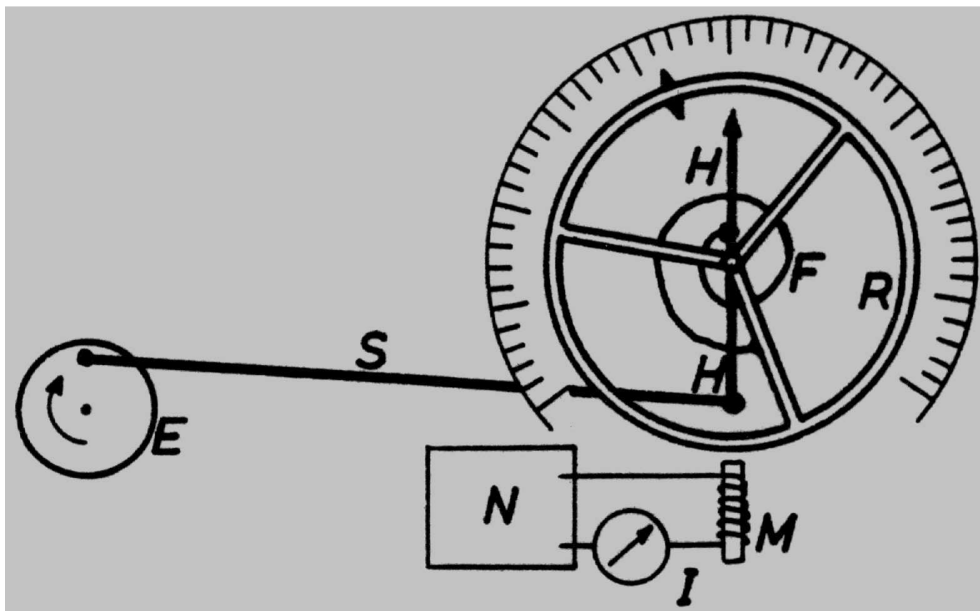
Walcher; Praktikum der Physik  
Kapitel Erzwungene Schwingung eines Drehpendels

### 1.2 Vorausgesetzte Kenntnisse

Resonator  
Harmonische Schwingung  
Erzwungene Schwingung  
Schwingungsgleichung  
Lösungen der  
Schwingungsgleichung

Dämpfung  
kritische, überkritische Dämpfung  
Resonanz  
Güte

### 1.3 Versuchsanordnung



R = Schwungrad, Resonator  
F = Schneckenfeder  
H = Hebel  
S = Schubstange

E = Exzenterwelle  
M = Wirbelstrombremse  
N = Netzgerät  
I = Amperemeter

## 1.4 Freie ungedämpfte Schwingung

Wird das Schwungrad bei ausgeschalteter Bremse um den Winkel  $\varphi$  aus der Ruhelage ausgelenkt, erzeugt die Schneckenfeder ein rücktreibendes Moment

$$M_r = -D^* \varphi .$$

Die Proportionalitätskonstante  $D^*$  heißt Winkelrichtgröße. Durch  $M_r$  wird das Schwungrad beschleunigt.

$$M_r = J \alpha = J \ddot{\varphi}$$

$J$  = Trägheitsmoment

Mit diesen beiden Gleichungen erhält man die Schwingungsgleichung der freien, ungedämpften Schwingung:

$$J \ddot{\varphi} + D^* \varphi = 0$$

Eine Lösung dieser Differentialgleichung ist

$$\varphi = \varphi_0 \cos(\omega_0 t) = \varphi_0 \cos(2\pi f_0 t) .$$

Hierin sind  $\varphi_0$  die Amplitude,  $f_0$  die Eigenfrequenz und  $\omega_0$  die Eigenkreisfrequenz der freien, ungedämpften Schwingung, mit

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \sqrt{\frac{D^*}{J}}$$

## 1.5 Freie gedämpfte Schwingung

Die Schwingungsamplitude bleibt nur konstant, wenn keine Schwingungsenergie verloren geht. Die Reibung und die Wirbelstrombremse dämpfen die Schwingung. Das Dämpfungsmoment kann dabei proportional zur Geschwindigkeit und ihr entgegengesetzt angenommen werden.

$$M_D = -b \dot{\varphi}$$

Dieses Moment muß zusätzlich in der Schwingungsgleichung berücksichtigt werden:

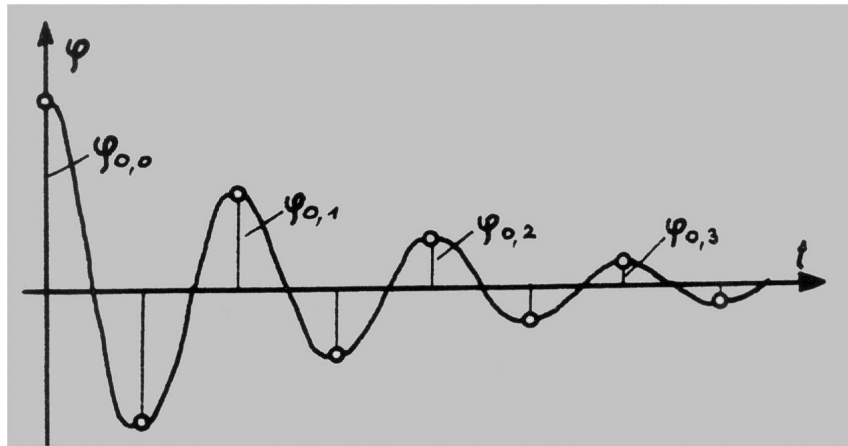
$$J \ddot{\varphi} + b \dot{\varphi} + D^* \varphi = 0$$

Diese Differentialgleichung liefert die Lösung:

$$\varphi = \varphi_0 e^{-(b/2J)t} \cos(\omega' t)$$

mit

$$\omega' = \omega_0 \sqrt{1 - \left(\frac{b}{2J\omega_0}\right)^2} \quad \text{und} \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{D^*}{J}}$$



Bei dieser gedämpften Schwingung nehmen die Maximalamplituden in einem konstanten Verhältnis, dem Dämpfungsverhältnis  $K$  ab.

$$K = \frac{\varphi_{0,n}}{\varphi_{0,n+1}} \quad \text{bzw.} \quad K = \sqrt[n]{\frac{\varphi_{0,0}}{\varphi_{0,n}}}$$

Der natürliche Logarithmus dieser Größe heißt logarithmisches Dekrement  $\Lambda$ .

$$\Lambda = \ln K$$

## 1.6 Erzwungene Schwingung

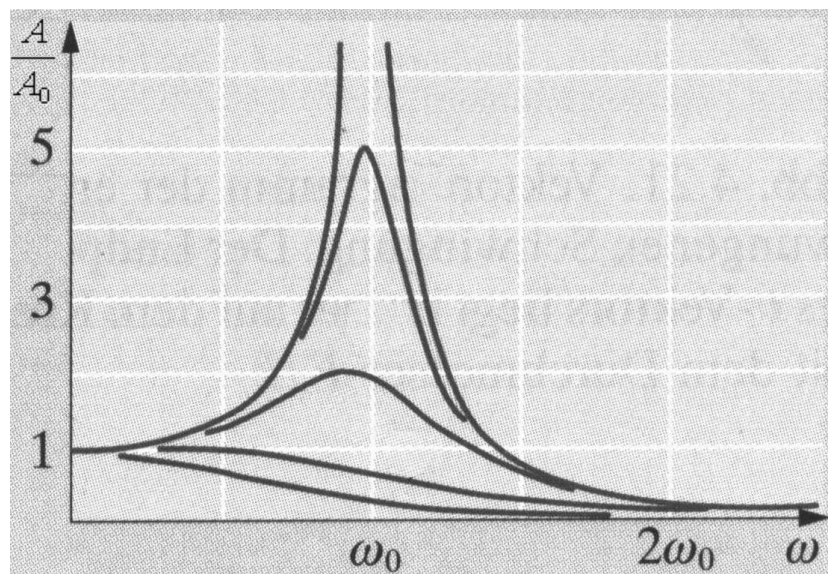
Bei der erzwungenen Schwingung wird dem Pohlschen Pendel ein periodisches Drehmoment  $M = M_0 \sin \omega_a t$  zugeführt. Dieses Moment muß in der Schwingungsgleichung mit berücksichtigt werden.

$$J \ddot{\varphi} + b \dot{\varphi} + D^* \varphi = M_0 \sin \omega_a t$$

Die Lösung dieser Gleichung setzt sich aus zwei Anteilen zusammen:

1. Der Lösung der schon bekannten homogenen Gleichung, bei der die rechte Seite der Gleichung gleich null ist. Dies ist physikalisch ein flüchtiger Anteil, der den Einschwingvorgang beschreibt.
2. Einer speziellen Lösung der inhomogenen Gleichung. Dieser Teil beschreibt den eingeschwungenen Zustand.

Die Amplitude des eingeschwungenen Zustandes hängt ab von der Amplitude der Anregung, der Dämpfung und dem Frequenzverhältnis  $\omega_a/\omega_0$ . Sie wird besonders groß, wenn bei schwacher Dämpfung die Anregungsfrequenz etwa der Eigenfrequenz entspricht. ( Resonanz )



Resonanzkurven bei unterschiedlicher Dämpfung

Bei kleiner Anregungsfrequenz schwingt das Pendel mit der Anregung in Phase, bei größeren Frequenzen bleibt das es mehr und mehr zurück, bis es bei hohen Frequenzen in Gegenphase schwingt.

## 2 Messungen

### 2.1 Freie ungedämpfte Schwingung

#### 2.1.1 Bestimmung der Winkelrichtgröße

In einem Vorversuch wurde die Abhängigkeit zwischen Winkelauslenkung  $\varphi$  und der zugehörigem Drehmoment bestimmt.

Die zugehörige Messkurve wird im Praktikum ausgeteilt!

#### 2.1.2 Eigenfrequenz

Das Pendel anstoßen und die Zeit  $10 \cdot T_0$  für 10 Schwingungen messen.

( Nulldurchgänge stoppen)

Führen Sie diese Messung 10 mal durch.

### 2.2 Freie gedämpfte Schwingung

Wirbelstrombremse  $I = 0,0 A$

Lenken Sie das Pendel 15 Skt aus und lassen Sie es schwingen. Nehmen Sie mindestens 30 Amplitudenwerte in einer Richtung auf .

Wiederholen Sie den Versuch mit einem Bremsstrom  $I = 0,350 A$ . Nehmen Sie so viele Werte auf, bis die Amplitude auf  $< 1 Skt$  abgefallen ist.

## 2.3 Erzwungene Schwingung

Bremsstrom  $I = 0,350 \text{ A}$

Motor einschalten, Motorspannung auf 3V stellen.  
Bestimmen Sie die Periodendauer. ( $10 \cdot T_a$  messen)

Bestimmen Sie die Pendelausschläge aus 
$$\varphi_1 = \left( \frac{\varphi_{1,rechts} + \varphi_{1,links}}{2} \right)$$

Warten Sie für die Bestimmung der Pegelausschläge bis sich ein eingeschwungener Zustand eingestellt hat.

Erhöhen Sie die Motorspannung in 1 V Schritten bis 10 V und bestimmen Sie für jede Spannung die Periodendauer und die Ausschläge.

Nehmen Sie danach gehäuft Werte in der Nähe der Resonanzfrequenz auf.  
Zur besseren Einstellung der Resonanzfrequenz notieren Sie neben der Periodendauer auch die Motorspannung.

## 3 Auswertung

### 3.1 Bestimmung der Winkelrichtgröße

Bestimmen Sie aus dem Diagramm 2.1  $M_R = f(\varphi)$  die Winkelrichtgröße  $D^*$ .  
Schätzen Sie den relativen Fehler ab.  $\Delta M/M = 2\%$  ,  $\Delta \varphi/\varphi = 2\%$

### 3.2 Bestimmung der Eigenfrequenz und des Trägheitsmomentes.

Bestimmen Sie aus der Messung von  $T_0$  die Eigenfrequenz  $f_0$ , die Eigenkreisfrequenz  $\omega_0$  und das Trägheitsmoment  $J$  des Pendels.  
Geben Sie die zugehörigen Fehler an.

### 3.3 Gedämpfte Schwingung

Tragen Sie für  $I = 0$  und  $I = 0,350 \text{ A}$  die Amplituden als Funktion der Zeit in ein Diagramm ein.  
Bestimmen Sie das Dämpfungsverhältnis  $K$  und das logarithmische Dekrement  $\Lambda$  aus der Anfangsamplitude und der Amplitude der letzten gemessenen Schwingung.

### 3.4 Erzwungene Schwingung

Zeichnen Sie ein Diagramm  $\varphi : \varphi_a$  über dem Frequenzverhältnis  $\omega : \omega_0$ .  
Bestimmen Sie aus dem Diagramm die Amplitudenüberhöhung  $\varphi_{Resonanz1} : \varphi_a$ .